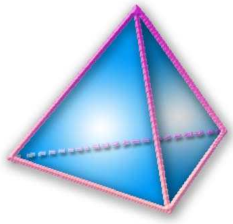
Thème N°13 : LE PARALLELOGRAMME

<u>A la fin du thème, tu dois savoir</u> :



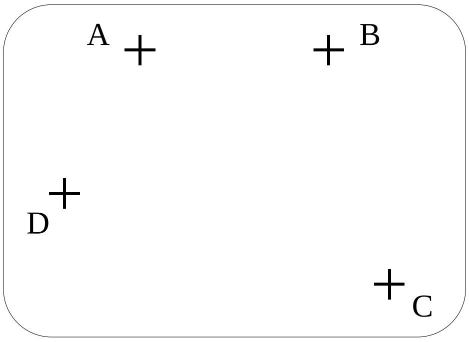
- Définition du parallélogramme.
- Propriétés du parallélogramme
- Reconnaitre un parallélogramme.
- Construire un parallélogramme en utilisant les côtés et un angle de mesure donnée.
- Définition du losange, du rectangle, du carré
- Propriétés du losange, du rectangle, du carré
- Construire un losange, un rectangle, un carré
- Reconnaitre un losange.
- Reconnaitre un rectangle.
- Reconnaitre un carré.
- Aire du parallélogramme

<u>ACTIVITE 1</u>: <u>Découvrir le parallélogramme</u>

<u>Partie A : Nommer un quadrilatère (rappel)</u>

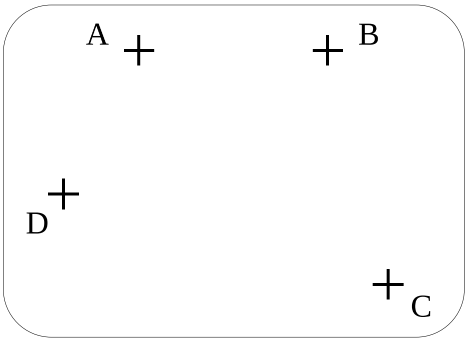
A, B, C, D sont quatre points distincts. On a reproduit ci-dessous 3 fois le dessin de ces points.

Figure 1



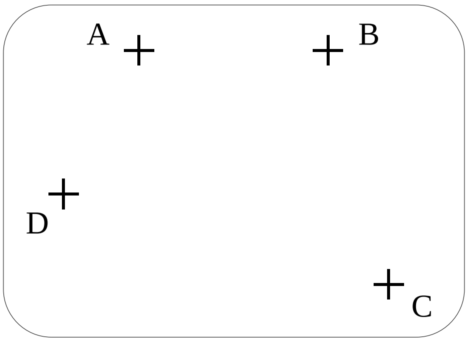
ABCD

Figure 2



ABDC

Figure 3



ACBD

a. Dans chacun des 3 cas, joins par des segments les points <u>dans l'ordre indiqué.</u> N'oublie pas de joindre le dernier point au premier. Que constates-tu ?

………

b. Sans changer la disposition des points, mais en changeant l'ordre, penses-tu qu'il soit possible d'obtenir d'autres figures ? ……………………………………………………………

c. L'ordre des points étant donné, il n'y a qu'une seule possibilité de figure. Par contre, la figure étant donnée, on peut la désigner de plusieurs façons. Donnes d'autres façons pour désigner la figure 1.

………

………

B – Définir le parallélogramme

1° Trace les droites (EF) et (EH)

F x

E x

x H

2° a) Construis la droite d_1 , passant par F , et parallèle à la droite (EH).

b) Construis la droite d_2 , passant par H , et parallèle à la droite (EF).

3° Les droites d_1 et d_2 se coupent en un point G. Repasse en rouge le quadrilatère EFGH.

4° Complète les phrases suivantes :

Dans le quadrilatère EFGH :

- Le côté [EF] est parallèle au côté ……….
- *Le côté [EH] est parallèle au côté ……….*

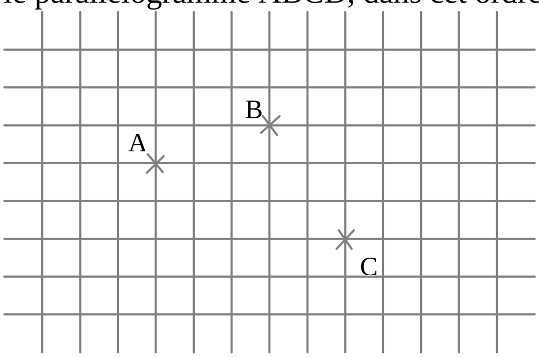
On dit que le quadrilatère EFGH est un **parallélogramme.**

5° **<u>Définition :</u>** Complète avec les mots: "côtés", "quadrilatère", "opposés", "parallélogramme", "parallèles".

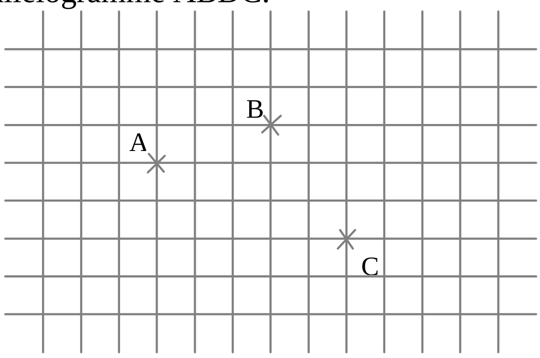
Par définition, un .... est un .... qui a ses ....

Partie C : <u>Constructions</u>

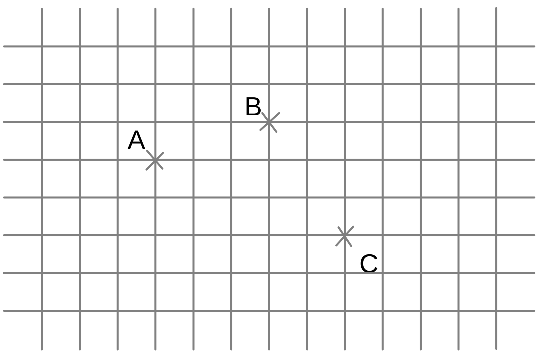
a) En utilisant le quadrillage ci-dessous, trace le parallélogramme ABCD, dans cet ordre.



b) En utilisant le quadrillage ci-dessous, trace le parallélogramme ABDC.

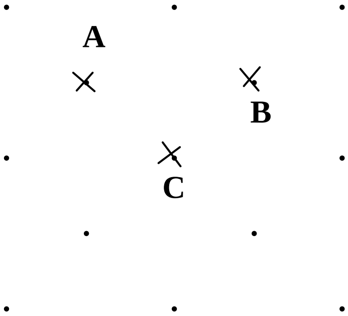


c) En utilisant le quadrillage ci-dessous, trace le parallélogramme ACBD.

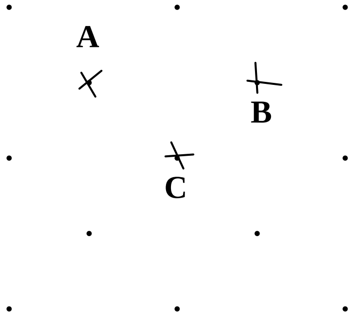


2°) Utilise les quadrillages pointés ci-dessous pour construire les parallélogrammes suivants :

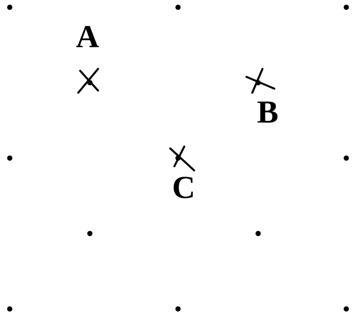
Parallélogramme ABCD



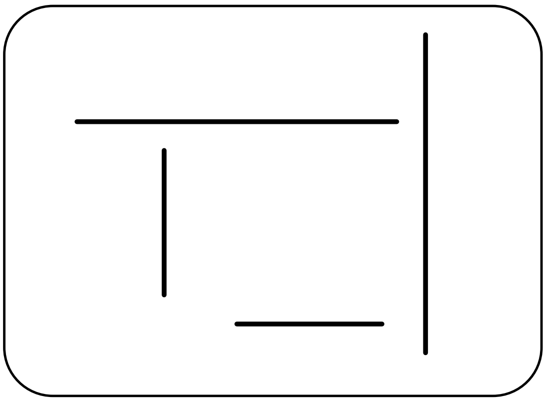
Parallélogramme ABDC



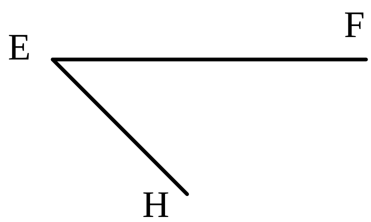
Parallélogramme ACBD

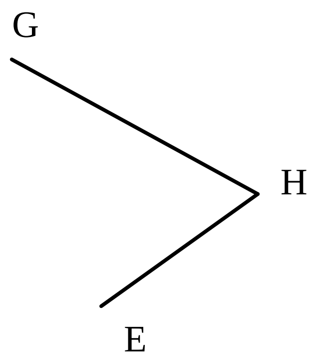


3°) a) En utilisant les quatre segments, dessine un parallélogramme (matériel utilisé: règle et compas)



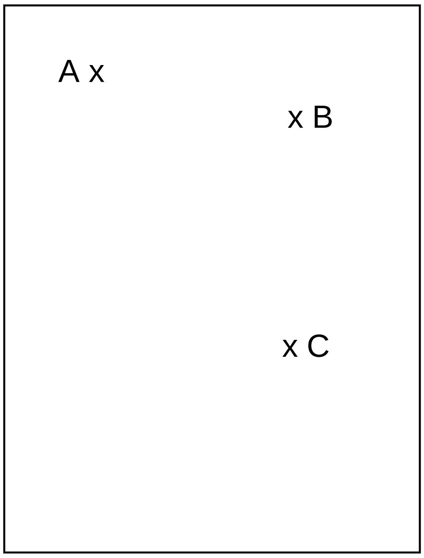
b) Construis dans chacun des deux cas le parallélogramme EFGH.



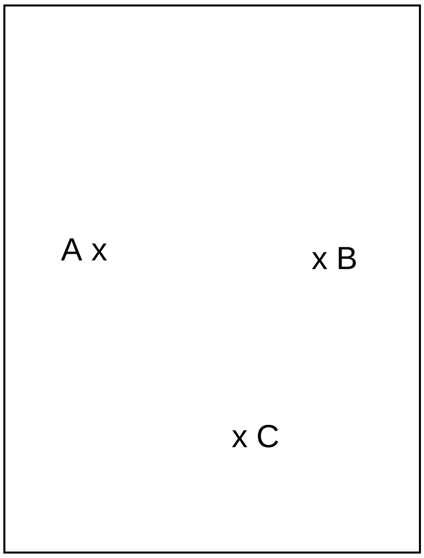


c) Trace les parallélogrammes demandés ci-dessous :

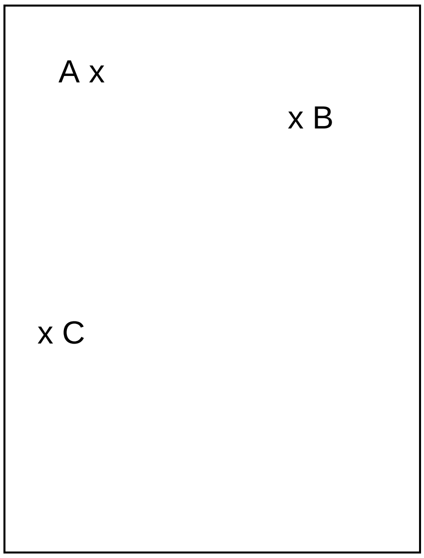
Parallélogramme ABCD



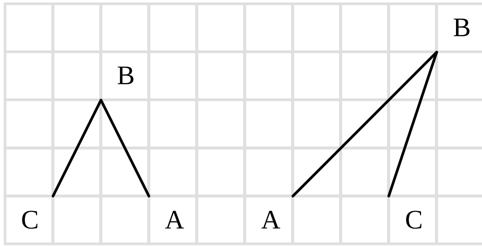
Parallélogramme ACBD



Parallélogramme ABDC



Exercice n°1: Dans chacun des cas suivants (figure à gauche), tracer le point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

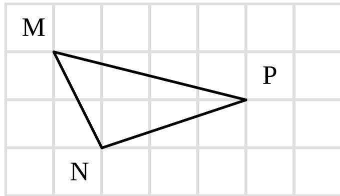


Exercice n°2:

a) Reproduire la figure de droite

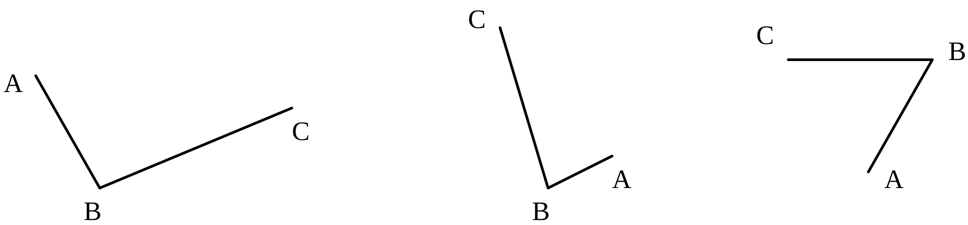
b) Tracer, en s'aidant du quadrillage, tous les parallélogrammes ayant pour sommets les points M, N et P.

c) Nommer les parallélogrammes obtenus.



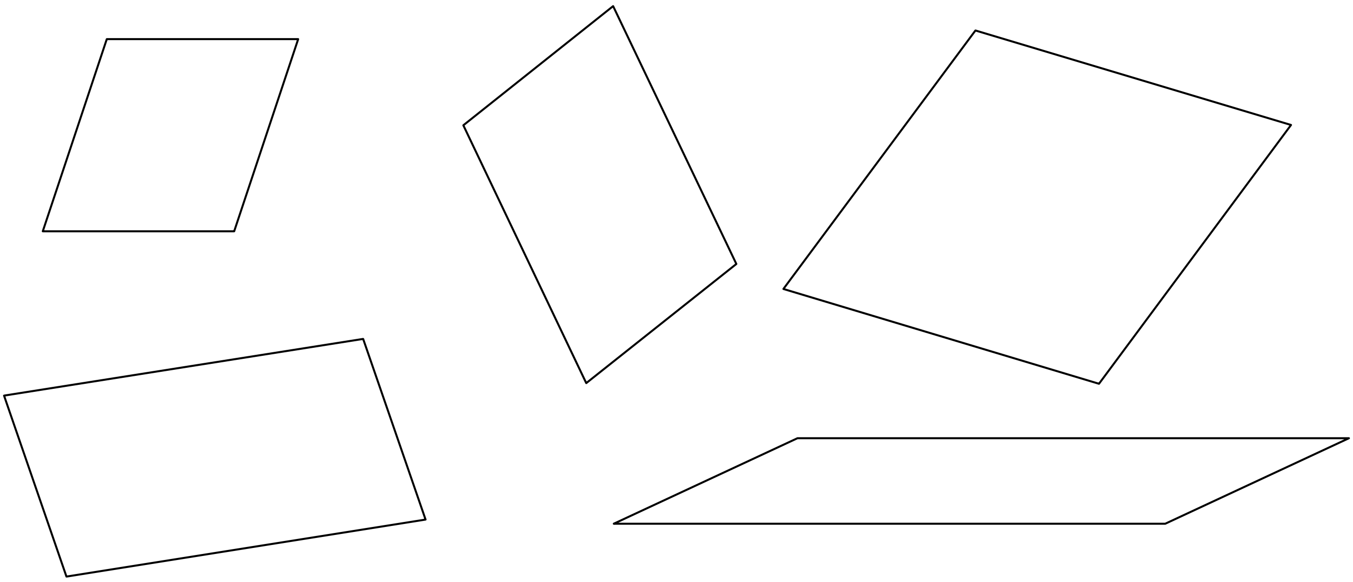
Exercice n°3:

Dans chacun des cas, reproduire une figure du même type et tracer au compas le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.



ACTIVITE 2: PARALLELOGRAMME ET CENTRE DE SYMETRIE

On considère les 5 parallélogrammes ci-dessous :



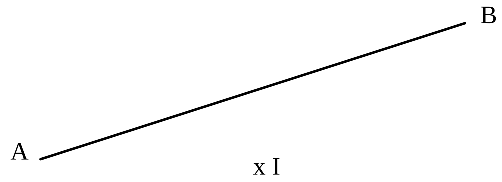
1°) Pour chacun des parallélogrammes ci-dessus, construis , s'il existe, le centre de symétrie.

2°) Que constates-tu ? …………………………………………………………………………………………..

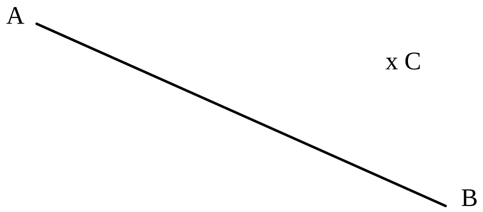
3°) *Complète :*

Un parallélogramme admet un ……………………………………………… Ce centre de symétrie est le point d' ……………………………. de ses ………………………

Exercice n°4 :



1°) Le centre et un côté.
Construis le parallélogramme ayant [AB] pour côté et I pour centre de symétrie.



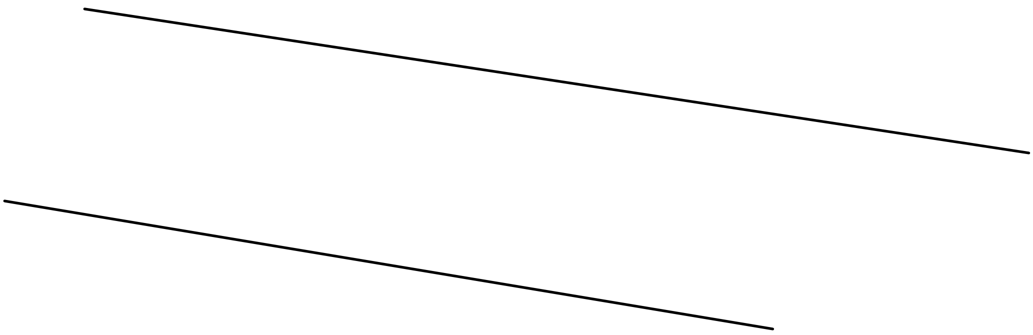
2°) **Une diagonale et un sommet.**
Construis le parallélogramme ayant [AB] pour diagonale et C pour sommet.

Exercice n°5: Tracer trois points non alignés A, B et O. Construire à la règle non graduée et au compas le parallélogramme ABCD de centre O.

Exercice n°6: Dessiner trois points non alignés A, B et O. Construire à la règle graduée seulement la parallélogramme ABCD de centre O.

ACTIVITE 3: Propriétés du parallélogramme.

Dessine ci-contre un parallélogramme dont on donne les supports de deux côtés parallèles. (évite de faire un rectangle). Tu appelleras ABCD ce parallélogramme (place les points sur la figure).



1er PROPRIETE:

Trace les diagonales [AC] et [DB]. Appelle O leur point d'intersection.
En utilisant ton compas que tu pique en O, (ou en mesurant), compare les longueurs OA et OC.

Que constates-tu ? : ……………………………………………..

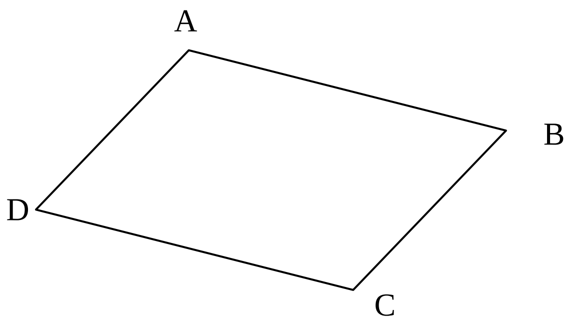
Compare les longueurs OB et OD, que constates-tu ? ………………………………………

Complète:

Dans tout parallélogramme, les diagonales se coupent en leur ....

En mathématiques, il ne suffit pas d'observer une propriété pour quelle soit vraie, il est nécessaire de le prouver. Pour cela, on fait <u>une démonstration.</u>

(Complète la démonstration)



On considère un parallélogramme ABCD. On trace sa diagonale [BD]. On appelle O le milieu de [BD].
Dans la symétrie de centre O :

- Le symétrique du point B est ………….
- Le symétrique de la droite (BA) est la droite parallèle

à la droite ……… passant par le point ……..

- Le symétrique du point D est le point ………
- Le symétrique de la droite (DA) est la droite parallèle à la droite …….. passant par le point ……
- Comme le point A est le point d'intersection des droites (AB) et (DA), le symétrique du point A est le

point d'intersection des droites ……. et …….

- Le symétrique du point A est donc le point ……
- Donc le point O est le milieu de …………

Conclusion : I est le milieu des diagonales du parallélogramme.

2ème PROPRIETE:

Que penses-tu des longueurs des côtés opposés ? : …………………………..

Démonstration : *Complète:*
D'après la propriété énoncée ci-dessus, on peut dire que:

- O est le .... de [AC] et O est le .... de [DB].

- Donc, dans la symétrie centrale de centre O, A a pour symétrique le point .... et B a pour symétrique le point ....

- Le segment [AB] a donc pour symétrique le segment ....

- Or tu sais que le symétrique d'un segment est un segment de même...............................

- Donc les longueurs AB et CD sont ....

Complète la deuxième propriété:

Dans tout parallélogramme, les côtés opposés ont même ....

3ème PROPRIETE:

Complète : Si ABCD est un parallélogramme, et si O est le milieu de ses deux diagonales alors, dans la symétrie de centre O :
A a pour image ………   et   B a pour image ………

Le segment [AB] a donc pour image le segment ……… .

Or, dans une symétrie centrale, le symétrique d'un segment est un segment qui lui est ……………….., donc

[AB] est ……………………. A [CD].

D'autre part : Une symétrie centrale conserve les longueurs, donc ……… = ……….

Conclusion : (…….) parallèle à (……..) et   ……. = …….
(On démontrerait de la même manière que (AD) // (BC) et AD = BC)
Complète la troisième propriété :

Un parallélogramme a deux côtés opposés …………….. et de même ……………..

$4^{ème}$ PROPRIETE:

A l'aide de ton rapporteur, mesure les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{DCB}$: $\widehat{DAB}$ = ...° ; $\widehat{DCB}$ = ...°.
Conclure : …………………………

En est-il de même pour $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$? ……………..Complète:

Dans tout parallélogramme, les angles opposés ont même ....

Démonstration :
Si ABCD est un parallélogramme, et si O est le milieu de ses diagonales alors, dans la symétrie de centre O :

D a pour image ……..   A a pour image ……..

A a pour image ……..   B a pour image ……..

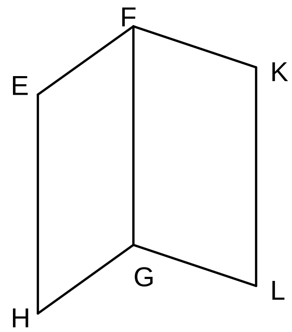
B a pour image ……..   C a pour image ……..

L'angle $\widehat{DAB}$ a pour image l'angle ……… et l'angle $\widehat{ABC}$ a donc pour image l'angle ……..
Or dans la symétrie centrale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure, donc
$\widehat{DAB}$ = …….. et $\widehat{ABC}$ = ……..

Exercice n°7 :

Trace un parallélogramme ABCD tel que la mesure de l'angle formé par ses deux diagonales soit de 35° et que leur longueur soit de 5 cm et de 4 cm.

Exercice n°8 :



Voici deux parallélogrammes EFGH et FGLK qui ont un côté commun.
Démontre (c'est-à-dire prouve par un raisonnement) que EH = KL.

Exercice n°9 :

Construire deux parallélogrammes ABCD et DCEF.
Démontre que AB = EF et que (AB) // (EF).

Exercice n°10 :

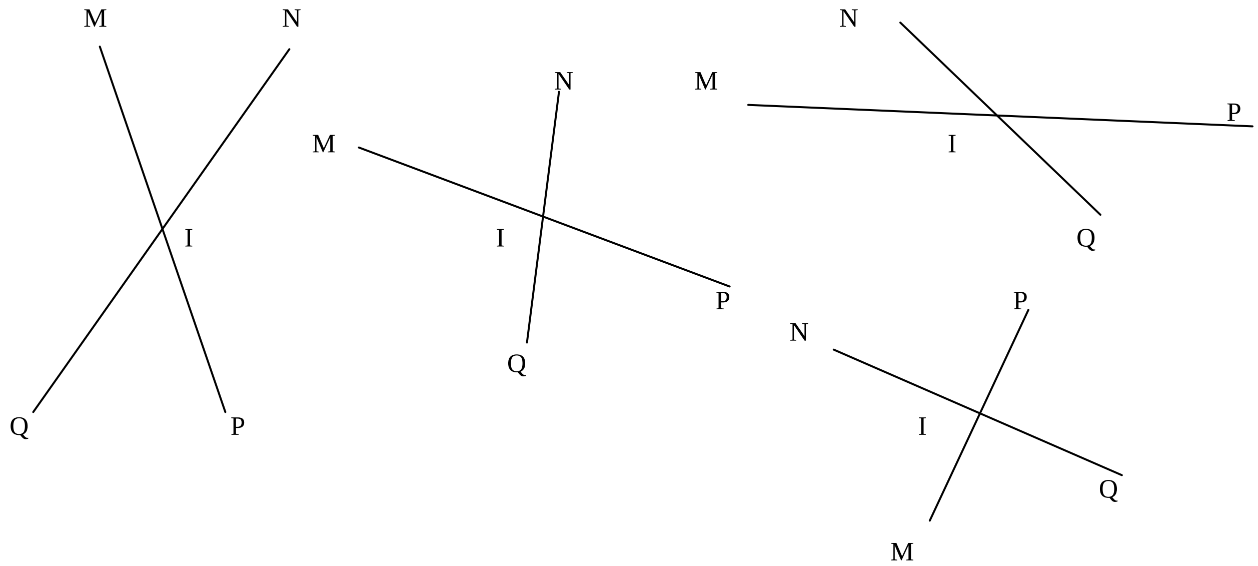
On considère un parallélogramme ABCD. On sait que $\widehat{ABC}$ = 30° et $\widehat{BCD}$ = 150°.

Quelle est la mesure de $\widehat{CDA}$ *et* $\widehat{DAB}$?

ACTIVITE 4 : RECONNAITRE UN PARALLELOGRAMME

A - Autour des diagonales

On considère les 4 dessins suivants où les segments [MP] et [NQ] ont même milieu I

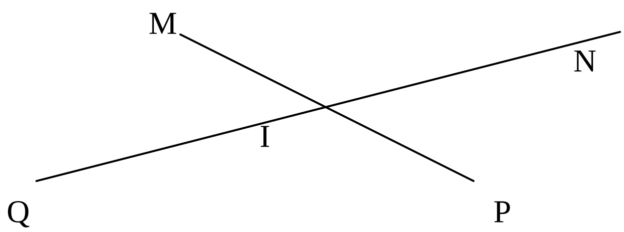


1°) Trace pour chacun d'eux le quadrilatère MNPQ.
2°) Observe les côtés opposés et le parallélisme de ces quadrilatères.
3°) En déduire la nature de chacun de ces quadrilatères : ………………………………..

Complète :

Si un quadrilatère a des diagonales qui ont même ……………….. , alors ce quadrilatère est un ……………………………

Démonstration :



On considère les segments [MN] et [NQ] de même milieu I . On trace le quadrilatère MNPQ. Les diagonales de ce quadrilatère ont donc le même milieu I.

Dans la symétrie de centre I :

- le symétrique du point M est le point ……….. et le symétrique du point N est le point ……… Donc le symétrique de la droite (MN) est la droite ……….

Or, on sait que le symétrique d'une droite est une droite …………………, donc les droites (MN) et (QP) sont ………………..

- le symétrique du point N est le point ……….. et le symétrique du point P est le point ……… Donc le symétrique de la droite (NP) est la droite ………. Or, on sait que le symétrique d'une droite est une droite …………………, donc les droites (NP) et (MQ) sont ………………..

Conclusion : Les côtés opposés du quadrilatère MNPQ sont parallèles. Le quadrilatère MNPQ est donc un parallélogramme.

B . Autour du centre de symétrie

Complète la phrase suivante :

Si un quadrilatère admet un ……………………………………………, alors ce quadrilatère un ……………………………..

C - Autour des côtés

Complète les deux phrases suivantes :

Si un quadrilatère a ses côtés ……………… de même …………………, alors ce quadrilatère est un ……………………………………

Si un quadrilatère a deux côtés opposés qui sont ………………………. et de même …………………, alors ce quadrilatère est un ………………………….

D – Autour des angles

Complète la phrase suivante :

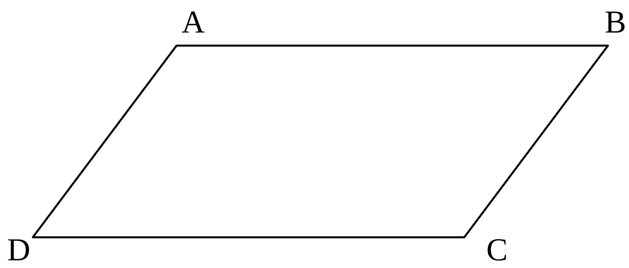
Si un quadrilatère a ses angles ………………….. de même ……………………., alors ce quadrilatère est un ……………………………………………

Exercice n°11 : Trace deux cercles concentriques (C1) et (C2) de centre I. Trace [AC] diamètre de (C1) et [BD] diamètre du cercle (C2). Démontre que ABCD est un parallélogramme.

Exercice n°12 : Trace un triangle quelconque ABC. Soit I le milieu de [BC]. Soit A' le symétrique de A par rapport à I. Démontre que le quadrilatère ABA'C est un parallélogramme.

Exercice n°13 : Trace un triangle quelconque ABC. Soit D et E les symétriques respectifs de B et C par rapport à A. Démontre que le quadrilatère BCDE est un parallélogramme.

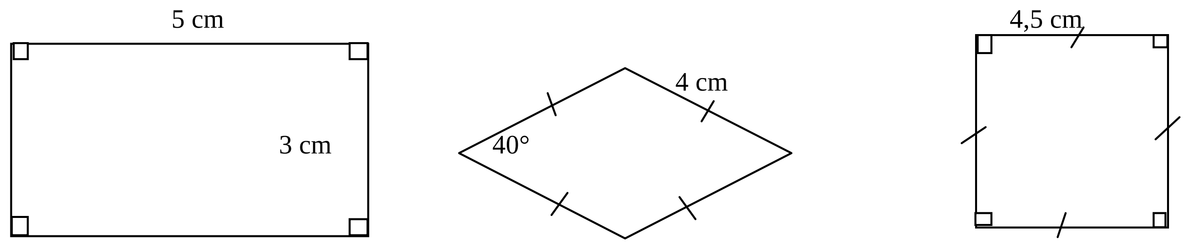
Exercice n°14 :
On considère le parallélogramme ABCD ci-contre.
Soit E le point situé sur [AB] tel que AE = 2 cm.
Soit F le point situé sur [CD] tel que CF = 2 cm.
Place les points E et F.
Démontre que le quadrilatère AECF est un parallélogramme.



Exercice n°15 : Construire un quadrilatère ABCD tel que $\widehat{ABC} = 50°$, $\widehat{CDA} = 50°$ *et* $\widehat{BCD} = 130°$.
Démontre que ce quadrilatère est un parallélogramme.

Exercice n°16 : Rappel sur la définition du rectangle, du losange et du carré

1°) Donne le nom et Construis en vraie grandeur les trois figures suivantes :



……………………….   ………………………..   ………………………

2°) Complète les phrases suivantes :
- Un rectangle est un quadrilatère qui a ……………………………………………….
- Un losange est un quadrilatère qui a ……………………………………………………………
- Un carré est un quadrilatère qui a ……………………………………….. et ………………………… ……………………………………………….

ACTIVITE 5 : AUTOUR DU RECTANGLE

1°) Dessine deux parallélogrammes ayant un angle droit :

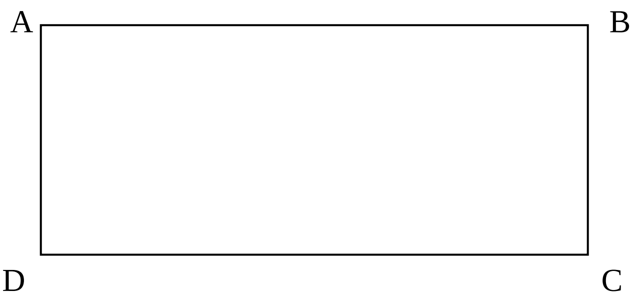
Que remarques-tu ? : ……………………………………………………………………

Complète :

Un rectangle est un parallélogramme ayant ………………………………………

Si un parallélogramme a ………………………………, **alors c'est un rectangle**

2°) On considère le rectangle ABCD ci-dessous :



a. Cite la propriété qui permet d'affirmer que les côtés opposés du rectangle sont parallèles :

……

……

b. Complète :

Le rectangle ABCD a ses côtés opposés parallèles, c'est donc un …………………………………… ;

sont centre de symétrie est donc le point O milieu des ………………………………..

c. Trace le point O, centre de symétrie et trace les axes de symétrie que l'on notera d_1 et d_2 du rectangle ABCD.

d. *Complète :*

e.

La droite d_1 est la médiatrice des segments …….. et ………

La droite d_2 est la médiatrice des segments ……. et ………

Les droites d_1 et d_2 se coupent au point ……….

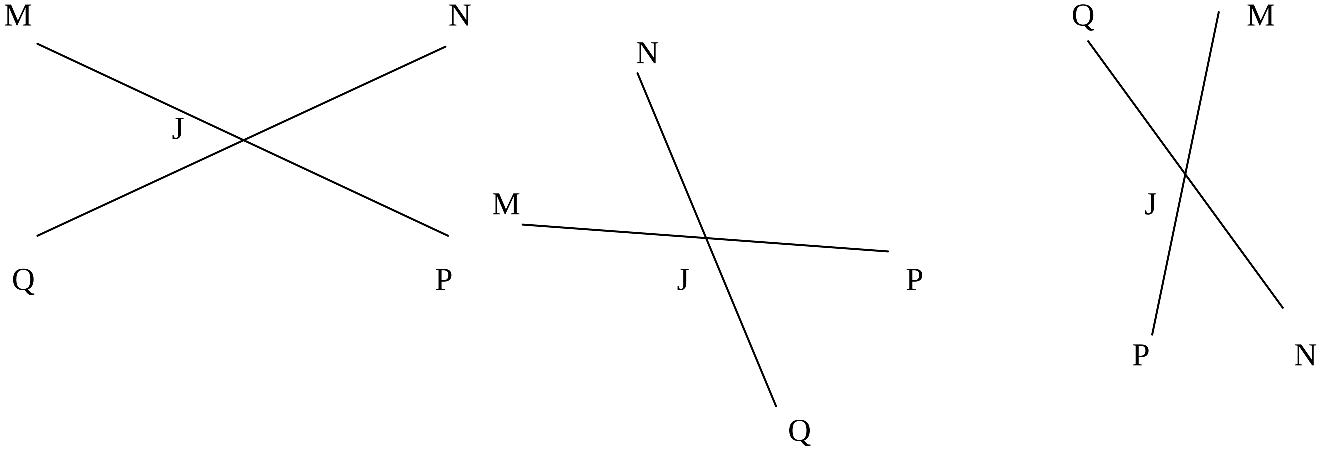
On a ainsi : AO = B ….. et OC = ….D

On a donc : AC = ……

Le rectangle ABCD a un ……………………………….. et deux ……………………………………..

Ses diagonales ont la même …………………. et se coupent en leur ……………

3°) On considère les dessins ci-dessous où les segments [MP] et [NQ] ont même milieu J et de plus ont même longueur.



a. Trace le parallélogramme MNPQ.

b. Examine les angles de ces parallélogrammes. Coche ta réponse :

Les diagonales d'un parallélogramme ayant même longueur, les angles de ce parallélogramme ne semblent pas être droits.

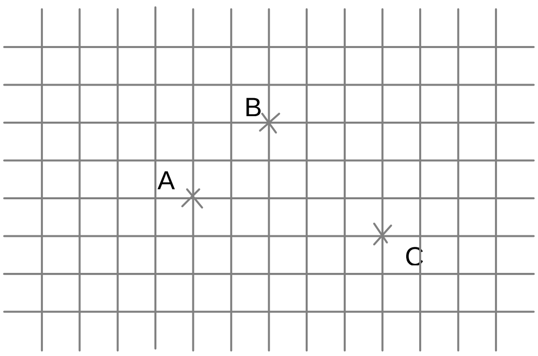
Les diagonales d'un parallélogramme ayant même longueur, les angles de ce parallélogramme semblent être droits.

On admettra le résultat suivant :

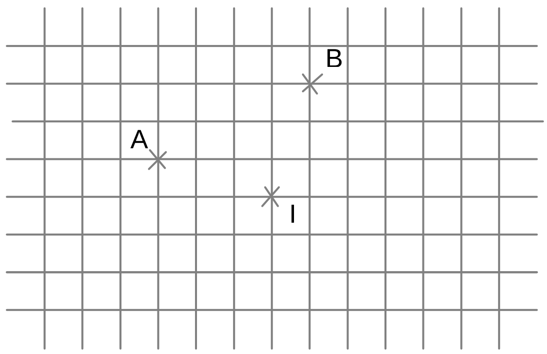
Si un quadrilatère a ses diagonales de même …….………………….et on même ……………., alors ce quadrilatère est un ……………………….

Exercice n°17 :

1°) En utilisant le quadrillage ci-dessous, place le point D tel que ABCD soit un rectangle.



2°) Construire le rectangle ABCD de centre I. Les points A, B et I ont déjà été placé.



Exercice n°18 :

1°) Trace un rectangle ABCD tel que les diagonales, qui se coupent en I, mesurent 4 cm et tel que $\widehat{AID}$ mesure 30°.

2°) Trace un rectangle ABCD tel que AC = 4 cm et AB = 3 cm.

ACTIVITE 6: AUTOUR DU LOSANGE

1°) a. Construis sur une feuille blanche un losange EFGH tel que : EF = 3cm et $\widehat{EFG}$ = 130°.
b. Découpe la feuille (on veillera à faire apparaître les points E, F, G et T) et par pliage , faire apparaître les axes de symétrie du losange.
c. Qu'observes-tu ?
d. Que peux-tu dire des angles opposés du losange ? Pourquoi ?
e. Colle sur ton cahier d'activité la feuille.

2°) Recopie et complète :
Le losange EFGH a ses angles opposés de même ….. , c'est donc un ….. ; son centre de symétrie est le point O, milieu des …..

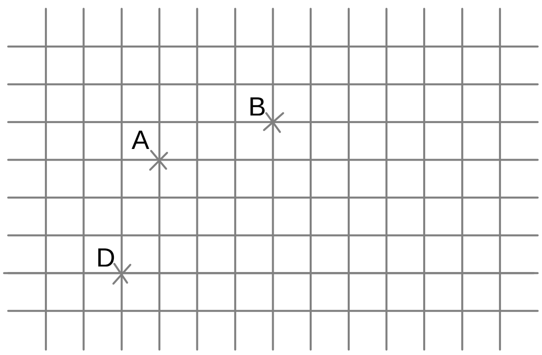
3°) a. Trace les diagonales du losange, ainsi que le point O.
b. Recopie et complète :
* la diagonale [EG] est la …… des angles $\widehat{HEF}$ et $\widehat{HGF}$; elle est aussi la ….. du segment [HG].
* La diagonale [HF] est la ….. des angles $\widehat{EHG}$ et $\widehat{EFG}$; elle est aussi la …. Du segment [EG].
* Les diagonales [EG] et [HF] sont ….. au point …..

c. Recopie et complète :

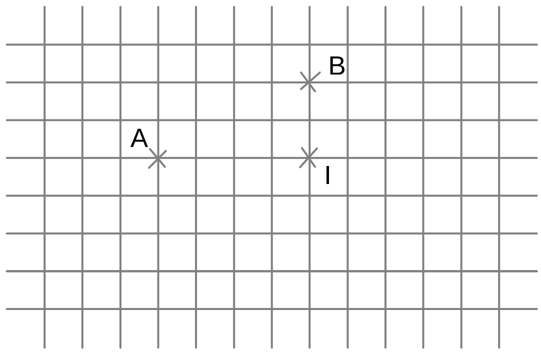
Le losange EFGH a un centre de symétrie, le point d'intersection des …………………...., et deux axes de symétrie portant ses …… Les diagonales sont ……………..… en leur milieu.

Exercice n°19 :

1°) Construis le losange ABCD.
Les points A, B et D ont été déjà placé.



2°) Construis le losange ABCD de centre I
Les points A, B et I ont déjà été placé.

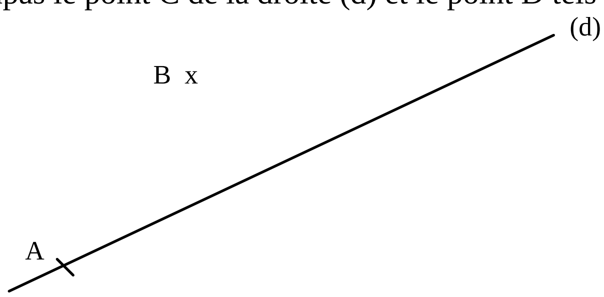


Exercice n°20 :

Trace un losange ABCD tel que la diagonale [AC] mesure 6 cm et tel que [BD] mesure 4 cm.

Exercice n°21 : Trace un losange ABCD tel que DA = 2,4 cm et tel que $\widehat{DAB}$ = 30°.

Exercice n°22 : Trace au compas le point C de la droite (d) et le point D tels que ABCD soit un losange.



ACTIVITE 6 : AUTOUR DU CARRE

1°) Construis un carré IJKL tel que IJ = 4 cm.

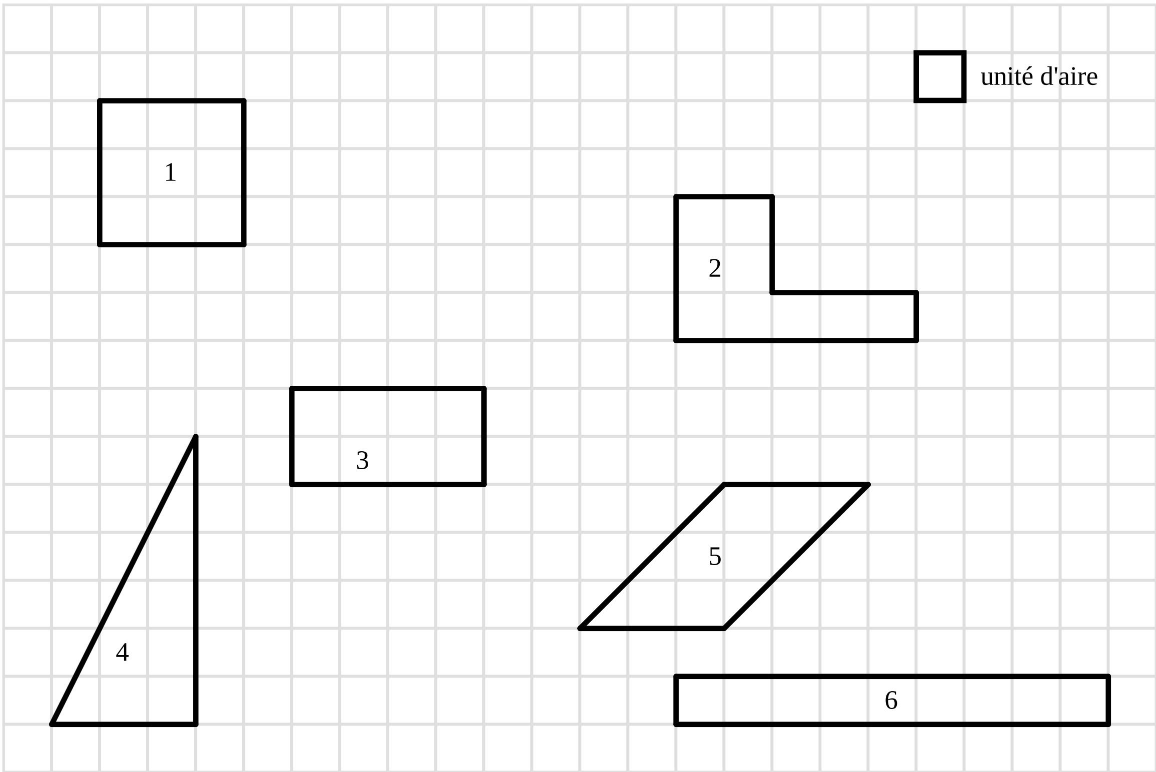
2°) Explique pourquoi ce carré est à la fois un rectangle et un losange.

3°) Trace son centre de symétrie et ses axes de symétrie.

4°) Cite toutes les propriétés des diagonales du carré.

Exercice n°23 : **Pour prendre un bon départ sur les formules d'aires**

A - « L'intrus » : Sur le quadrillage ci-dessous, on a dessiné six figures. Sachant que l'unité d'aire est le carreau, calcule l'aire de chacune des 6 figures et trouve ainsi l'intrus .



Aire de la figure 1 : .... ; Aire de la figure 2 : .... ; Aire de la figure 3 : .... ;

Aire de la figure 4 : .... ; Aire de la figure 5 : .... ; Aire de la figure 6 : .... ;

L'intrus est la figure ....

B - 1°) Complète: **Aire du rectangle**: Aire = ... avec L : la longueur l : la largeur

Aire du carré: Aire = ... = $\ldots\ldots\ldots^{2}$ avec c : le côté

2°) Calcule l'aire des figures suivantes:

Figure 1

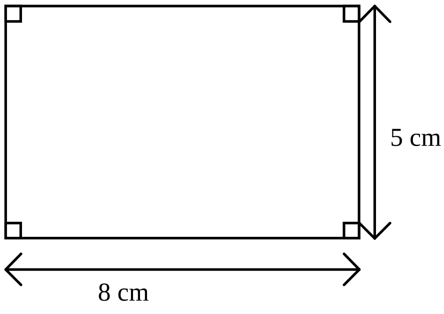


Figure 2

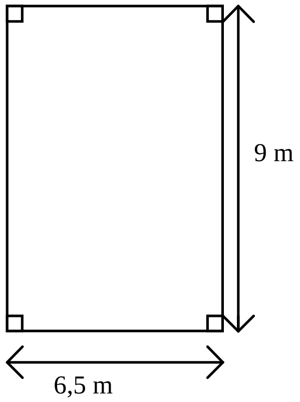


Figure 3

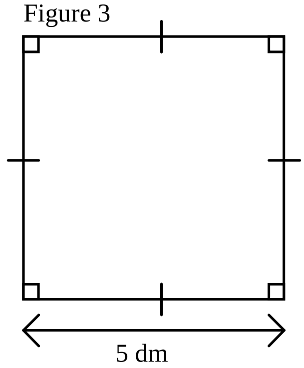


Figure 1 : Aire = ...

Figure 2 : Aire = ...

Figure 3 : Aire = ...

<u>Exercice n°24 : **Revoir les UNITES D'AIRE**</u>

km²		**hm²**		**dam²**		**m²**		**dm²**		**cm²**		**mm²**	
		ha		**a**		**ca**							
							1						

1 m² = 100 dm² = 10 000cm² = 1 000 000 mm²
1 m² = 0,01 dam² = 0,000 1 hm² = 0,000 001 km²
ca = 1 m² 1 a = 1 dam² 1 ha = 1 hm²

1. *Indique une unité appropriée pour exprimer chaque longueur ou chaque aire :*

a) la hauteur de la salle de classe : ………………….. b) l'étendue d'un champ : ………………………
c) la distance Paris – Lyon : ………………………… d) la superficie d'une table : ……………………
e) le périmètre d'un stade : ………………………….. f) l'aire d'un confetti : ……………………………

2. *Complète :*

360 cm² = 3,6 ………. 1 km² = 1 000 000 ……….. 10 000 m² = 1 …………

8 m² = …………… dm ² = ………………….cm² .

145 cm² = ……………….. m² = ……………….. mm²

0,1 dam ² = ………………..m² = ………………… km²

3. *Complète :*

15,4 m ² = ……………………………..dm ²

0,02 cm ² = ……………………………..mm ²

3,5 dam ² = …………………………….. cm ²

4,9 km ² = …………………………….. m ²

2,74 dm ² = …………………………….. cm ²

0,68 cm ² = …………………………….. mm ²

1 600 m ² =…………………………….. km ²

154 km ² = …………………………….. dm ²

2 024 mm ² =……………………………..m ²

6 325 cm ² = ……………………………..m ²

3 060 mm ² = …………………………….. cm ²

58 830 cm ² = …………………………….. m ²

46 000 m ² = …………………………….. km ²

172 mm ² = …………………………….. cm ²

3 m^2 = …………………………….. cm^2

3 ha = …………………………….. m^2

856 ca = …………………………….. m^2

8 400 a = …………………………….. ha

18 a = …………………………….. ha

1 m^2 35 dm^2 = ……………………………dm^2

6 dam^2 8 m^2 29 dm^2 = ……………………dm^2

14 506 cm^2 = ……...m^2 ….…….. dm^2 .. ……..cm^2

7 dam^2 = ………m^2 = 70 000 …..

7,2 mm^2 = …………………………….. cm^2

18 ha = …………………………….. cm^2

470 dm^2 = …………………………….. a

3,5 km^2 = …………………………….. ha

0,0071 km^2 = …………………………….. a

14 m^2 7 dm^2 = ……………………………..dm^2

480 cm^2 = ………dm^2 …………..cm^2

756 000 cm^2 =…..……m^2 ………dm^2………cm^2

6,2 m^2 = ……………dm^2 = 0,00062 ………

ACTIVITE 7 :

A - 1) - Découpe les parallélogrammes 1 et 2.

- Quel est celui qui a l'aire la plus grande ? …………………………..

2) - Découpe le parallélogramme 2 le long des pointillés, puis assemble les 2 parties obtenues de façon à former un rectangle.

- Que peux-tu dire de l'aire du rectangle obtenu et de l'aire du parallélogramme 1 ? …………………….
- Calcule cette aire en cm^2 : ………………………………………………………

B - 1) - Découpe les parallélogrammes 3 et 4.

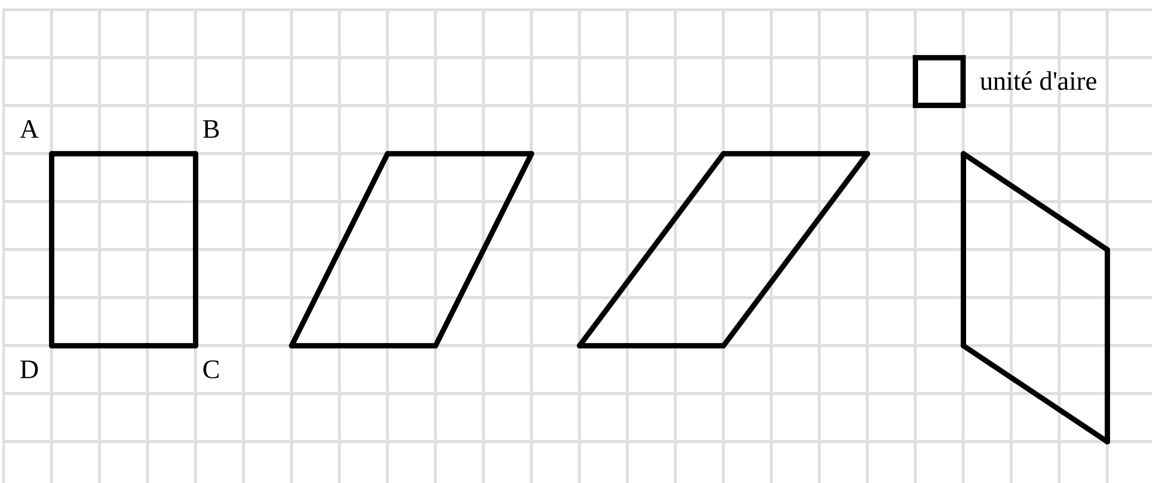
- Quel est celui qui a l'aire la plus grande ? ………………………………………..

2) - Découpe le parallélogramme 4 le long des pointillés, puis assemble les 2 parties obtenues de façon à former un rectangle.

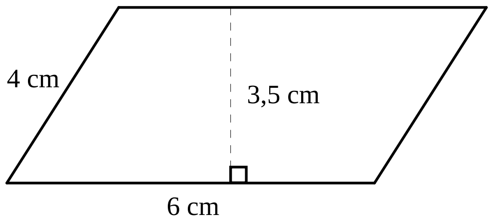
- Que peux-tu dire de l'aire du rectangle obtenu et de l'aire du parallélogramme 3 ? …………………
- Calcule cette aire en cm^2 : ……………………………

Exercice n°25 :

En prenant comme unité d'aire le carreau, donne l'aire du rectangle ABCD puis l'aire de chacun des parallélogrammes.



Exercice n°26: La figure ci-contre est un parallélogramme

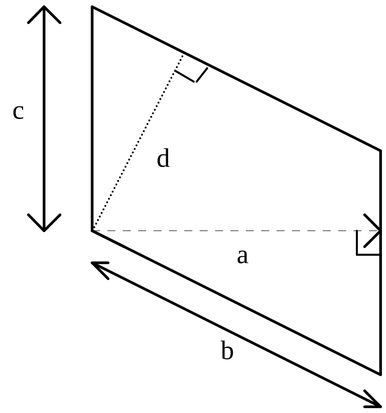


1° Calcule son aire.

2° Calcule son périmètre.

Exercice n°27:

On considère le parallélogramme ci-contre.
(*a et d désignent les hauteurs*).



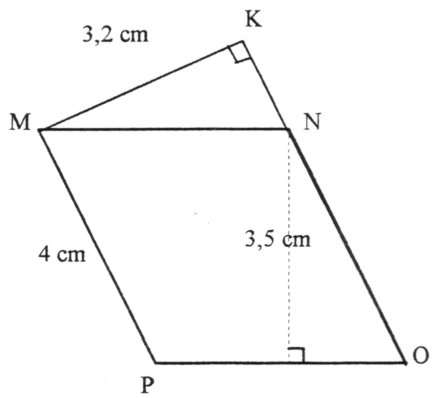
Entoure les produits qui expriment l'aire de ce parallélogramme ?

$a \times d$	$c \times d$	$b \times d$	$a \times b$	$a \times c$	$b \times c$

Exercice n°28 : Complète le tableau suivant, où c désigne un côté de parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté, et A l'aire du parallélogramme:

c	h	A
7,3 cm	5,4 cm	...
225 m	2 dam	... dam^2
5 m	...	11,5 m^2
... m	15 cm	4,5 m^2

Exercice n°29:



1° Calcule l'aire du parallélogramme MNOP représenté ci-contre.

2° Calcule PO (arrondir à 0,1 près).