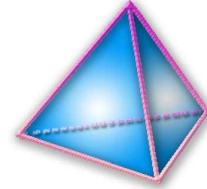


THEME 16 : CALCUL LITTERAL (2)

Développer, factoriser et réduire une expression

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Développer avec la simple distributivité
- ☞ Factoriser une somme ou une différence
- ☞ Réduire une expression sans parenthèses



Exercice n°1 : Le signe \times (multiplier) peut être sous-entendu dans différentes situations.

- entre un nombre et une lettre : $3x$ signifie $3 \times x$
- entre deux lettres : xy signifie $x \times y$
- entre un nombre et une parenthèse : $2(x+y)$ signifie $2 \times (x+y)$
- entre une lettre et une parenthèse : $(4+x)y$ signifie $(4+x) \times y$
- entre deux parenthèses : $(y+7)(x+4)$ signifie $(y+7) \times (x+4)$
- Remarque : Le produit de x par x se note x^2 : x^2 signifie $x \times x$.

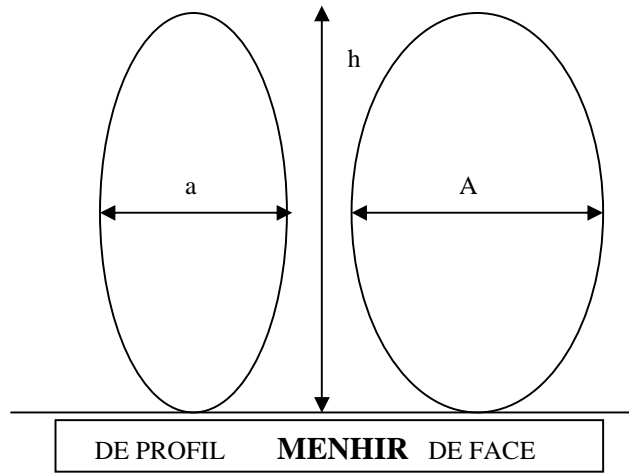
Supprime les signes \times quand c'est possible.

$3 \times a \times b = \dots\dots\dots$; $3 \times a - 5 \times b = \dots\dots\dots$; $a \times (b + 3) = \dots\dots\dots$; $2 \times y \times y = \dots\dots\dots$
 $7 \times a \times b = \dots\dots\dots$; $(7 + a) \times (b + 5) = \dots\dots\dots$; $(a + 5 \times b) \times 3 - 2 \times c \times c = \dots\dots\dots$

Exercice n°2 : Afin de connaître le poids du menhir qu'il doit fournir au client, le livreur de menhirs applique l'une des formules suivantes.

(A , a et h sont en dm et P en kg).

- La formule de Lutèce :
 $P = 0,302\pi h A a$
- La formule de pictave :
 $P = 0,306h(2A^2 + a^2)$
- La formule arverne :
 $P = \frac{\pi h}{10}(A^2 + a^2 + Aa)$
- La formule de Guy l'an neuf :
 $P = \frac{\pi h}{30}(5A^2 + 4a^2)$
- La formule armoricaine :
 $P = 1,22h(0,4A^2 + 0,2Aa + 0,15a^2)$



Deux modèles sont à livrer. - Un grand menhir : $h = 21$ dm , $A = 10,5$ dm , $a = 9,5$ dm.
 - Un petit menhir : $h = 16$ dm , $A = 6,5$ dm , $a = 5$ dm.

Essaye les cinq formules avec les dimensions mesurées.

- La formule de Lutèce :
- La formule de pictave :
- La formule arverne :
- La formule de Guy l'an neuf :
- La formule armoricaine :

Exercice n°3 : Pour $x = 1$, effectue les calculs suivants :

$A = 4x + 7$

$B = 3(4x + 6)$

$C = 2(3x + 5) + 4(5x + 7)$

$D = (5x + 6)(2x + 8)$

$E = 5x^2 + 8x - 6$

Exercice n° 4 : Maîtriser le vocabulaire : **somme - termes - produit - facteurs**

1. Complète :

• $4 + 6 - 8$ est une algébrique ; 4, 6 et - 8 sont les de la somme.

• $x + y - z$ est une algébrique ; x , y et $-z$ sont les de la somme.

Les termes sont les expressions que l'on ajoute ou que l'on retranche.

• $2 \times 3 \times (-8)$ est un ; 2, 3 et - 8 sont les du produit.

• $xy(-3)$ est un ; x , y et (-3) sont les du produit.

2. Avec des expressions moins évidente :

• $4 + 3 \times 4$ est une somme car c'est l'addition que l'on fait en dernier lieu ; 4 et 3×4 sont les deux de la somme.

• $x + 3y$ est une dont les termes sont et

• $(4 + 5) \times 3$ est un produit car c'est la multiplication que l'on fait en dernier lieu ; $(4 + 5)$ et 3 sont les deux du produit.

• $(x + 3)y$ est un dont les sont

• $(5 + 3)(y + 6)$ est un dont les sont

• $4 + 3 \times 5 + 7$ est un dont les sont

• $x + 3y + 8$ est un dont les sont

• $3x(-y)$ est un dont les sont

• $4x - y$ est un dont les sont

Exercice n°5 : Traduire les expressions suivantes en écriture mathématiques usuelle :

Exemple : « la somme de a et b » se note $a + b$ « le double de x » se note $2x$

N°1 : « le carré de x » se note

N°2 : « la différence de a et b » se note

N°3 : « le produit de a par b » se note

N°4 : « la somme des carrés de a et b » se note

N°5 : « le carré de la somme de a et b » se note

N°6 : « le produit de 8 par $2x + 4$ » se note

N°7 : « le produit de a par la somme de b et c » se note

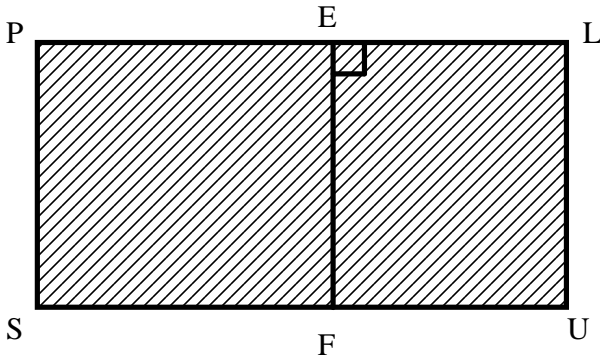
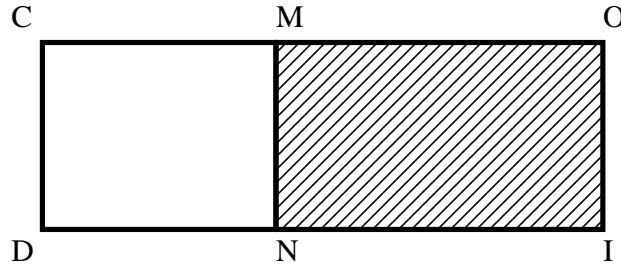
N°8 : « le produit de la somme de a et b par c » se note

N°9 : « la somme de a et du produit de b par c » se note

N°10 : « la différence du carré de a et du carré de b » se note

ACTIVITE 1: Distributivité

1°) a. Pour résoudre chacune de ces quatre situations, utilise deux méthodes (l'une servant à contrôler l'autre).

| <u>Situation A</u> | <u>Situation B</u> |
|---|--|
|  <p>Quelle est l'aire (en cm²) du rectangle PLUS sachant que (en cm): PE = 3; EL = 2; LU = 2,4 ?</p> <p>Méthode 1 :</p> <p>Méthode 2 :</p> |  <p>Quelle est l'aire (en cm²) du rectangle MOIN sachant que (en cm): CO = 5,5; CM = 2,5; OI = 2 ?</p> <p>Méthode 1 :</p> <p>Méthode 2 :</p> |
| <u>Situation C</u> | <u>Situation D</u> |
| <p>Chaque jour, Sylvie achète une baguette à 0,50 € et un journal à 1,20 €.</p> <p>Quelle est la somme dépensée au mois d'octobre ?</p> <p>Méthode 1 :</p> <p>Méthode 2 :</p> | <p>Monsieur GERVAIS a planté neuf rangées de quinze abricotiers chacune. Trois rangées ont complètement gelé.</p> <p>Combien lui reste-t-il d'abricotiers ?</p> <p>Méthode 1 :</p> <p>Méthode 2 :</p> |

BILAN : Complète :

Situation A → × (..... +) = × + ×

Situation C → × (..... -) =

Situation B → × (.....) =

Situation D → × (.....) =

b. complète : k , a et b étant trois nombres décimaux

$$k \times (a + b) = k \times \dots + k \times \dots$$

$$k \times (a - b) = k \times \dots - k \times \dots$$

2°) **a.** Gilles est un as du calcul mental. L'autre jour, on a voulu le coller en lui demandant de calculer $14 \times 98 + 14 \times 2$.

" 1 400 ! " s'est-il écrié.

Devant notre air étonné, il simplement dit " J'ai fait 14×100 ".

Retrouve sa méthode.

b. complète: k , a et b étant trois nombres décimaux

$$k \times a + k \times b = k \times (\dots + \dots)$$

$$k \times a - k \times b = k \times (\dots - \dots)$$

3°) Complète de façon qu'il y ait égalité à chaque fois:

$$5,1 \times (7,3 + 21) = 5,1 \times \dots + 5,1 \times \dots \quad ; \quad 2 \times (15 - 0,7) = 2 \times \dots - 2 \times \dots$$

$$5 \times 2,1 + 5 \times 3,2 = 5 \times (\dots + \dots) \quad ; \quad 0,9 \times 4 - 0,9 \times 1,7 = \dots \times (\dots - \dots)$$

Exercice n°6 : Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

$$2 \times (5 + 8) = 2 \times 5 + 8$$

$$a + (b \times c) = a + b \times c + c$$

$$9 \times 1 + 9 \times 2 = (1 + 2) \times 9$$

$$a \times (b + c) = a \times b + c$$

$$k \times x + k \times y = k + (x \times y)$$

$$k \times x + k \times y = (x + y) \times k$$

$$8 \times (1 + 4) = 8 \times 1 + 4 \times 8$$

$$7 \times 5 + 1 = 7 \times 5 + 7 \times 1$$

$$6 \times 2 + 3 \times 6 = 6 \times (2 + 3)$$

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times b + c = a \times b + a \times c$$

$$k \times x + y \times k = k \times (x + y)$$

$$3 + (5 \times 4) = 3 + 5 \times 3 + 4$$

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y)$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

$$k \times x - k \times y = k - (x \times y)$$

$$k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

$$a \times (b - c) = a \times b - c$$

$$a - (b \times c) = a - b \times c - c$$

$$k \times x - k \times y = (x - y) \times k$$

$$18 \times (9 - 4) = 18 \times 9 - 4 \times 8$$

$$5 \times 5 - 1 = 5 \times 5 - 5 \times 1$$

$$a \times b - c = a \times b - a \times c$$

$$k \times x - y \times k = k \times (x - y)$$

$$6 \times 2 - 3 \times 6 = 6 \times (2 - 3)$$

$$6 \times (3 - 4) = 6 \times 3 - 4$$

$$46 - (4 \times 5) = 46 - 4 \times 5 - 46$$

$$4 \times 8 - 4 \times 5 = (8 - 5) \times 4$$

Exercice n°7: Effectue les calculs indiqués, puis **contrôle** le résultat en utilisant la **distributivité**.

$$A = (4,8 + 3,2) \times 5$$

$$B = 6,2 \times 0,5 - 8 \times 0,5$$

$$C = 12 \times 0,5 - 8 \times 0,5$$

$$C = 2,5 \times 6,4 + 2,5 \times 3,6$$

$$E = 6 \times (7 + 8 + 9)$$

$$F = 3,5 \times (2 + 5,2 - 1,6)$$

$$G = 11 \times 3 + 7 \times 3 + 9 \times 3$$

$$H = 2,3 \times 24 + 2,3 \times 14 - 2,3 \times 13$$

Exercice n°8:

Retrouve dans la première colonne les expressions qui " vont par deux " (on ne demande pas de calculer). Faire de même avec la deuxième colonne.

| | |
|----------------------------------|------------|
| $11 \times (1,1 + 0,1)$ | $(y - z)x$ |
| $0,1 \times (11 - 1,1)$ | $xy + xz$ |
| $11 \times 1,1 + 0,1 \times 1,1$ | $zx - zy$ |
| $1,1 \times 11 - 0,1 \times 11$ | $(x + z)y$ |
| $(1,1 - 0,1) \times 11$ | $x(y + z)$ |
| $11 \times 1,1 + 11 \times 0,1$ | $xy + zy$ |
| $0,1 \times 11 - 0,1 \times 1,1$ | $z(x - y)$ |
| $(11 + 0,1) \times 1,1$ | $yx - zx$ |

Exercice n°9: 1°) Comment effectuer **mentalement** les calculs ci-dessous, sachant que $8 \times 23 = 184$?

- a) Assez facile: 8×123 ; 8×523 ; $8 \times 4\,023$.
b) Moins facile: 18×23 ; 208×23 .
c) Plus difficile: 92×23 .

2°) Calcule mentalement en expliquant les calculs

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 14×19 | 45×21 | 14×98 | 14×102 |
| 63×19 | 240×21 | 45×98 | 63×102 |
| $3,5 \times 19$ | 63×21 | $3,5 \times 98$ | 240×102 |

ACTIVITE 2 : Différencier un « développement » d'une « factorisation »

1°) Il a été demandé à un élève de quatrième de traiter l'exercice suivant :

Question 1 : Développer

$$A = 8 \times (5 + 9) \quad ; \quad B = 8 \times (9 - 4) \quad ; \quad C = 4(2x + 7) \quad ; \quad D = 3(6a - b)$$
$$E = (7 + 3) \times (2 + 5) \quad ; \quad F = (x + 3)(x + 2) \quad ; \quad G = (2x - 4)(x - 5)$$

Question 2 : Factoriser

$$H = 21 + 63 \quad ; \quad I = 54 - 30 \quad ; \quad J = 14x + 21 \quad ; \quad K = 6a - 15b$$

Ci-dessous se trouvent les réponses de l'élève ainsi que l'appréciation apportée par le professeur.

Question 1 :

$$A = 8 \times (5 + 9) = 8 \times 5 + 8 \times 9 = 40 + 72$$

Bien

$$B = 8 \times (9 - 4) = 8 \times 5$$

Faux, car tu dois obtenir une somme de termes

$$C = 4(2x + 7) = 4 \times 2x + 4 \times 7 = 8x + 28$$

Bien

$$D = 3(6a - b) = 3 \times 6a - 3 \times b = 18a - 3b$$

Bien

$$E = (7 + 3) \times (2 + 5) = 10 \times 7$$

Faux. Ici tu as un produit de deux facteurs !!!

$$F = (x + 3)(x + 2) = x \times x + x \times 2 + 3 \times x + 3 \times 2 = x^2 + 2x + 3x + 6$$

Bien

$$G = (2x - 4)(x - 5) = 2x \times x - 2x \times 5 - 4 \times x + 4 \times 5 = 2x^2 - 10x - 4x + 20$$

Bien

Question 2 :

$$H = 21 + 63 = 7 \times 3 + 7 \times 9 = 7 \times (3 + 9)$$

Bien

$$I = 54 - 30 = 6 \times 9 - 6 \times 5$$

Tu n'as pas terminé. On doit avoir un produit de facteurs

$$J = 14x + 21 = 7 \times 2x + 7 \times 3$$

Même remarque que ci-dessus.

$$K = 6a - 15b = 3 \times 2a - 3 \times 5b = 3(2a - 5b)$$

Bien

En observant les réponses de l'élève ainsi que les appréciations, complète les deux phrases ci-dessous en utilisant le vocabulaire : termes - facteurs - un produit - une somme.

Développer, c'est transformer de en de

Factoriser, c'est transformer de en de

2°) On dira que $7 \times x + 7 \times 2$ (ou $7x + 14$) est une expression développée, et, $9(2y + 3)$ est une expression factorisée.

En utilisant les expressions de départ ainsi que les solutions justes de l'exercice traiter par l'élève, complète le tableau ci-dessous.

| Les expressions développées sont : | Les expressions factorisées sont : |
|------------------------------------|------------------------------------|
| | |

Exercice n°10 : Pour chaque expression ci-dessous, dire quelle est la question que l'on pourrait demander.

Complète par : **Développer** ou **Factoriser**.

| | |
|---|---|
| $\frac{2}{3}b - b + \frac{1}{2}b$ | $2(-3x - 4)$ |
| $-3x + 8x$ | $1,2x + 2,5x$ |
| $(4x + 5)(2x + 3)$ | $\frac{3}{2}\left(4x + \frac{5}{3}\right)$ |
| $7x - 11x$ | $-\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x - \frac{6}{5}\right)$ |
| $(x + 1)(x + 2)$ | $2a - 5a + 12a$ |
| $\frac{3}{2}x^3 - x^3$ | $5(2x - 5)(3x + 5)$ |
| $(4 - 5x)(8x - 3)(x + 9)$ | $7ab - 3ab + 18ab$ |
| $-3x^2 - 7x^2$ | $3(-2x + 5)$ |
| $(-5x + 3)(-3x - 5)$ | $2x^2 - 5x^2$ |
| $5\pi x - \pi x - 4\pi x$ | |

Exercice n°11 : Dire si les expressions ci-dessous sont sous forme développée ou factorisée :

| | |
|---|---|
| $7(8x + 9)$ | $4x^2 + 8x + 4$ |
| $15 + 12$ | $24m^2 - 30m$ |
| $\frac{7}{3}(5x + 2)$ | $(2x - 4)^2$ |
| $\frac{3}{12}y\left(\frac{5}{3}y + \frac{1}{4}x\right)$ | $\frac{2}{7}\left(\frac{5}{3}x + \frac{5}{11}\right)$ |
| $9a^3$ | $a^2 + 2a + 7$ |
| $825x - 8250$ | $(3x + 2)(4x - 5)$ |
| $(x - 25)(3x + 8)(8x - 1)$ | $a(a + 2) + 2a$ |

Exercice n°12 : Développer en utilisant la distributivité.

On utilise les règles suivantes : $k \times (x + y) = \dots\dots\dots$ $k \times (x - y) = \dots\dots\dots$

Exemples : $3(2 + 5) = 3 \times 2 + 3 \times 5 = 6 + 15$; $3(2 + 4x) = 3 \times 2 + 3 \times 4x = 6 + 12x$

Développe :

$8(3x + 2) = \dots\dots\dots$

$7(4x - 1) = \dots\dots\dots$

$9(u - v) = \dots\dots\dots$

$9x(2y + 7) = \dots\dots\dots$

$x(3x + 2) = \dots\dots\dots$

$5(y - 6) = \dots\dots\dots$

$12(10a + 12b) = \dots\dots\dots$

$4(2x + 3) = \dots\dots\dots$

Exercice n°13 : REDUIRE une somme

Exemple : On veut réduire $5x + 3x$.

On utilise la factorisation puis on calcule la somme située dans les parenthèses.

$$5x + 3x = x \times 5 + x \times 3 = x \times (5 + 3) = x \times 8 = 8x$$

« On compte les x »

On dit que la somme $5x + 3x$ a été réduite.

Remarque : On ne peut pas réduire $4 + 3x$

Réduire si possible

$8x + 12x = \dots\dots\dots$ | $25x - 15x - 5x = \dots\dots\dots$

$4a - 2 = \dots\dots\dots$ | $3x + 2x = \dots\dots\dots$

$5x + 4x - 2x = \dots\dots\dots$ | $2x + 3 = \dots\dots\dots$

$5x + 2y = \dots\dots\dots$ | $4x + x + 5y = \dots\dots\dots$

$8x - 2x = \dots\dots\dots$ | $2x + 3 + 8x + 4 = \dots\dots\dots$

Attention à ne pas confondre sommes et produits de puissances de x

| Somme | Produit |
|---------------|--------------------|
| $2x + 7 =$ | $2x \times 7 =$ |
| $x + x =$ | $x \times x =$ |
| $x + 3x =$ | $x \times 3x =$ |
| $2x + 3x =$ | $2x \times 3x =$ |
| $2x + 3x^2 =$ | $2x \times 3x^2 =$ |
| $2x + 3y =$ | $2x \times 3y =$ |

Exercice n°14 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 9x + 3x \quad ; \quad B = 5 + 2x \quad ; \quad C = 7x + 5x \quad ; \quad D = 8x + x \quad ; \quad E = 4x + 9 \quad ; \quad F = x + 5x$$

Exercice n°15 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 15a^2 + 8a^2 \quad ; \quad B = 7 + 3a^2 \quad ; \quad C = 8a^2 + 9a^2 \quad ; \quad D = 6a^2 + 3a^2 \quad ; \quad E = a + 4a^2$$

Exercice n°16 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 8x - 3x \quad ; \quad B = -8x - 3x \quad ; \quad C = -8x + 3x \quad ; \quad D = 8x + 3x \quad ; \quad E = -8 + 3x \quad ; \quad F = -x + 8x$$

Exercice n°17 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = -8c^2 + 12c^2 \quad ; \quad B = 7 + 3c^2 \quad ; \quad C = 5c^2 - 15c^2 \quad ; \quad D = 6b^2 - b^2 \quad ; \quad E = -4b^2 - 5b^2$$

Exercice n°18 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 7x + 4x + 4 + 2x \quad ; \quad B = 8x + 10x - 6x + 4x \quad ; \quad C = -4x - 2x - 3 + 7x \quad ; \quad D = -4x + 5 + x - 6x$$

Exercice n°19 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 4x^2 + 5x + 8 + 6x + 2x^2 + 4 \quad ; \quad B = -9x^2 + 10 - 7x - 13 + 3x^2 + 10$$

$$C = -4x^2 + 5x - 2x^2 + 6 - 14x + 8 \quad ; \quad D = -3x - 8 - 7x^2 - 9x - 7x - 2$$

Exercice n°20 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 5x \times 4x \quad ; \quad B = 7 \times 3x \quad ; \quad C = 4 \times 2x^2 \quad ; \quad D = 4x \times 3 \quad ; \quad E = 5x^2 \times 2 \quad ; \quad F = 6x \times 3x$$

Exercice n°21 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 7 - 4x^2 \quad ; \quad B = 7 \times 4x^2 \quad ; \quad C = -6x - 3x \quad ; \quad D = 7x^2 - 10x^2 \quad ; \quad E = 4x \times 2x$$

Exercice n°22 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 6x \times 3x - 2 \times 4x \quad ; \quad B = 7 \times 2x^2 - 5x \times 4x \quad ; \quad C = 4x \times 6x + 2 \times 12x^2 \quad ; \quad D = 6x \times 5x + 4x \times 2x$$
$$E = 5 \times 3x - 3 \times 2x^2 + 4 \times 4x^2 + 2 \times 3x \quad ; \quad F = 5 \times 2x^2 - 6x \times 3x - 4 \times 7x^2 - 3 \times 4x$$

Exercice n°23 : Développe les expressions suivantes :

$$A = 5(2x+4) \quad ; \quad B = x(4+2x) \quad ; \quad C = 6x(5+3x) \quad ; \quad D = 3(8x+5) \quad ; \quad E = 4x(7+3x)$$

$$F = x(6x+8) \quad ; \quad G = 8(5x-4) \quad ; \quad H = 6(2x+3) \quad ; \quad I = x(4+3x) \quad ; \quad J = 2x(5+7x)$$

$$K = 7(4x-8) \quad ; \quad L = x(6x+5) \quad ; \quad M = 9x(2x-5)$$

Exercice n°24 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 4(x+3) + 5(6+x) \quad ; \quad B = 3(8+2x) + 7(3x+7) \quad ; \quad C = 4x(2x+3) + 2x(3x-6)$$

$$D = 5x(6-7x) + x(8+2x) \quad ; \quad E = 6x(3x+4) + 4(5x+6) \quad ; \quad F = 3x(2x+6) + x(4x-2)$$

$$G = 4(6+5x) + 9x(2x-3) \quad ; \quad H = 7x(3x-2) + x(6+x) \quad ; \quad I = 3x(2x+6) + x(4x-2)$$

Exercice n°25 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 3(x+5) + 4(x-2) \quad ; \quad B = 4(2x-7) + 2(5-4x) \quad ; \quad C = (2x+1) + 10(5+3x)$$

$$D = 2\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{12}\right) \quad ; \quad E = 2(a+3) + 5(b-4) \quad ; \quad F = 3(3-a) + 4(3-b)$$

$$G = 9(4-a+b) + 3(5-3a+3b) \quad ; \quad H = (2a-3) + 2(-5-b) \quad ; \quad I = a(a-2) + a(3+a)$$

$$J = a(b-a) + b(a+b)$$

Exercice n°26 : Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 11 + 2(x+1) + 3x \quad ; \quad B = 7y + 3(6-y) + 2 \quad ; \quad C = 2(5+2x) + 3(x-4)$$

$$D = 5(2y+7) + 4(7+3y) \quad ; \quad E = 6 + 4(3x+8) \quad ; \quad F = -3y + 3(5y+6) + 2y$$

$$G = -2x + 7(3x+5) + 1 \quad ; \quad H = 3(y+4) + 2(4-2y)$$