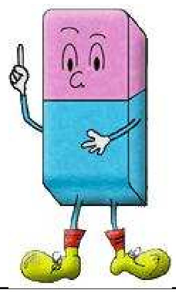
THEME 8 : TRIANGLES (1)
Inégalité – somme des angles- hauteur - Aire

A la fin du thème, tu dois savoir :

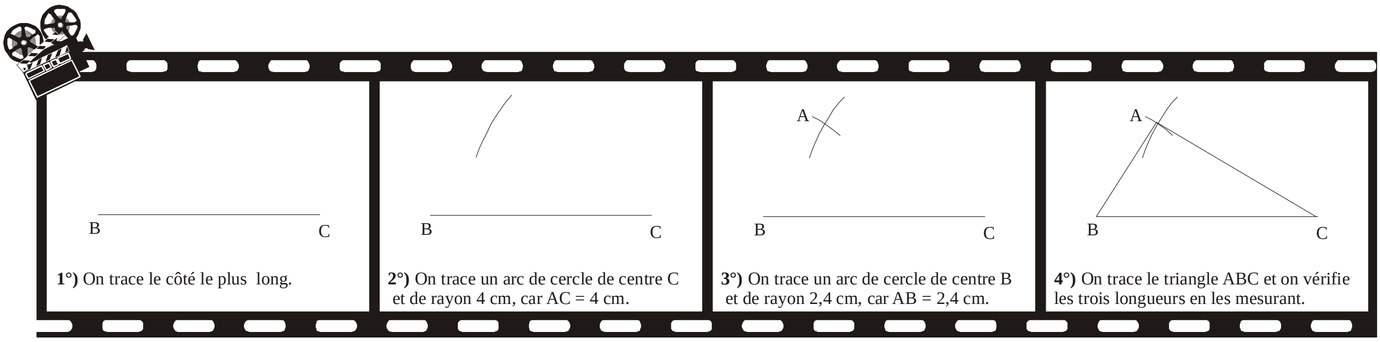
- Connaitre et utiliser la propriété de l'inégalité triangulaire
- Calculer un angle en utilisant la somme des angles dans un triangle
- Cas particuliers : Les propriétés
- Définition de la hauteur et le vocabulaire dans un triangle
- Tracer une hauteur dans un triangle

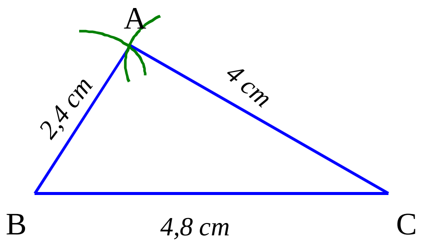


A - CONSTRUCTION D'UN TRIANGLE

1. Construire un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés.

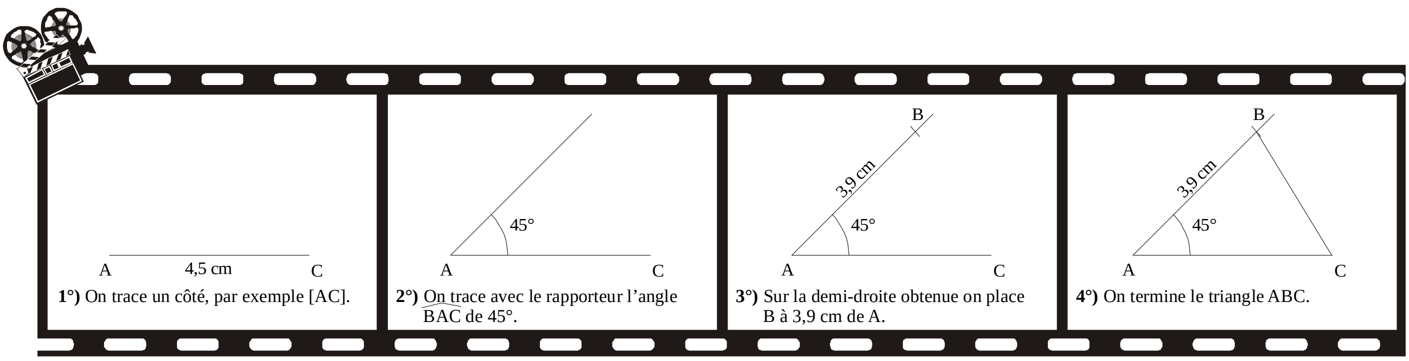
Construire le triangle ABC tel que AB = 2,4 cm, AC = 4 cm et BC = 4,8 cm.

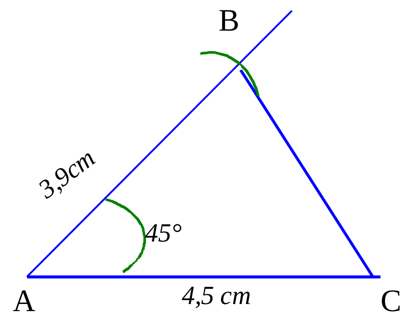




2. Construire un triangle connaissant la longueur de deux côtés et l'angle qu'ils forment.

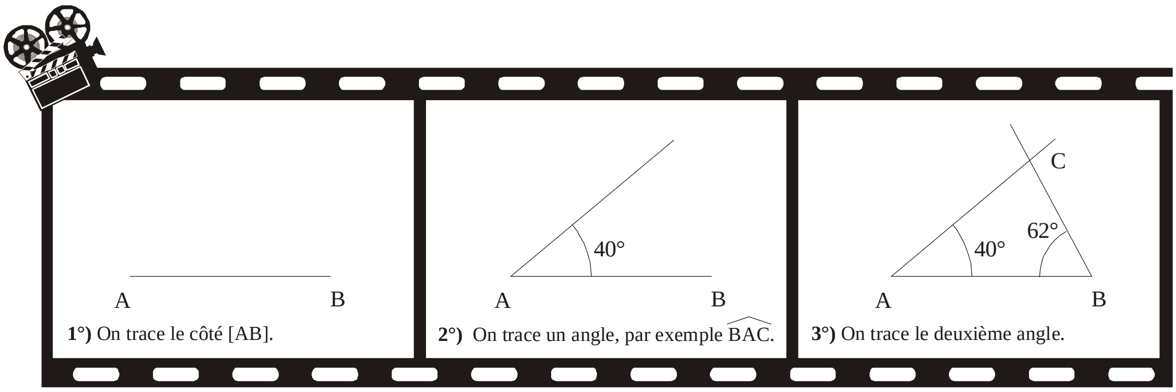
Construire le triangle ABC tel que $\widehat{BAC} = 45°$, AB = 3,9 cm et AC = 4,5 cm.

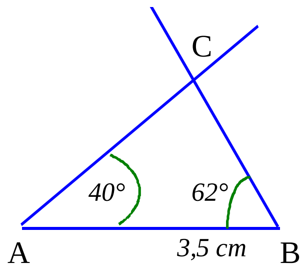




3. Construire un triangle connaissant la mesure de deux angles et la longueur d'un côté.

Construire le triangle ABC tel que AB = 3,5 cm, $\widehat{BAC} = 40°$ et $\widehat{ABC} = 62°$.

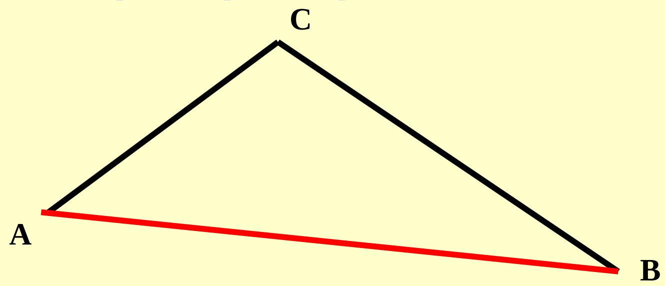




B - INEGALITE TRIANGULAIRE

Propriété :

Si A, B et C sont trois points quelconques, alors AB ≤ AC + CB

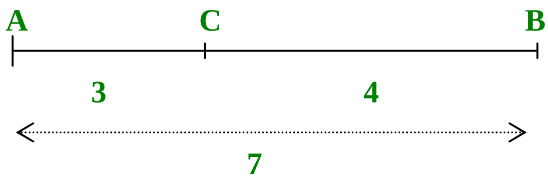


Cas particuliers :

* **Si le point C appartient au segment [AB]**, alors AB = AC + CB.

Si AB = AC + CB , alors le point C appartient au segment [AB].

Exemple 1 : AB = 7, AC = 3 et CB = 4



* **Si le point C n'appartient pas au segment [AB]**, alors AB < AC + CB

Conséquence : Chaque côté d'un triangle est strictement inférieur à la somme des deux autres côtés.

On peut construire un triangle dont les côtés ont pour mesures trois nombres donnés à condition que le plus grand des trois nombres soit strictement inférieur à la somme des deux autres.

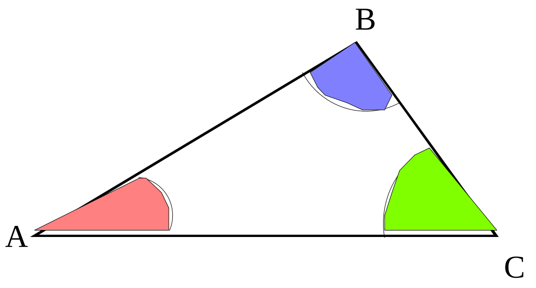
Exemple 2 :
On peut tracer un triangle dont les côtés mesurent 9 cm ;   4,5 cm et   5 cm
car   9 < 4,5 + 5

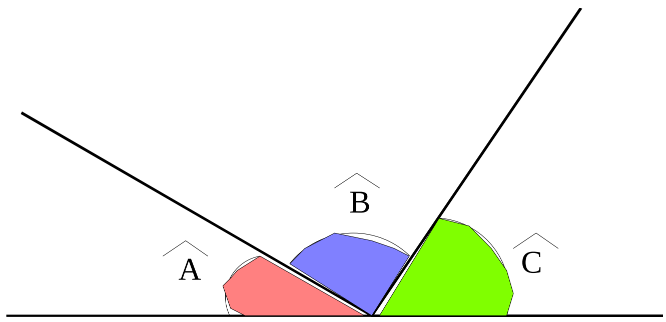
Exemple 3 :
On ne peut pas tracer de triangle dont les côtés mesurent   2 cm ,   4 cm et 7 cm ,
car 7 > 2 + 4

C - SOMME DES ANGLES DANS UN TRIANGLE

C-1) PROPRIETE

La somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180 °





$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

Exemple : ABC est un triangle tel que B = 43° et C = 71°. Calcule la mesure de l'angle A.

Sachant que la sommes des angles dans un triangle est égale à 180°, on a :

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

$\widehat{A} + 43° + 71° = 180°$

$\widehat{A} + 114° = 180°$

$\widehat{A} = 180° - 114°$

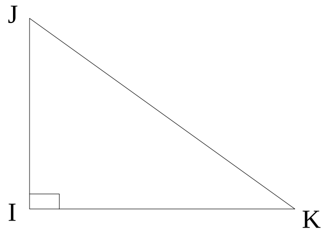
$\widehat{A} = 66°$

Conclusion : La mesure de l'angle A dans le triangle ABC est égale à 66.°

C-2)- CAS PARTICULIERS

- Triangle rectangle

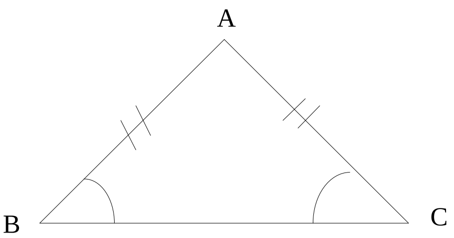
Si un triangle est rectangle, alors ses angles aigus sont complémentaires, autrement dit leur somme est égale à 90°



$$\widehat{J} + \widehat{K} = 90°$$

- Triangle isocèle

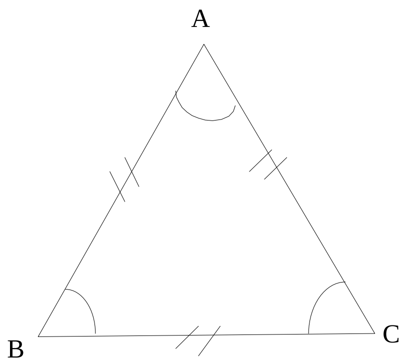
Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure



$$\widehat{B} = \widehat{C}$$

- Triangle équilatéral

Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles mesure 60°

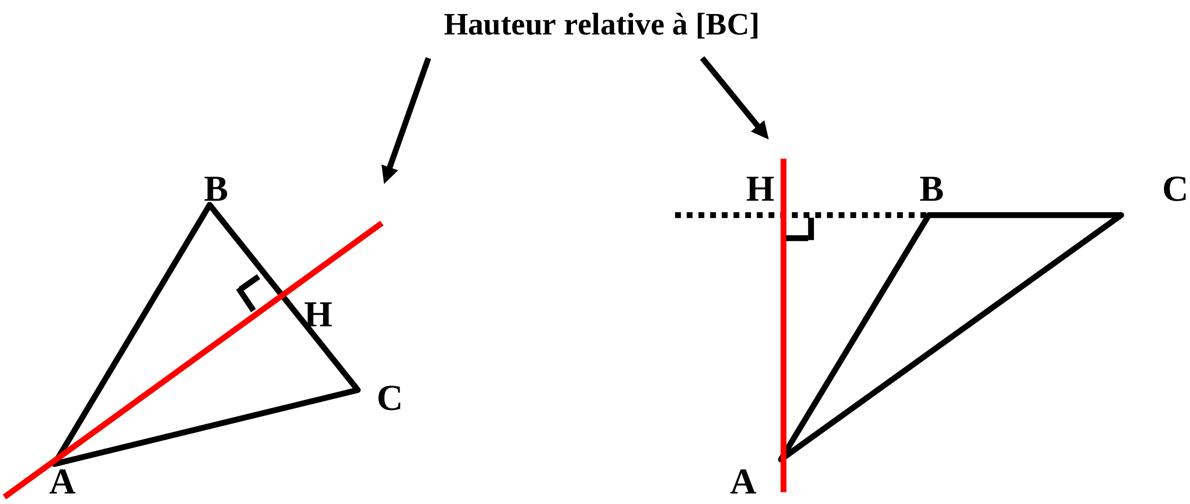


$$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C}$$

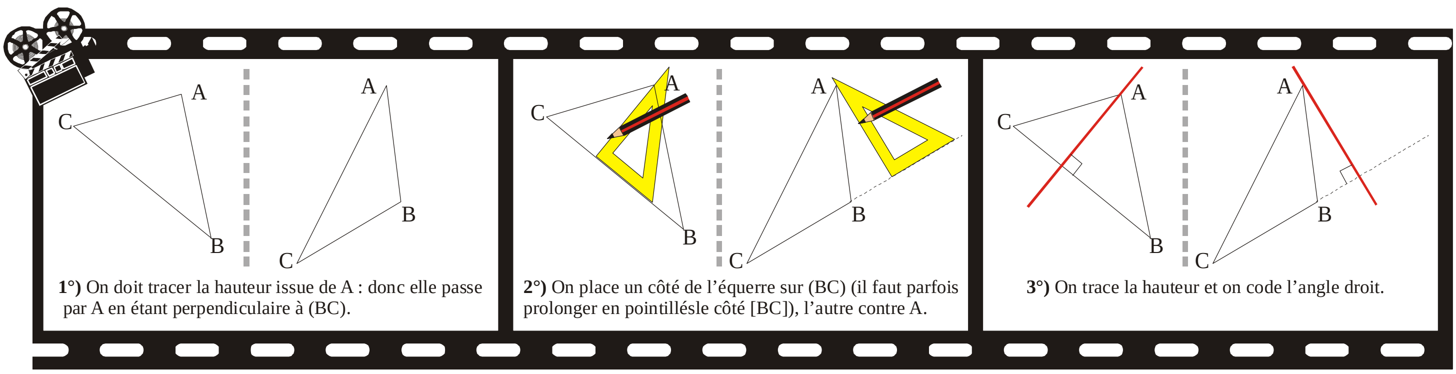
D - HAUTEURS D'UN TRIANGLE

Définition :

La hauteur relative à un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté qui passe par le sommet opposé à ce côté.

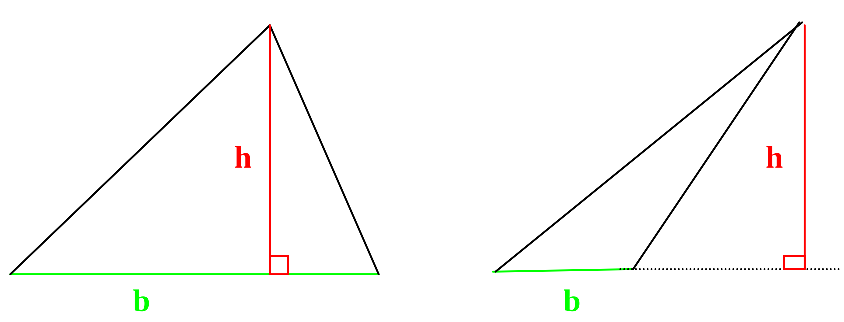


La longueur AH est aussi appelée hauteur relative à [BC].

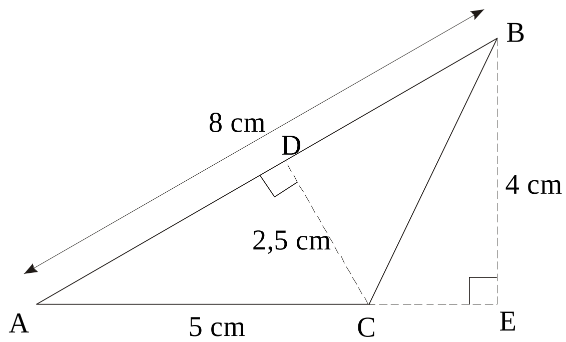


E - AIRE D'UN TRIANGLE

Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie par un côté (appelé base) par la hauteur correspondante et on divise par deux. **Soit :** $Aire = \dfrac{b \times h}{2}$.



On donne le triangle ABC ci-contre :



a) Le côté associé à la hauteur [CD] est [AB].
b) La hauteur relative au côté [AC] est [BE].
c) $\mathscr{A}$ désigne l'aire du triangle ABC.

$\mathscr{A} = \dfrac{AB \times CD}{2} = \dfrac{8 \times 2{,}5}{2} = \dfrac{20}{2} =$ 10 (en cm^2).

ou :

$\mathscr{A} = \dfrac{AC \times BE}{2} = \dfrac{5 \times 4}{2} = \dfrac{20}{2} =$ 10 (en cm^2).

Donc l'aire de ABC vaut 10 cm^2.