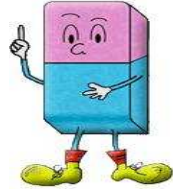


# THEME 16 : CALCUL LITTERAL (2)

## Développer, factoriser et réduire une expression

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Développer avec la simple distributivité
- ☞ Factoriser une somme ou une différence
- ☞ Réduire une expression sans parenthèses



### A - VOCABULAIRE : Somme - Produit - Termes - Facteurs

- $y(x - 5)$  est **un produit** dont les **facteurs** sont :  $y$  et  $(x - 5)$ .
- $(x + 3)(6 - y)$  est **un produit** dont les **facteurs** sont :  $(x + 3)$  et  $(6 - y)$
- $2x + y + 8$  est **une somme** dont les **termes** sont :  $2x$  ;  $y$  ;  $8$
- $4ab$  est **un produit** dont les **facteurs** sont :  $4$  ;  $a$  et  $b$
- $3x + (-y)$  est **une somme** dont les **termes** sont :  $3x$  et  $(-y)$

### B - DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION PAR RAPPORT A L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

#### B-1) Propriété de la distributivité

$k, a$  et  $b$  désignent des nombres quelconques

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \quad \text{et} \quad k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b \quad \text{et} \quad k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

La notation simplifiée est :

$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb$$

#### B-2) Dans le sens du développement

**Développer** signifie transformer un produit en une somme ( ou une différence )

Méthode 1: Savoir développer une expression.

Exemple 1 :

$$12,5 \times (10 + 8) = 12,5 \times 10 + 12,5 \times 8$$

$$= 125 + 100$$

$$= 225$$

$$\begin{aligned}
 8 \times (10,25 - 7,5) &= 8 \times 10,25 - 8 \times 7,5 \\
 &= 82 - 60 \\
 &= 22
 \end{aligned}$$

Exemple 2 : Calcule de manière astucieuse :  $43 \times 12$  et  $80 \times 99$ .

$$43 \times 12 = 43 \times (10 + 2) = 43 \times 10 + 43 \times 2 = 430 + 86 = 516$$

$$80 \times 99 = 80 \times (100 - 1) = 80 \times 100 - 80 \times 1 = 8000 - 80 = 7920$$

### B-3) Dans le sens de la factorisation

**Factoriser** signifie transformer une somme ( ou une différence ) en un produit

Méthode 2: Savoir factoriser une expression.

Exemple 1 :

$$\begin{aligned}
 12,5 \times 10 + 12,5 \times 8 &= 12,5 \times (10 + 8) \\
 &= 12,5 \times 18 \\
 &= 225
 \end{aligned}$$

On dit que **12,5 est un facteur commun** .

$$\begin{aligned}
 8 \times 10,25 - 8 \times 7,5 &= 8 \times (10,25 - 7,5) \\
 &= 8 \times 2,75 \\
 &= 22
 \end{aligned}$$

On dit que **8 est un facteur commun** .

Méthode 3: Savoir produire une expression .

Exemple 2 :

On a acheté 6,5 kg de pommes de terre à 2,50 € le kilogramme, puis 3,5 kg de poires à 2,50 € le kilogramme. Calcule de manière astucieuse le total des dépenses.

L'expression donnant le montant de la dépense est :  $6,5 \times 2,50 + 3,5 \times 2,50$

$$\text{On a : } 6,5 \times 2,50 + 3,5 \times 2,50 = 2,50 \times (6,5 + 3,5) = 2,50 \times 10 = 25$$

Conclusion : le montant de la dépense s'élève à 25 €

### C - REDUIRE

Pour trois nombres relatifs  $x$  ,  $y$  et  $k$  :

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y) \quad ; \quad k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

## Méthode 4 : Savoir réduire une expression littérale

### Exemples :

$$A = 2x + 3x$$

$$A = 2 \times x + 3 \times x$$

$$A = x \times (2 + 3)$$

$$A = 5x$$

$$B = x + 4 - 5x + 7$$

$$B = x - 5x + 4 + 7$$

On regroupe les termes en  $x$

$$B = x \times 1 - 5 \times x + 4 + 7 \quad (\text{on compte les } x)$$

$$B = x(1 - 5) + 4 + 7 \quad \text{On factorise par } x$$

$$B = -4x + 11$$

$$C = x - 3 + 3x^2 - 5x - 4x^2$$

$$C = 3x^2 - 4x^2 + x - 5x - 3$$

On regroupe les  $x^2$  puis les  $x$

$$C = x^2(3 - 4) + x(1 - 5) - 3$$

On factorise par  $x^2$  puis par  $x$  (on compte les  $x^2$  et les  $x$ )

$$C = -x^2 - 4x - 3$$

## D - DEVELOPPER UNE EXPRESSION LITTERALE

Pour trois nombres relatifs  $x$ ,  $y$  et  $k$  :

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y$$
$$k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$

### Exemples :

$$A = 5(2 + x)$$

$$A = 5 \times 2 + 5 \times x$$

$$A = 10 + 5x$$

$$B = 3(2x - 7)$$

$$B = 3 \times 2x - 3 \times 7$$

$$B = 6x - 21$$

## Méthode 5: Savoir développer et réduire une expression littérale

Développe et réduis l'expression :  $B = x(7 - 2x) + 3(2x^2 - 3x)$

$$B = x(7 - 2x) + 3(2x^2 - 3x)$$

On applique la propriété de distributivité

$$\rightarrow B = x \times 7 - x \times 2x + 3 \times 2x^2 - 3 \times 3x$$

On simplifie l'écriture

$$\rightarrow B = 7x - 2x^2 + 6x^2 - 9x$$

On réduit

$$\rightarrow B = x^2(-2 + 6) + x(7 - 9)$$

$$B = 4x^2 - 2x$$

## Méthode 6 : Savoir la valeur d'une expression littérale

Soit  $E = 6(x + 3) - x^2$  Calcule  $E$  pour  $x = 2$

On remplace  $x$  par 2

$$\rightarrow E = 6(2 + 3) - (+2)^2$$

On effectue l'enchaînement

$$\rightarrow E = 6 \times 5 - 4$$

$$E = 30 - 4$$

$$E = 26$$