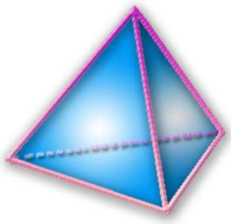
Thème N°13 : LE PARALLELOGRAMME (2)
Parallélogrammes

A la fin du thème, tu dois savoir :

- Définition du parallélogramme.
- Propriétés du parallélogramme
- Reconnaitre un parallélogramme.
- Construire un parallélogramme en utilisant les côtés et un angle de mesure donnée.
- Définition du losange, du rectangle, du carré
- Propriétés du losange, du rectangle, du carré
- Construire un losange, un rectangle, un carré
- Reconnaitre un losange.
- Reconnaitre un rectangle.
- Reconnaitre un carré.
- Aire du parallélogramme

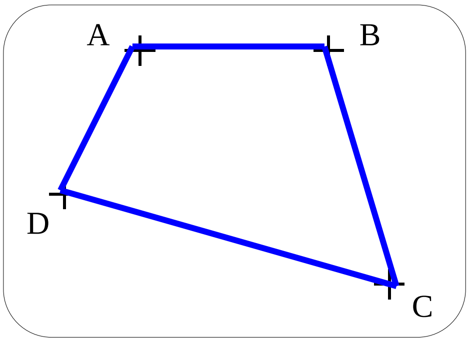


ACTIVITE 1: Découvrir le parallélogramme

Partie A : Nommer un quadrilatère (rappel)

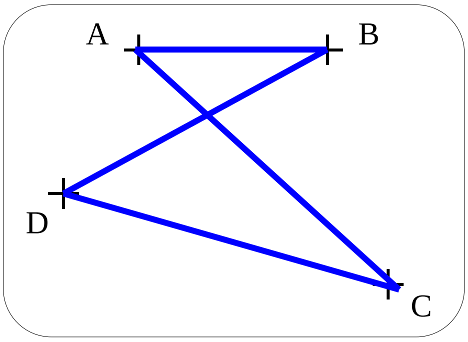
A, B, C, D sont quatre points distincts. On a reproduit ci-dessous 3 fois le dessin de ces points.

Figure 1



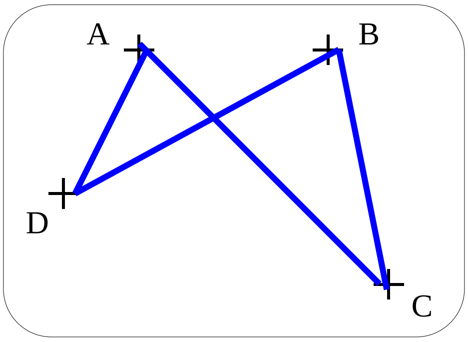
ABCD

Figure 2



ABDC

Figure 3



ACBD

a. Dans chacun des 3 cas, joins par des segments les points dans l'ordre indiqué. N'oublie pas de joindre le dernier point au premier. Que constates-tu ?

On obtient 3 quadrilatères différents

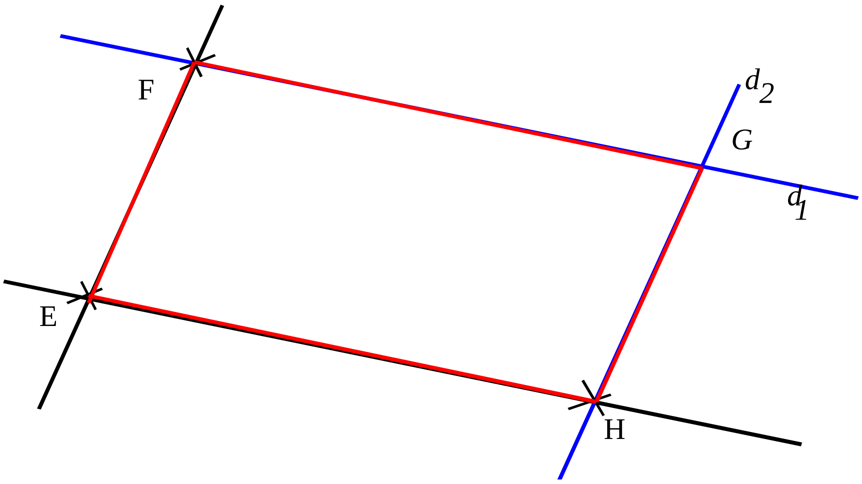
b. Sans changer la disposition des points, mais en changeant l'ordre, penses-tu qu'il soit possible d'obtenir d'autres figures ? **Non**

c. L'ordre des points étant donné, il n'y a qu'une seule possibilité de figure. Par contre, la figure étant donnée, on peut la désigner de plusieurs façons. Donnes d'autres façons pour désigner la figure 1.

ABCD - BCDA - CDAB - DABC
ADCB - BADC - CBAD - DCBA

B – Définir le parallélogramme

1° Trace les droites (EF) et (EH)



2° a) Construis la droite d_1 , passant par F , et parallèle à la droite (EH).

b) Construis la droite d_2 , passant par H , et parallèle à la droite (EF).

3° Les droites d_1 et d_2 se coupent en un point G. Repasse en rouge le quadrilatère EFGH.

4° Complète les phrases suivantes :

Dans le quadrilatère EFGH :

- *Le côté [EF] est parallèle au côté* **[HG]**.
- *Le côté [EH] est parallèle au côté* **[FG]** .

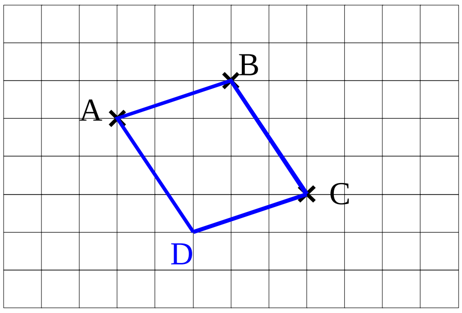
On dit que le quadrilatère EFGH est un **parallélogramme.**

5° **Définition :** Complète avec les mots: "côtés", "quadrilatère", "opposés", "parallélogramme", "parallèles".

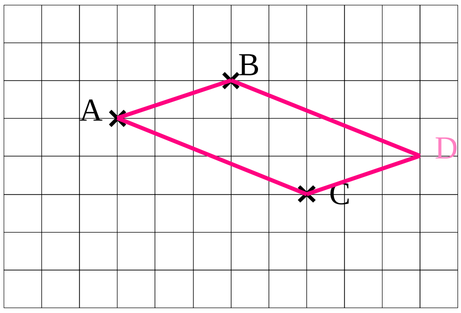
Par définition, un **parallélogramme** est un **quadrilatère** qui a ses **côtés opposés parallèles.**

Partie C : Constructions

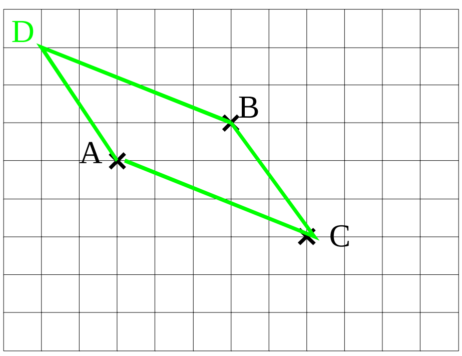
a) En utilisant le quadrillage ci-dessous, trace le parallélogramme ABCD, dans cet ordre.



b) En utilisant le quadrillage ci-dessous, trace le parallélogramme ABDC.

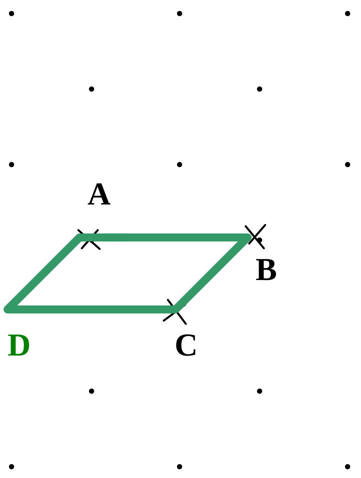


c) En utilisant le quadrillage ci-dessous, trace le parallélogramme ACBD.

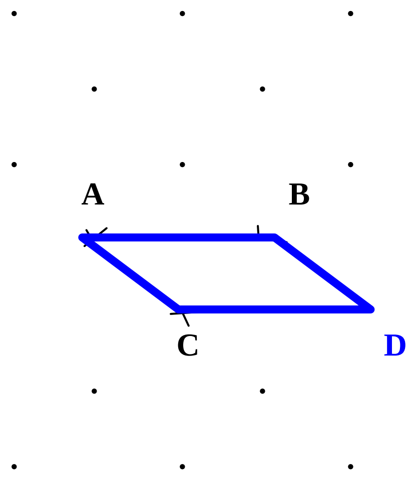


2°) Utilise les quadrillages pointés ci-dessous pour construire les parallélogrammes suivants :

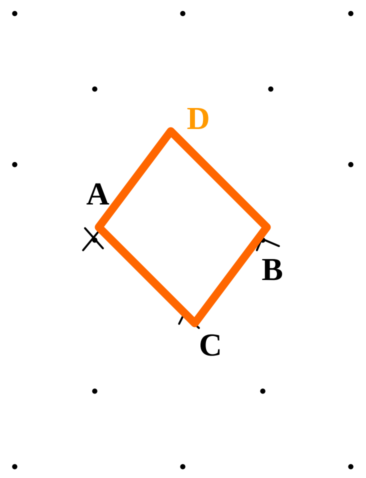
Parallélogramme ABCD



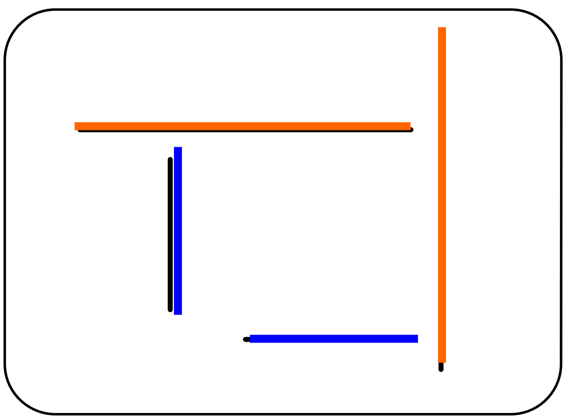
Parallélogramme ABDC

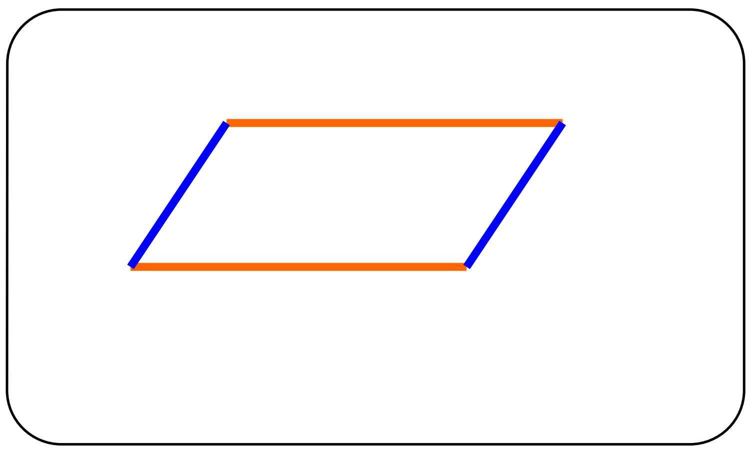


Parallélogramme ACBD

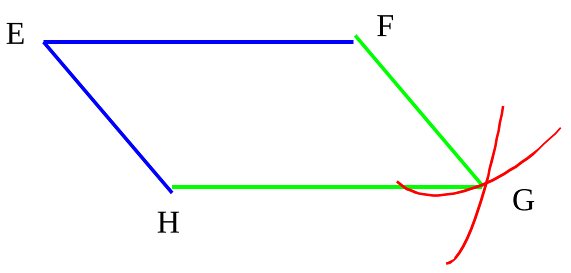


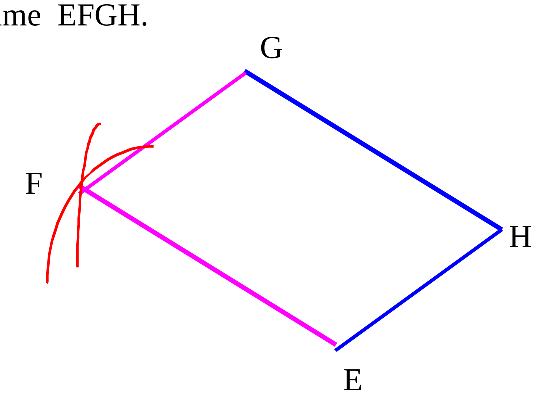
3°) **a)** En utilisant les quatre segments, dessine un parallélogramme (matériel utilisé: règle et compas)





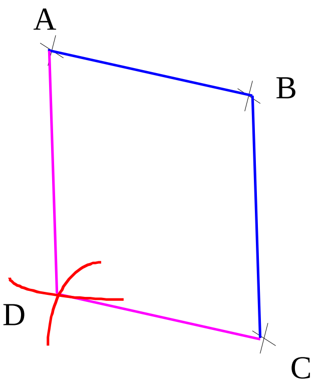
b) Construis dans chacun des deux cas le parallélogramme EFGH.



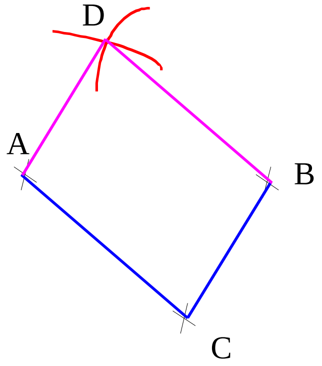


c) Trace les parallélogrammes demandés ci-dessous :

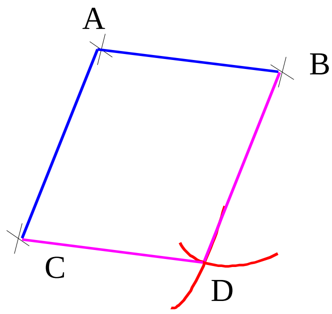
Parallélogramme ABCD

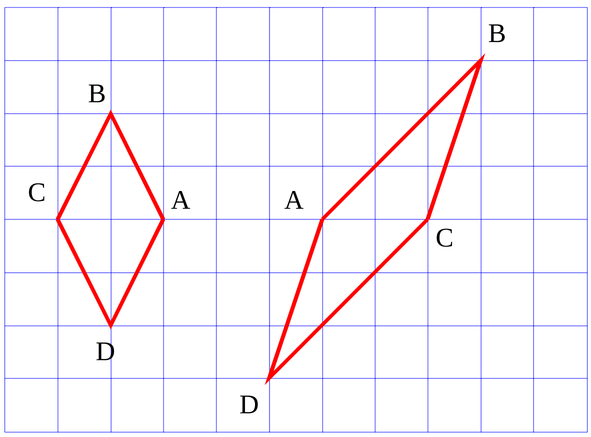


Parallélogramme ACBD



Parallélogramme ABDC

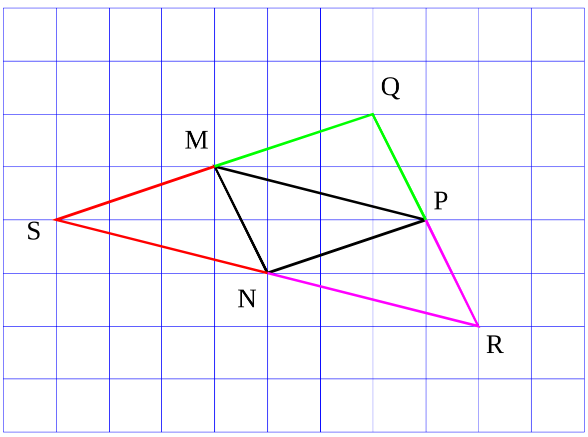




Exercice n°1: Dans chacun des cas suivants (figure à gauche), tracer le point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

Exercice n°2: **a)** Reproduire la figure de droit.

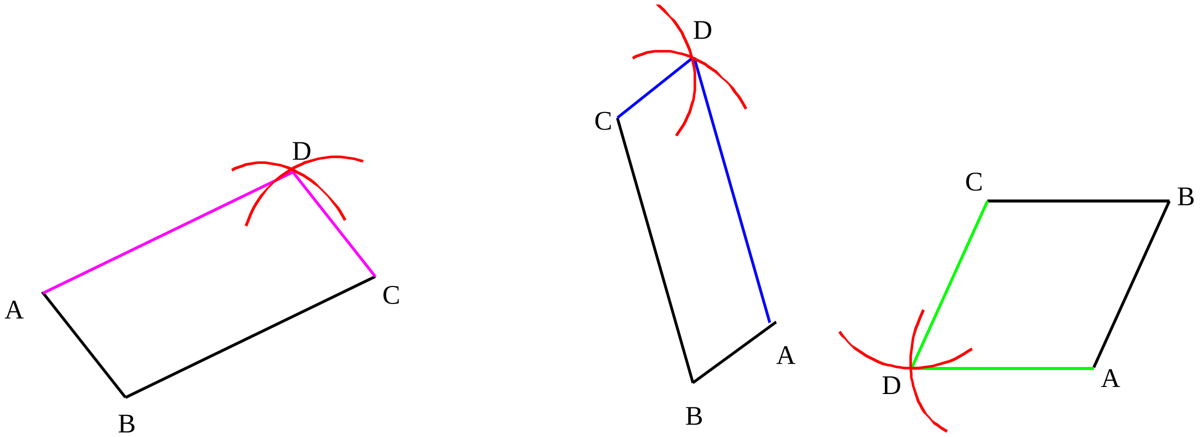
b) Tracer, en s'aidant du quadrillage, tous les parallélogrammes ayant pour sommets les points M, N et P.



c) Nommer les parallélogrammes obtenus.

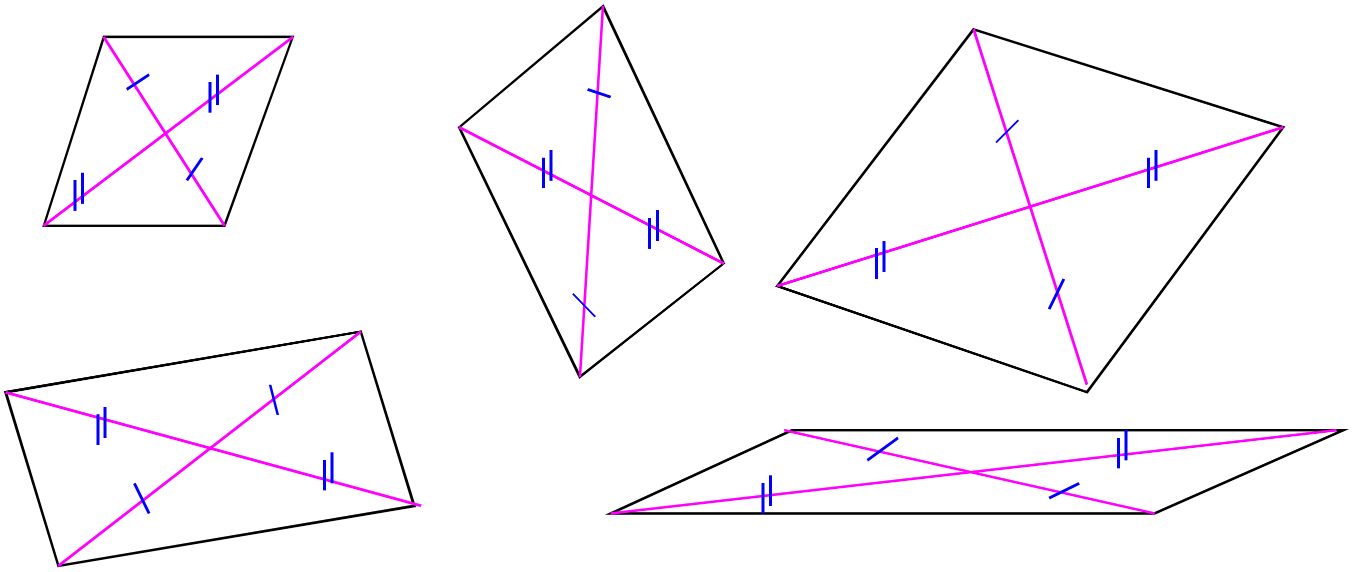
SMPN - MNPQ - MPRN

Exercice n°3: Dans chacun des cas, reproduire une figure du même type et tracer au compas le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.



<u>ACTIVITE 2:</u> <u>PARALLELOGRAMME ET CENTRE DE SYMETRIE</u>

On considère les 5 parallélogrammes ci-dessous :



1°) Pour chacun des parallélogrammes ci-dessus, construis , s'il existe, le centre de symétrie.

2°) Que constates-tu ? **Il existe un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales.**

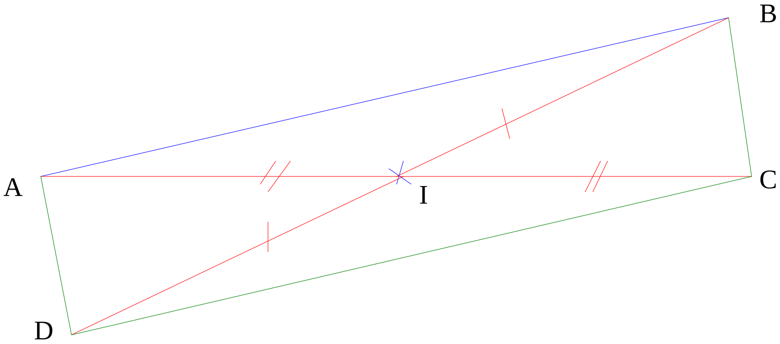
3°) *Complète :*

Un parallélogramme admet un **centre de symétrie** Ce centre de symétrie est le point d'**intersection** de ses **diagonales**

<u>Exercice n°4 :</u>

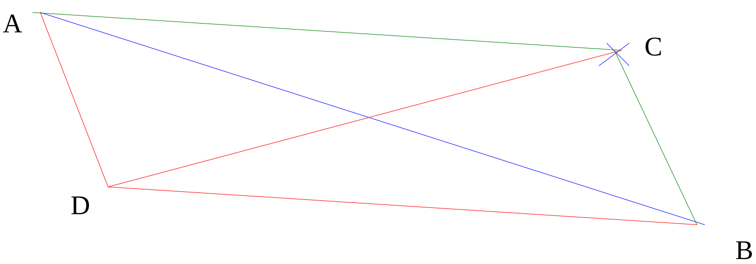
1°) Le centre et un côté.

Construis le parallélogramme ayant [AB] pour côté et I pour centre de symétrie.

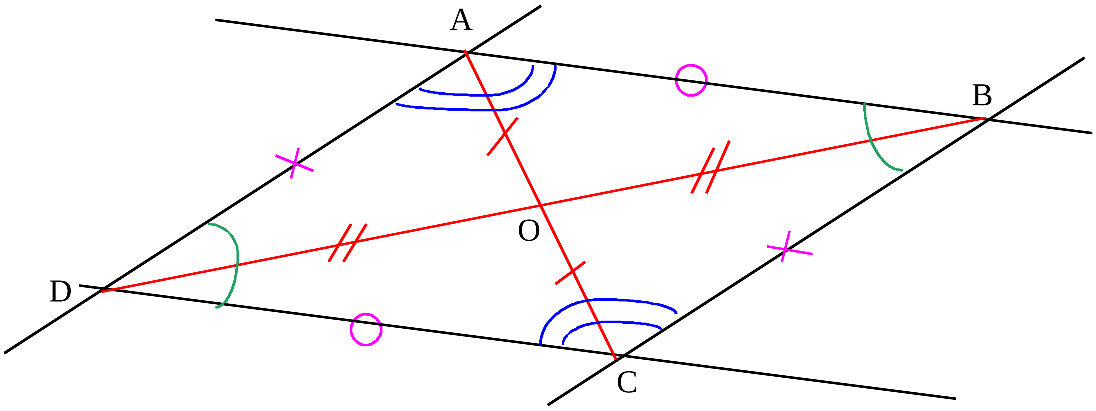


2°**) Une diagonale et un sommet.**

Construis le parallélogramme ayant [AB] pour diagonale et C pour sommet.



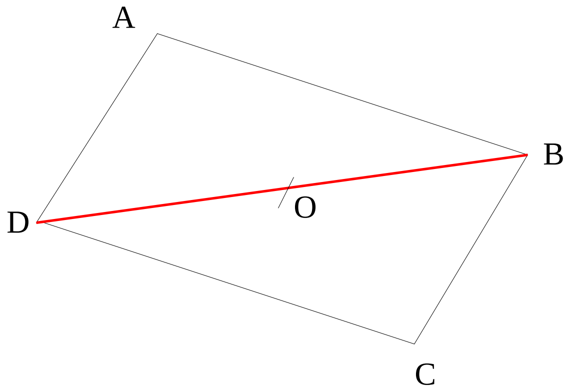
ACTIVITE 3:



1er PROPRIETE:

En utilisant ton compas que tu pique en O, (ou en mesurant), compare les longueurs OA et OC.
que constates-tu ? : **OA = AC**.
Compare les longueurs OB et OD, que constates-tu ? **DO = OB**
Complète:

Dans tout parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.



On considère un parallélogramme ABCD. On trace sa diagonale [BD]. On appelle O le milieu de [BD].
Dans la symétrie de centre O :

- Le symétrique du point B est **D**
- Le symétrique de la droite (BA) est la droite parallèle à la droite **(BA)** passant par le point **D**.
- Le symétrique du point D est le point **B**
- Le symétrique de la droite (DA) est la droite parallèle à droite **(BC)**. passant par le point **B**
- Comme le point A est le point d'intersection des droites (AB) et (DA), le symétrique du point A est le point d'intersection des droites **(DC)** et **(BC)**.
- Le symétrique du point A est donc le point **C**
- Donc le point O est le milieu de **[DC]**…………

Conclusion : I est le milieu des diagonales du parallélogramme.

2ème PROPRIETE:

Que penses-tu des longueurs des côtés opposés ? : **Ils ont la même longueur**.

Démonstration : *Complète:*
D'après la propriété énoncée ci-dessus, on peut dire que:

- O est le **milieu** de [AC] et O est le **milieu** de [DB].
- Donc, dans la symétrie centrale de centre O, A a pour symétrique le point **C** et B a pour symétrique le point **D**.
- Le segment [AB] a donc pour symétrique le segment **[DC]**.
- Or tu sais que le symétrique d'un segment est un segment de même **longueur**.
- Donc les longueurs AB et CD sont **de même longueur**.

Dans tout parallélogramme, les côtés opposés ont même longueur.

$3^{ème}$ PROPRIETE:

Complète :

Si ABCD est un parallélogramme, et si O est le milieu de ses deux diagonales alors, dans la symétrie de centre O :

A a pour image **C** et B a pour image **D**

Le segment [AB] a donc pour image le segment **[DC]**.

Or, dans une symétrie centrale, le symétrique d'un segment est un segment qui lui est **parallèle**, donc [AB] est **parallèle** à [CD].

D'autre part : Une symétrie centrale conserve les longueurs, donc **AB** = **DC**.

Conclusion : **(AB) parallèle à (DC)** **et** **AB = DC**

(On démontrerait de la même manière que (AD) // (BC) et AD = BC)

Un parallélogramme a deux côtés opposés parallèles et de même longueur

$4^{ème}$ PROPRIETE:

A l'aide de ton rapporteur, mesure les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{DCB}$: $\widehat{DAB}$ = **140°** ; $\widehat{DCB}$ = **140°**.

Conclure : $\boxed{\widehat{DAB} = \widehat{DCB}}$

En est-il de même pour $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$? **Oui**.Complète:

Dans tout parallélogramme, les angles opposés ont même mesure.

Démonstration :

Si ABCD est un parallélogramme, et si O est le milieu de ses diagonales alors, dans la symétrie de centre O :

D a pour image **B**

A a pour image **C**.

B a pour image **D**.

A a pour image **C**.

B a pour image **D**.

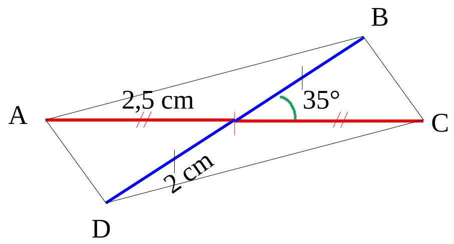
C a pour image **A**.

L'angle $\widehat{DAB}$ a pour image l'angle $\widehat{DCB}$ et l'angle $\widehat{ABC}$ a donc pour image l'angle $\widehat{ADC}$.

Or dans la symétrie centrale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure, donc

$\widehat{DAB} = \boxed{\widehat{DCB}}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

Exercice n°7 :



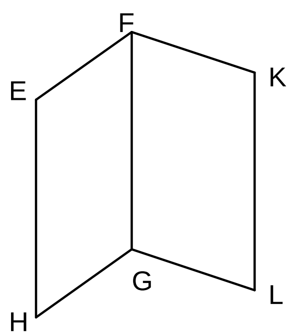
Exercice n°8 :

On sait que : EFGH et FGLK sont deux parallélogrammes.

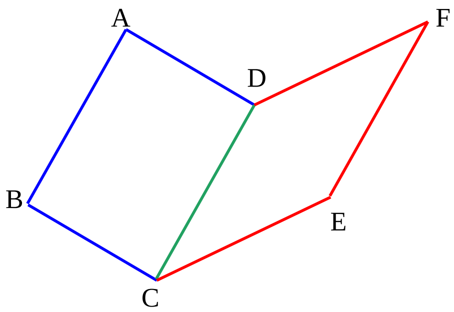
D'après la propriété :Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de la même longueur.

Donc : EH = FG et FG = KL

Conclusion : **EH = KL**



Exercice n°9 :



Démontrons que : AB = EF et (AB // (EF)

On sait que : ABCD et CDFE sont deux parallélogrammes

D'après la propriété : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Conclusion :

- Pour le parallélogramme ABCD, on a :

AB = CD **(1)** et (AB) // (CD) **(2)**

- Pour le parallélogramme CDFE, on a :

CD = EF **(3)** et (CD) // (EF) **(4)**

D'après (1) et (3), on a : AB = EF

On sait que : D'après (2) et (4), on a (AB) // (CD) car si deux droites sont parallèles à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.

Conclusion : **AB = EF et (AB) // (EF**

Exercice n°10 :

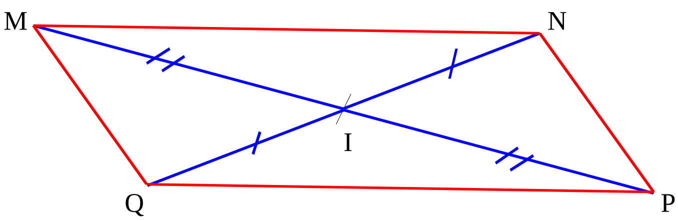
On sait que : ABCD est un parallélogramme.

D'après la propriété : Si un quadrilatère est un parallèlogramme alors ses angles opposés sont de même mesure

Donc : $\boxed{\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 30° \quad \text{et} \quad \widehat{BCD} = \widehat{DAB} = 150°}$

ACTIVITE 4 : RECONNAITRE UN PARALLELOGRAMME

A - Autour des diagonales



3°) En déduire la nature de chacun de ces quadrilatères : **MNPQ est un parallèlogramme.**

Si un quadrilatère a des diagonales qui ont même milieu , alors ce quadrilatère est un parallélogramme

Démonstration : On considère les segments [MN] et [NQ] de même milieu I . On trace le quadrilatère MNPQ. (Voir figure ci-dessus).Les diagonales de ce quadrilatère ont donc le même milieu I.

Dans la symétrie de centre I :

- le symétrique du point M est le point **P** et le symétrique du point N est le point **Q** Donc le symétrique de la droite (MN) est la droite **(QP)**.

Or, on sait que le symétrique d'une droite est une droite **parallèle**, donc les droites (MN) et (QP) sont **parallèles**.

- le symétrique du point N est le point **Q** et le symétrique du point P est le point **M.** Donc le symétrique de la droite (NP) est la droite **(MQ)**. Or, on sait que le symétrique d'une droite est une droite **parallèle**, donc les droites (NP) et (MQ) sont **parallèles**.

Conclusion : Les côtés opposés du quadrilatère MNPQ sont parallèles. Le quadrilatère MNPQ est donc un parallélogramme.

B . Autour du centre de symétrie

Si un quadrilatère admet un centre de symétrie, alors ce quadrilatère un parallèlogramme.

C - Autour des côtés

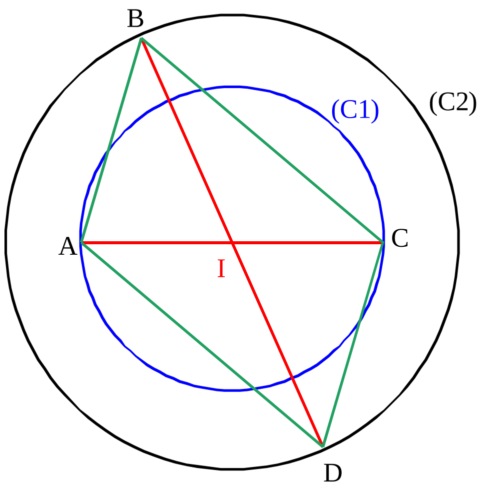
Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallèlogramme

Si un quadrilatère a deux côtés opposés qui sont parallèles et de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallèlogramme.

D – Autour des angles

Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure, alors ce quadrilatère est un parallèlogramme

Exercice n°11 :



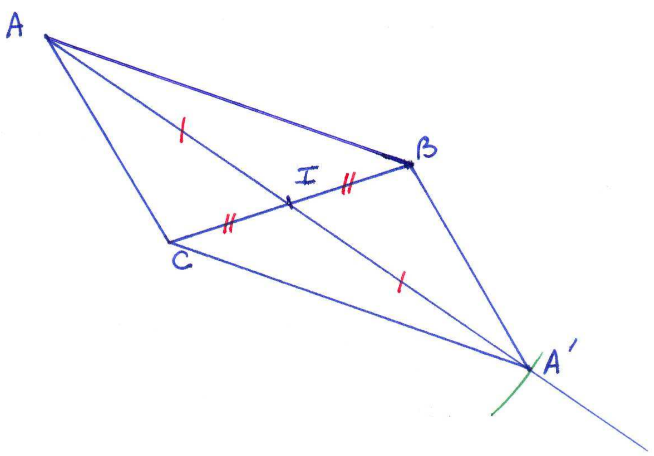
On sait que :

- I milieu de [AC] car [AC] est un diamètre du cercle (C1) de centre I ;
- I milieu de [BD] car [BD] est un diamètre du cercle (C2) de centre I.

Or, si un quadrilatère à ses diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.

Donc : ABCD est un parallélogramme

Exercice n°12 :



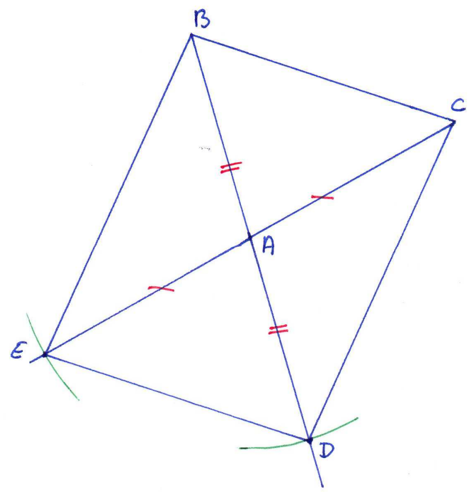
On sait que :

- I milieu de [BC] ;
- I milieu de [AA'] car A' est le symétrique du point A par rapport à I.
-

Or, si un quadrilatère à ses diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.

Donc : ABA'B' est un parallélogramme

Exercice n°13 : .



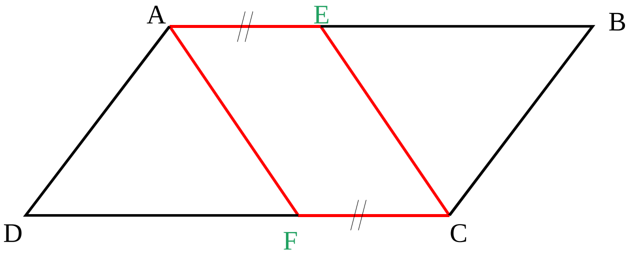
On sait que :

- A milieu de [BD] car D est le symétrique du point B par rapport à A ;
- A milieu de [EC] car E est le symétrique du point C par rapport à A.

Or, si un quadrilatère à ses diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.

Donc : BCDE est un parallélogramme

Exercice n°14 :



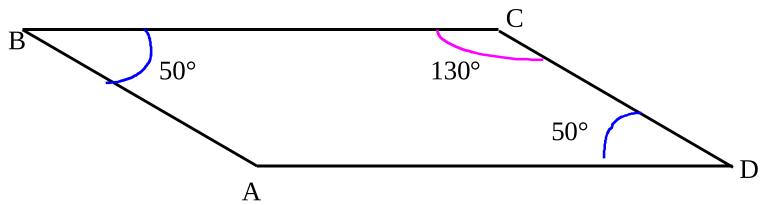
On sait que :

- (AE) parallèle à (FC) car ABCD est un parallélogramme ;
- AE = FC = 2 cm.

Or, si un quadrilatère à deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc : Comme AE = FC et (AE) // (FC) alors AECF est un parallélogramme

Exercice n°15 : .



On sait que :

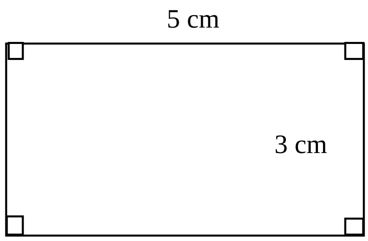
$$\widehat{BCA} = \widehat{BAD} = 130° \quad \text{et} \quad \widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 50°$$

Or, si un quadrilatère à ses angles opposés de la même mesure alors c'est un parallèlogramme.

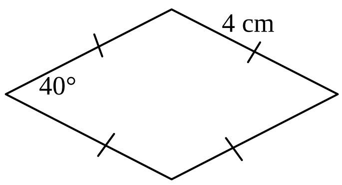
Donc : ABCD est un parallèlogramme

Exercice n°16 : Rappel sur la définition du rectangle, du losange et du carré

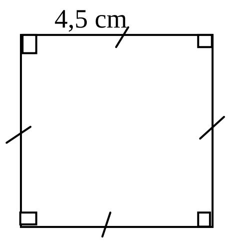
1°)



Rectangle



Losange

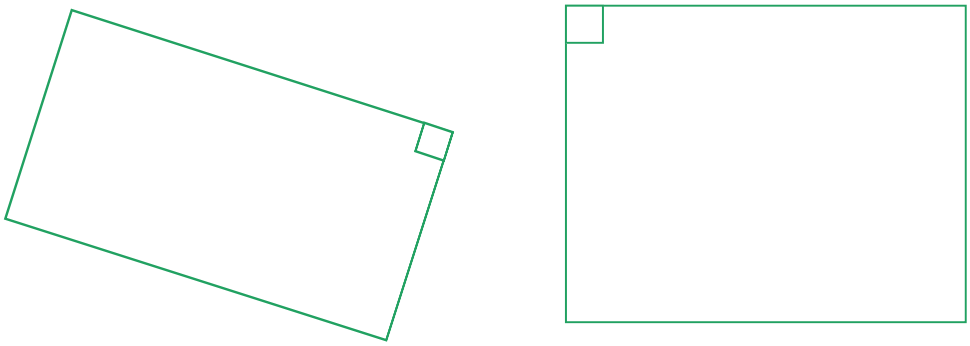


Carré

2°)
- Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
- Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur
- Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de la même longueur

<u>ACTIVITE 5 :</u> <u>AUTOUR DU RECTANGLE</u>

1°)

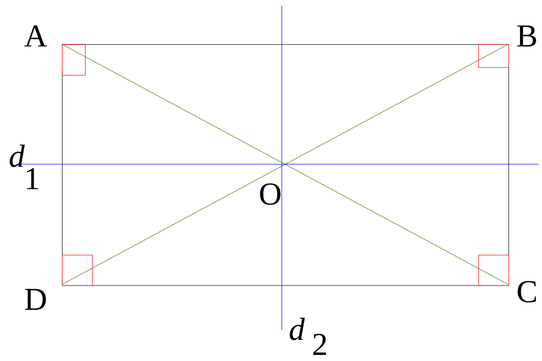


On a deux rectangles

Un rectangle est un parallélogramme ayant un angle droit

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle

2°) On considère le rectangle ABCD ci-contre :



a. Propriété qui permet d'affirmer que les côtés opposés du rectangle sont parallèles :
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.

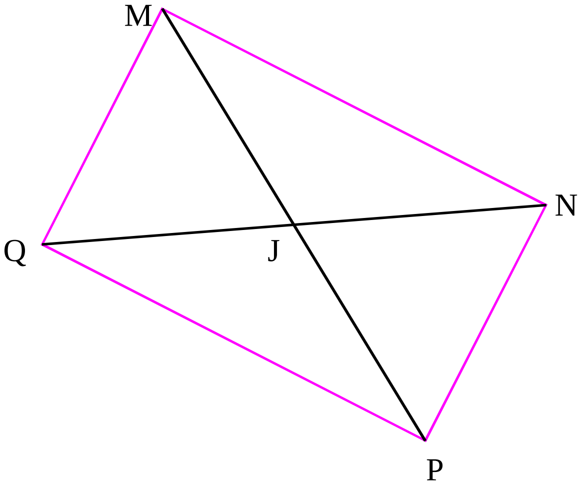
b. Le rectangle ABCD a ses côtés opposés parallèles, c'est donc un **parallélogramme** ; son centre de symétrie est donc le point O milieu des **diagonales**.

c. La droite d_1 est la médiatrice des segments **[AD]** et **[BC]**
La droite d_2 est la médiatrice des segments **[AB]** et **[DC]**
Les droites d_1 et d_2 se coupent au point **O**
On a ainsi : AO = B**O** et OC = **O**D
On a donc : AC = **BD**

Le rectangle ABCD a un centre de symétrie et deux axes de symétrie.

Ses diagonales ont la même longueur et se coupent en leur milieu.

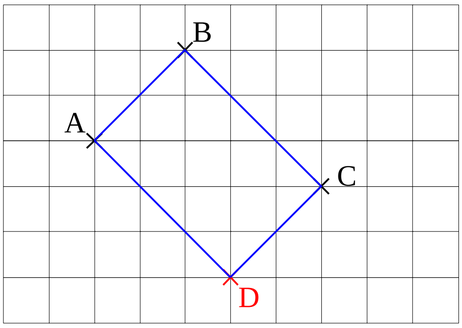
3°)

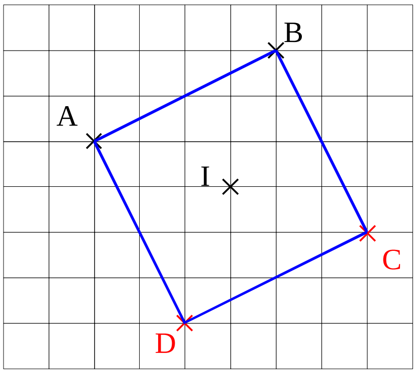


Les diagonales d'un parallélogramme ayant même longueur, les angles de ce parallélogramme semblent être droits.

Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et on même milieu, alors ce quadrilatère est un rectangle

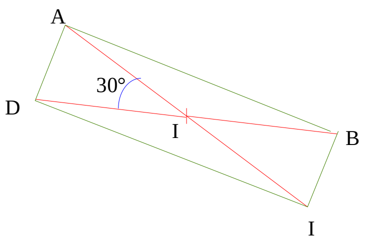
Exercice n°17 :



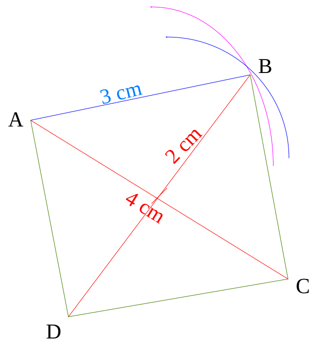


Exercice n°18 :

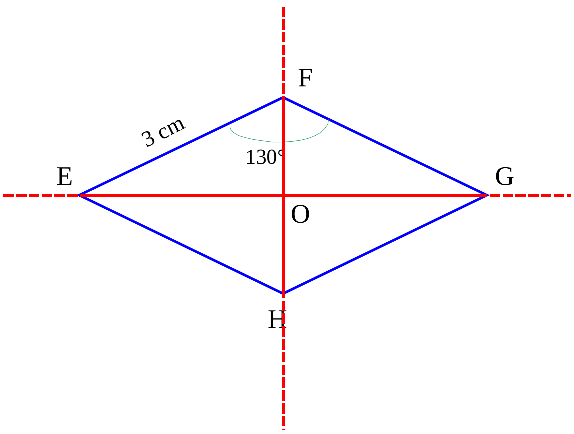
1°)



2°)



ACTIVITE 6 : AUTOUR DU LOSANGE



1°) • Par pliage, on fait apparaître **deux axes de symétries**

• **Les angles opposés ont la même mesure** car dans la symétrie axiale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

2°) Le losange EFGH a ses angles opposés de même **mesure** , c'est donc un **parallélogramme** ; son centre de symétrie est le point O, milieu des **diagonales**.

3°) • la diagonale [EG] est la **bissectrice** des angles $\widehat{HEF}$ et $\widehat{HGF}$; elle est aussi la **médiatrice** du segment [HG].

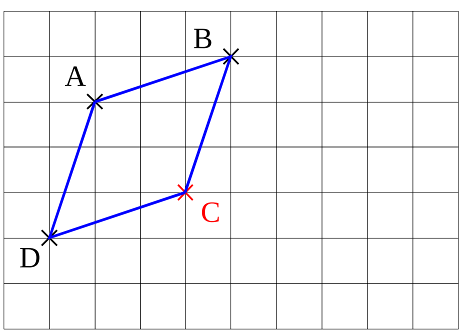
• La diagonale [HF] est la **bissectrice** des angles $\widehat{EHG}$ et $\widehat{EFG}$; elle est aussi la **médiatrice** du segment [EG].

• Les diagonales [EG] et [HF] sont **perpendiculaires** au point **O**.

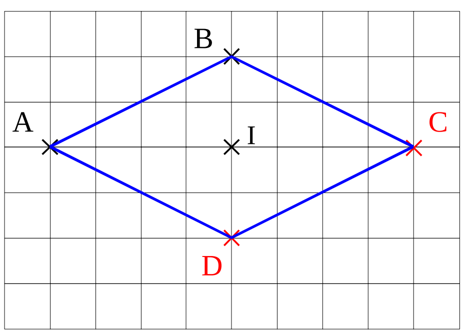
Le losange EFGH a un centre de symétrie, le point d'intersection des diagonales, et deux axes de symétrie portant ses diagonales. Les diagonales sont perpendiculaires en leur milieu.

Exercice n°19 :

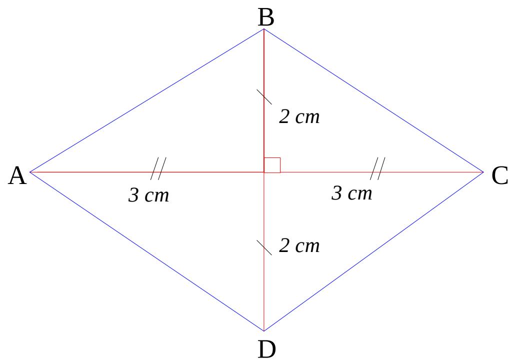
1°)



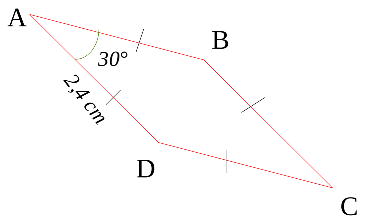
2°)



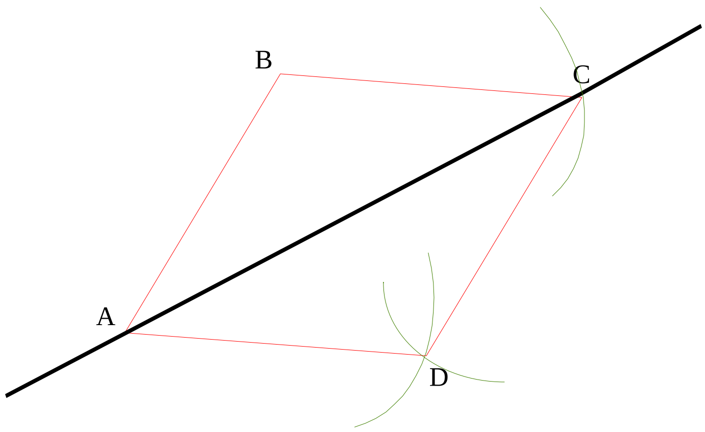
Exercice n°20 :



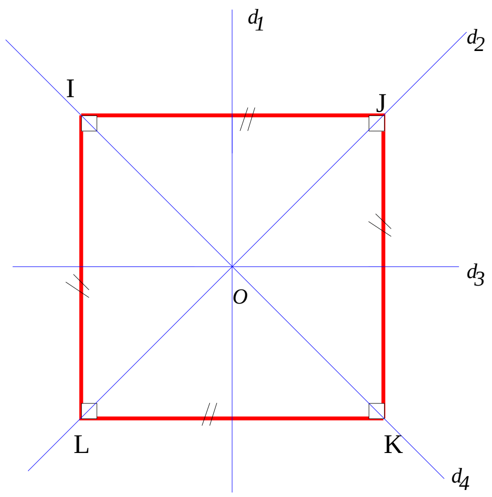
Exercice n°21 :



Exercice n°22 :



ACTIVITE 6 : AUTOUR DU CARRE



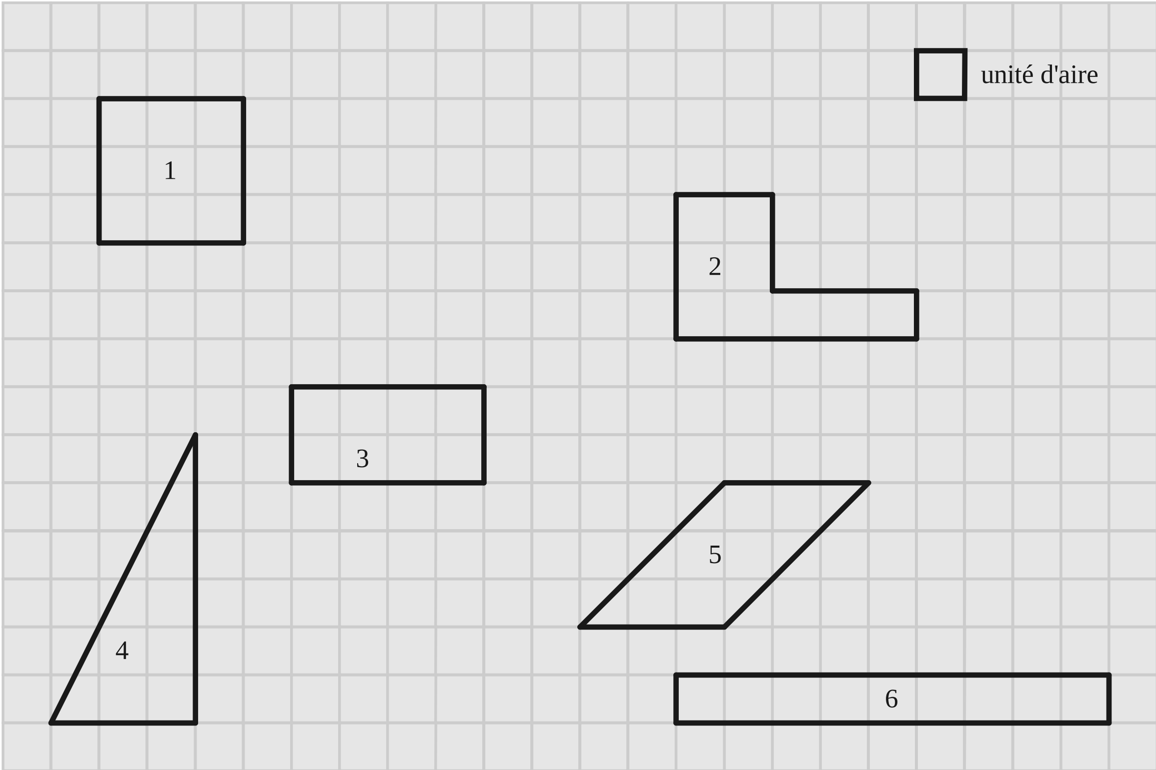
2°) Un carré a quatre angles droits don c'est un rectangle.
Un carré a quatre côtés de la même longueur donc c'est un losange.
Le carré est donc à la fois un rectangle et un losange.

3°) Un carré possède un centre de symétrie, le point O et quatre axes de symétrie : d_1 ; d_2 ; d_3 et d_4 .

4°) Les diagonales d'un carré sont de la même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Exercice n°23 : Pour prendre un bon départ sur les formules d'aires

A - « L'intrus » : Sur le quadrillage ci-dessous, on a dessiné six figures. Sachant que l'unité d'aire est le carreau, calcule l'aire de chacune des 6 figures et trouve ainsi l'intrus .



Aire de la figure 1 : **9** ; Aire de la figure 2 : **9** ; Aire de la figure 3 : **8** ;
Aire de la figure 4 : **9** ; Aire de la figure 5 : **9** ; Aire de la figure 6 : **9** ;

L'intrus est la figure 3

B - 1°) Complète: **Aire du rectangle: Aire = L × l** avec L : la longueur l : la largeur

Aire du carré: Aire = c × c = c ^{2} avec c : le côté

2°) Calcule l'aire des figures suivantes:

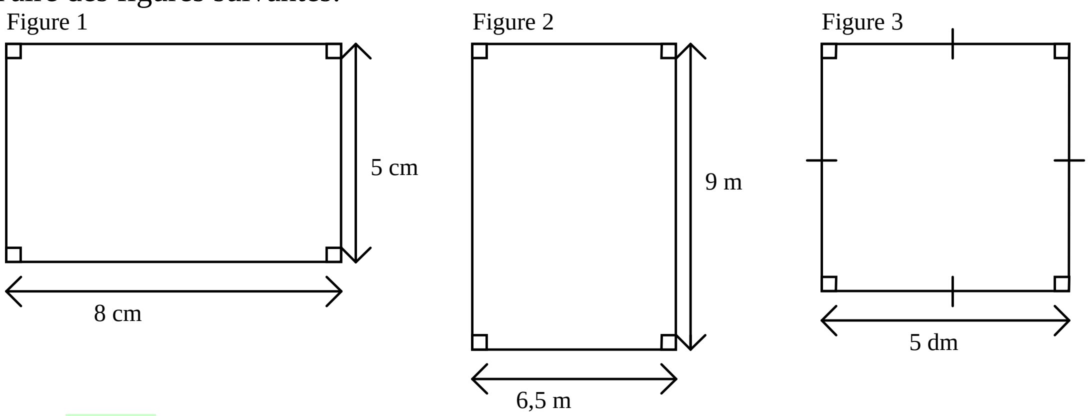


Figure 1 : Aire = **8 × 5** = **40** (cm²)

Figure 2 : Aire = **9 × 6,5** = **58,5** (m²)

Figure 3 : Aire = **5 × 5** = **25** (dm²)

Exercice n°24 : Revoir les UNITES D'AIRE

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
		ha		a		ca							
							1						

1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000cm^2 = 1 000 000 mm^2
1 m^2 = 0,01 dam^2 = 0,000 1 hm^2 = 0,000 001 km^2
ca = 1 m^2 1 a = 1 dam^2 1 ha = 1 hm^2

1. *Indique une unité appropriée pour exprimer chaque longueur ou chaque aire :*

a) la hauteur de la salle de classe : **le mètre**
b) l'étendue d'un champ : **En hectare**
c) la distance Paris – Lyon : **en kilomètre**
d) la superficie d'une table : **en mètre carré**
e) le périmètre d'un stade : **en mètre**
f) l'aire d'un confetti : **mm^2**

2. *Complète :*

360 cm^2 = 3,6 **dm^2** 1 km^2 = 1 000 000 **m^2** 10 000 m^2 = 1 **hm^2**

8 m^2 = **800** dm^2 = **80 000** cm^2 .

145 cm^2 = **0,0145** m^2 = **14 500** mm^2

0,1 dam^2 = **10** m^2 = **0,00001** km^2

3. *Complète :*

15,4 m^2 = **1 540 dm^2**

0,02 cm^2 = 2 mm^2

3,5 dam^2 = **3 500 000 cm^2**

4,9 km^2 = 4 900 000 m^2

2,74 dm^2 = **274 cm^2**

0,68 cm^2 = 68 mm^2

1 600 m^2 = **0,0016 km^2**

3 m^2 = 30 000 cm^2

3 ha = **30 000 m^2**

856 ca = 856 m^2

8 400 a = **84 ha**

18 a = 0,18 ha

1 m^2 35 dm^2 = **135 dm^2**

6 dam^2 8 m^2 29 dm^2 = 60 829dm^2

14 506 cm^2 = **1 m^2 45 dm^2 06 cm^2**

7 dam^2 = 700 m^2 = 70 000 dm^2

154 km^2 = **15 400 000 000 dm^2**

2 024 mm^2 = 0,002 024 m^2

6 325 cm^2 = **0,6325 m^2**

3 060 mm^2 = 30,6 cm^2

58 830 cm^2 = **5,883 m^2**

46 000 m^2 = 0,046 km^2

172 mm^2 = **1,72 cm^2**

7,2 mm^2 = 0,072 cm^2

18 ha = **1 800 000 000 cm^2**

470 dm^2 = **0,047 a**

3,5 km^2 = **350 ha**

0,0071 km^2 = **71 a**

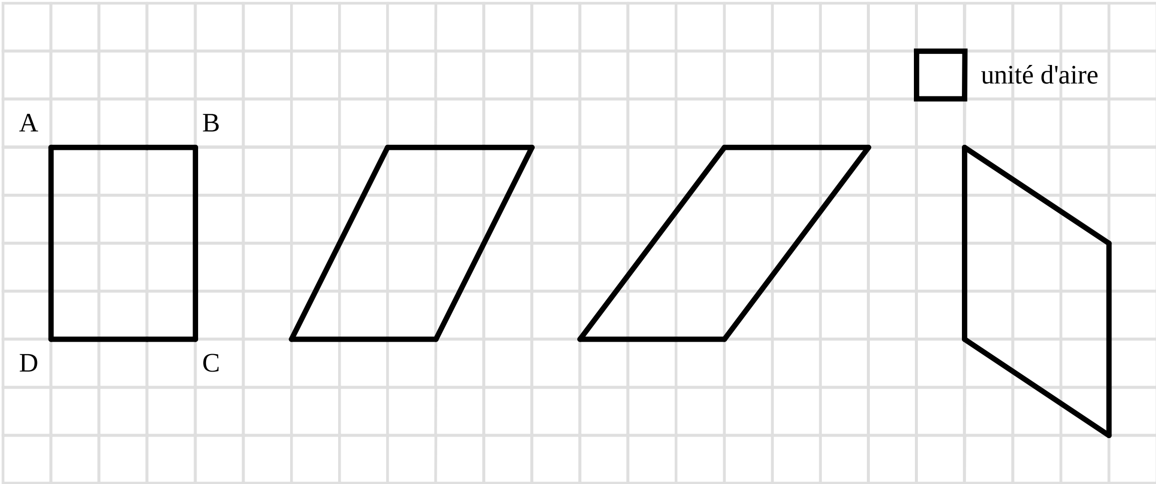
14 m^2 7 dm^2 = **1 407 dm^2**

480 cm^2 = **4 dm^2 80 cm^2**

756 000 cm^2 = **75 m^2 60 dm^2 00 cm^2**

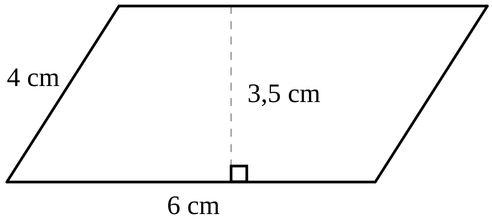
6,2 m^2 = 620 dm^2 = **0,00062 hm^2**

Exercice n°25 : En prenant comme unité d'aire le carreau, donne l'aire du rectangle ABCD puis l'aire de chacun des parallélogrammes.



12 **12** **12** **12**

Exercice n°26: La figure ci-contre est un parallélogramme



1° Calcule son aire.

2° Calcule son périmètre.

1° Calcul de l'aire

Aire du parallélogramme = $6 \times 3{,}5$

Soit **Aire = 21 cm²**

2° Calcul du périmètre

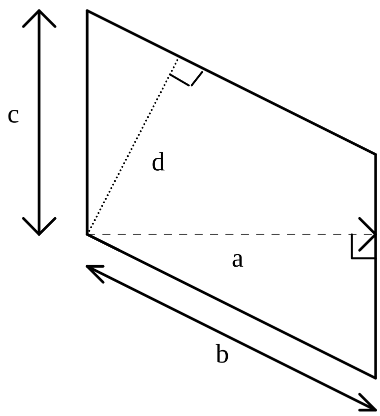
Périmètre du parallélogramme = $2 \times 6 + 2 \times 4 = 12 + 8 = 20$

Soit **Périmètre = 20 cm**

Exercice n°27:

On considère le parallélogramme ci-contre.

(*a et d désignent les hauteurs*).



Entoure les produits qui expriment l'aire de ce parallélogramme ?

$a \times d$	$c \times d$	$\boldsymbol{b \times d}$	$a \times b$	$\boldsymbol{a \times c}$	$b \times c$

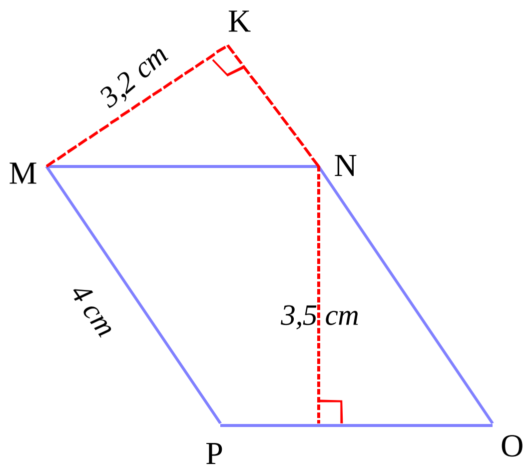
Exercice n°28 : Complète le tableau suivant, où c désigne un côté de parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté, et A l'aire du parallélogramme:

c	***h***	***A***
7,3 cm	5,4 cm	**39,42 cm²**
225 m = **22,5 dam**	2 dam	**45 dam²**
5 m	**2,3 m**	11,5 m²
30 m	15 cm = **0,15 m**	4,5 m²

Exercice n°29:

1° Calcule l'aire du parallélogramme MNOP représenté ci-contre.

2° Calcule PO (arrondir à 0,1 près).



1° **Calcul de l'aire**

Aire du parallélogramme = $4 \times 3{,}2 = 12{,}8$

Soit **Aire = 12,8 cm^2**

2° **Calcul de PO**

PO = $12{,}8 : 3{,}5 \approx 3{,}657$

Soit **PO ≈ 3,7 cm**