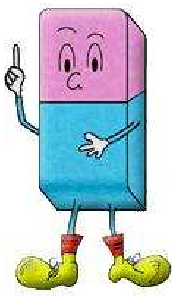
Thème N°13 : LE PARALLELOGRAMME (2)
Parallélogrammes

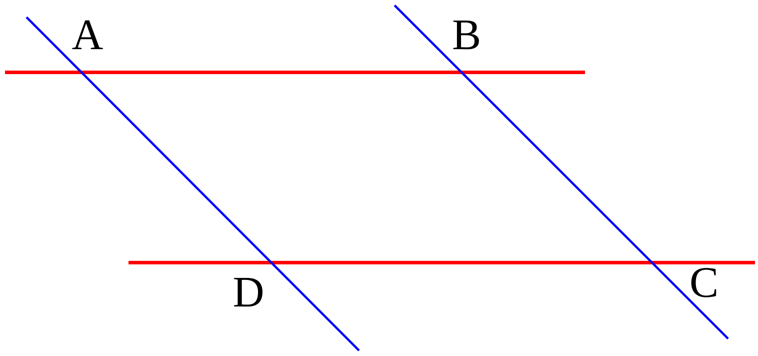
<u>A la fin du thème, tu dois savoir</u> :

- Définition du parallélogramme.
- Propriétés du parallélogramme
- Reconnaitre un parallélogramme.
- Construire un parallélogramme en utilisant les côtés et un angle de mesure donnée.
- Définition du losange, du rectangle, du carré
- Propriétés du losange, du rectangle, du carré
- Construire un losange, un rectangle, un carré
- Reconnaitre un losange.
- Reconnaitre un rectangle.
- Reconnaitre un carré.
- Aire du parallélogramme



A - DEFINITION DU PARALLELOGRAMME

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles



(AB) parallèle à (DC)

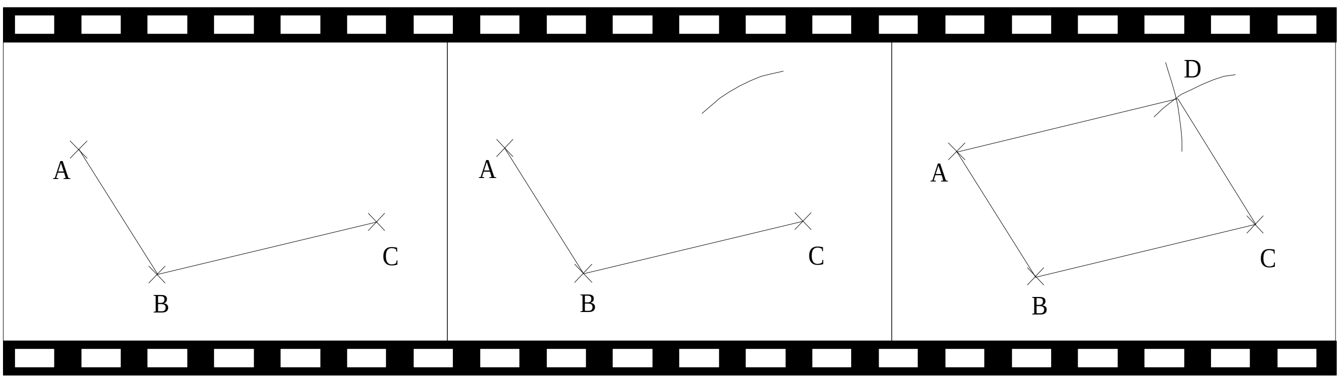
(AD) parallèle à (BC)

<u>Propriété :</u>

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.

<u>Méthode 1</u> : Savoir construire un parallélogramme.

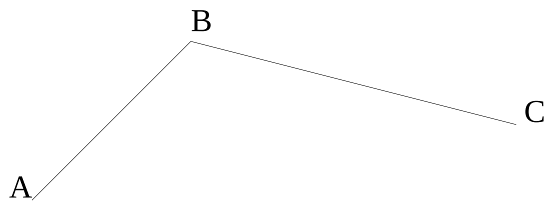
Étant donnés trois points A, B et C non alignés, termine le parallélogramme ABCD.



<u>Etape 1 :</u>
On trace [AB] et [BC] .
On localise le point D mentalement.

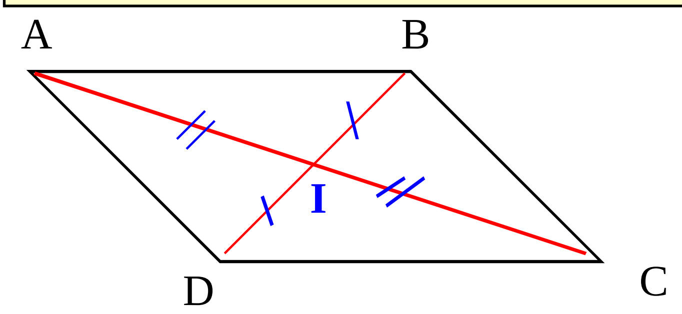
<u>Etape 2 :</u> On trace un arc de cercle de centre C et de rayon AB.

<u>Etape 3 :</u> On trace un arc de cercle de centre A et de rayon BC.
On place ensuite le point D.



B - SYMETRIE CENTRALE ET PARALLELOGRAMME

Un parallélogramme a un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales.

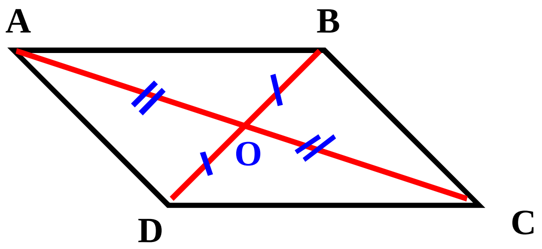


IA = IC et IB = ID ,
I est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.

C - PROPRIETES DU PARALLELOGRAMME

PROPRIETE 1 : Par ses diagonales

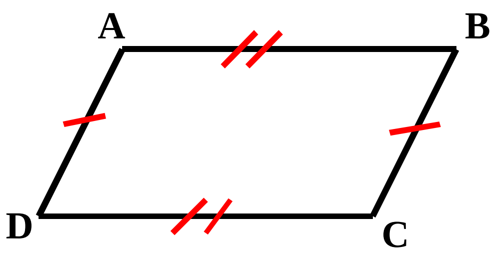
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.



OA = OC et OB = OD , alors O est le milieu des diagonales du parallélogramme ABCD.

PROPRIETE 2 : Par ses côtés

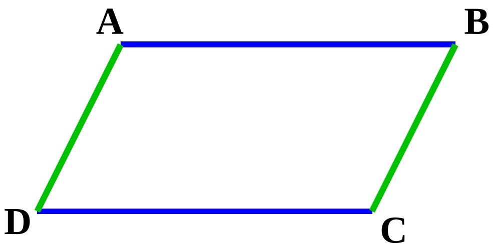
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de même longueur



Si ABCD est un parallélogramme

Alors AB = DC et AD = BC

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

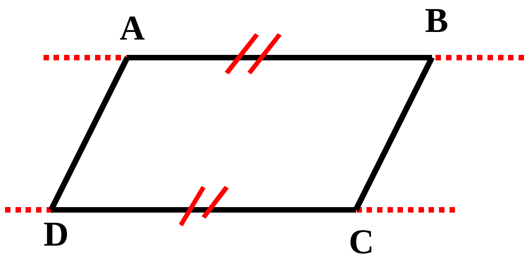


Si ABCD est un parallélogramme

Alors (AB) // (DC) et (AD) // (BC)

PROPRIETE 3 :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.



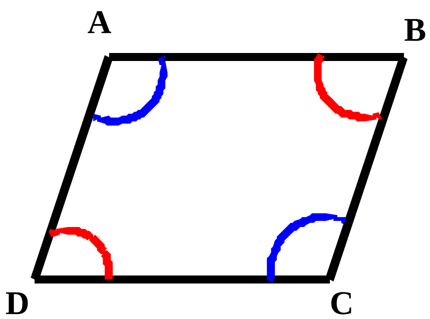
Si ABCD est un parallélogramme

Alors : (AB) // (DC)

AB = DC

PROPRIETE 4 : <u>Par ses angles</u>

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont même mesure



Si ABCD est un parallélogramme

Alors $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$

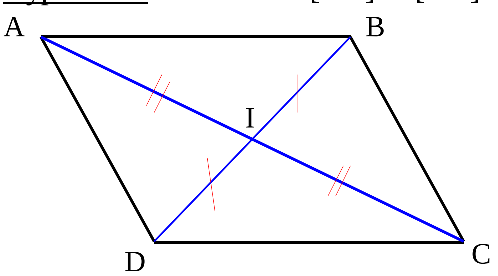
$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$

D - <u>RECONNAITRE UN PARALLELOGRAMME</u>

☞ **<u>Par ses diagonales</u>**

Si un quadrilatère à un centre de symétrie, alors c'est un parallélogramme.
Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

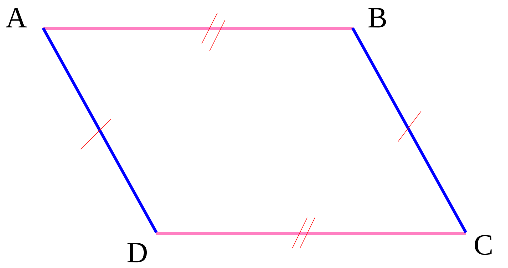
<u>Hypothèse:</u> I milieu de [AC] et [DB]



<u>Conclusion:</u> ABCD est un parallélogramme

☞ Par ses côtés

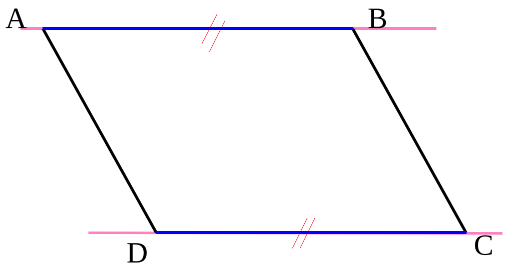
Si un quadrilatère a les côtés opposés de même longueur , alors c'est un parallélogramme.



Hypothèse: AB = DC et AD = BC

Conclusion: ABCD est un parallélogramme

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

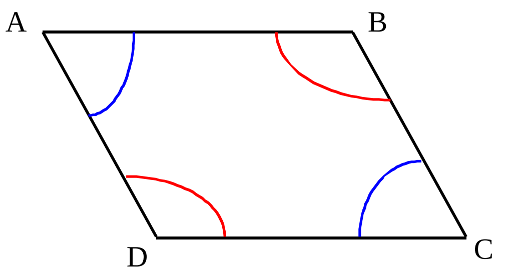


Hypothèse: AB = DC et (AB) // (DC)

Conclusion: ABCD est un parallélogramme

☞ Par ses angles

Si un quadrilatère a les angles opposés de même mesure, alors c'est un parallélogramme.



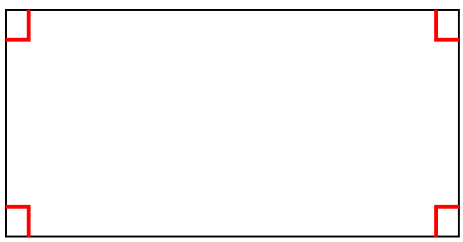
Hypothèse: $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$

Conclusion: ABCD est un parallélogramme

E - LE RECTANGLE

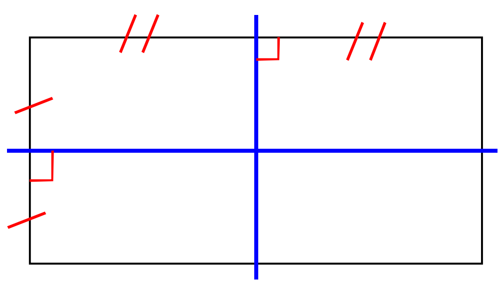
E-1) DEFINITION

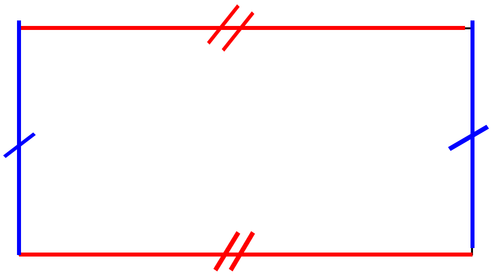
Définition : **Le rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.**



E-2) PROPRIETES

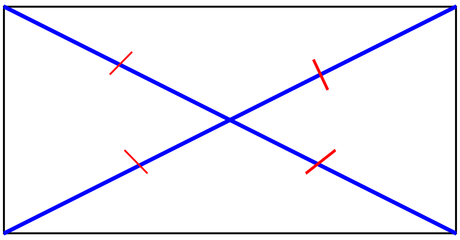
Un rectangle possède deux axes de symétrie.





Propriété : **Si** un quadrilatère est un rectangle, **alors** ses côtés opposés sont de même mesure.

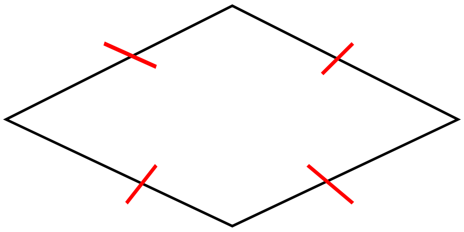
Propriété : **Si** un quadrilatère est un rectangle, **alors** ses diagonales sont de la même mesure.



F - LE LOSANGE

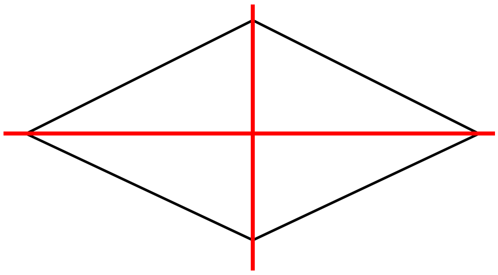
F-1) DEFINITION

Définition : **Le losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.**

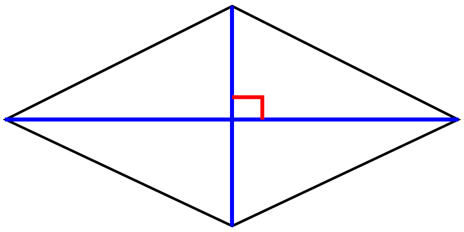


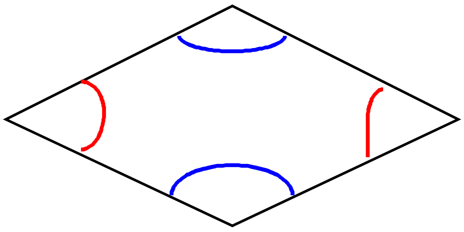
F-2) PROPRIETES

Un losange possède deux axes de symétrie.



Propriété : **Si** un quadrilatère est un losange, **alors** ses diagonales sont perpendiculaires.



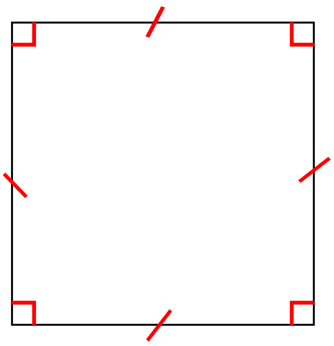


Propriété : **Si** un quadrilatère est un losange, **alors** ses angles opposés sont de même mesure.

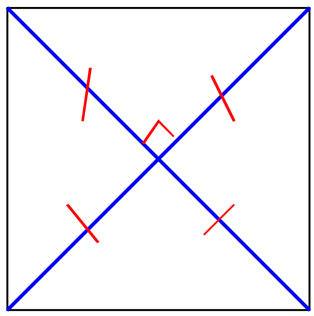
G - LE CARRE

G-1) DEFINITION

Définition : **Le carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur**



G-2) PROPRIETES



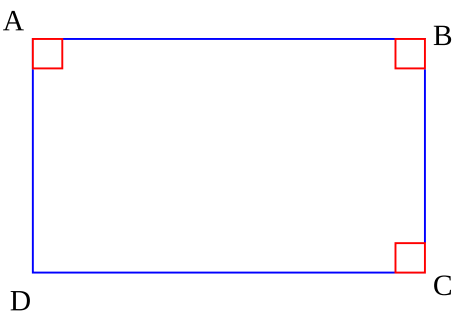
Remarque : un carré est à la fois un rectangle et un losange.

Il a donc toutes les propriétés du rectangle et du losange.

Propriété : **Si** un quadrilatère est un carré, **alors** ses diagonales sont de même mesure et perpendiculaires.

H - RECONNAITRE UN RECTANGLE

☞ **Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.**



Hypothèse: les angles $\widehat{ABC}, \widehat{BCD}$ et $\widehat{DAB}$ sont droits.

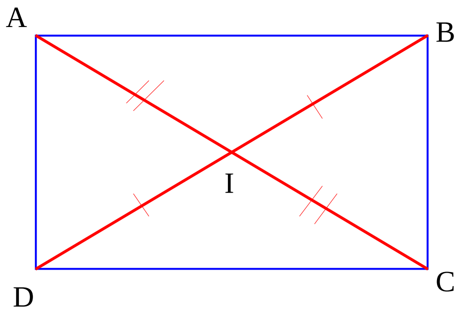
Conclusion: ABCD est un rectangle

☞ **Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.**

Hypothèse: ABCD est un parallélogramme et l'angle $\widehat{DAB}$ est droit

Conclusion: ABCD est un rectangle

☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un rectangle.**

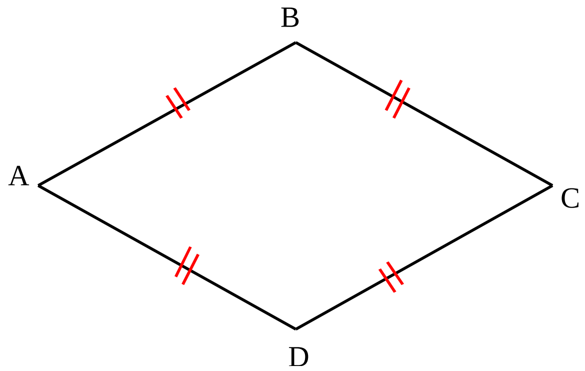


Hypothèse: Le point I est le milieu des segments [AC] et [BD] et AC = BD

Conclusion: ABCD est un rectangle

I - RECONNAITRE UN LOSANGE

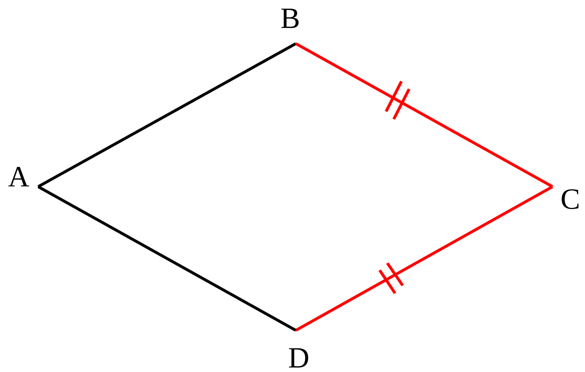
☞ **Un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.**



Hypothèse: AB = BC = CD = DA.

Conclusion: ABCD est un losange

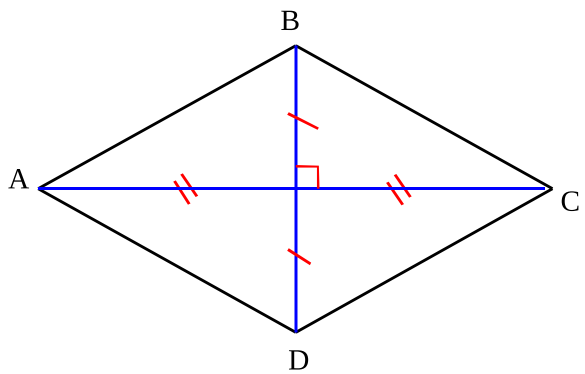
☞ **Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.**



Hypothèse: ABCD est un parallélogramme et BC = CD.

Conclusion: ABCD est un losange

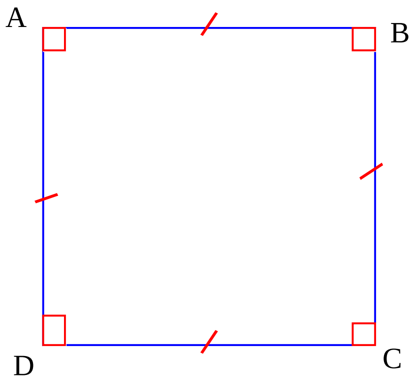
☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un losange.**



Hypothèse: Le point I est le milieu des segments [AC] et [BD] et de plus (AC) ⊥ (BD)

Conclusion: ABCD est un losange

J - RECONNAITRE UN CARRE

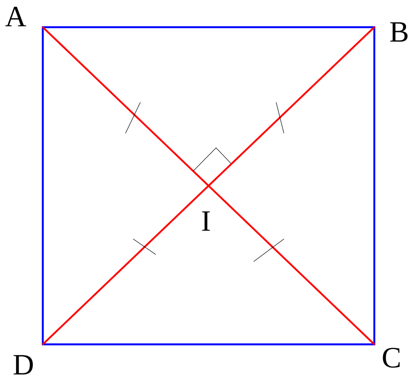


☞ **Un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange est un carré.**

Hypothèse: AB = BC = CD = DA et (AB) $\perp$ (BC)

Conclusion: ABCD est un carré.

☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un carré.**

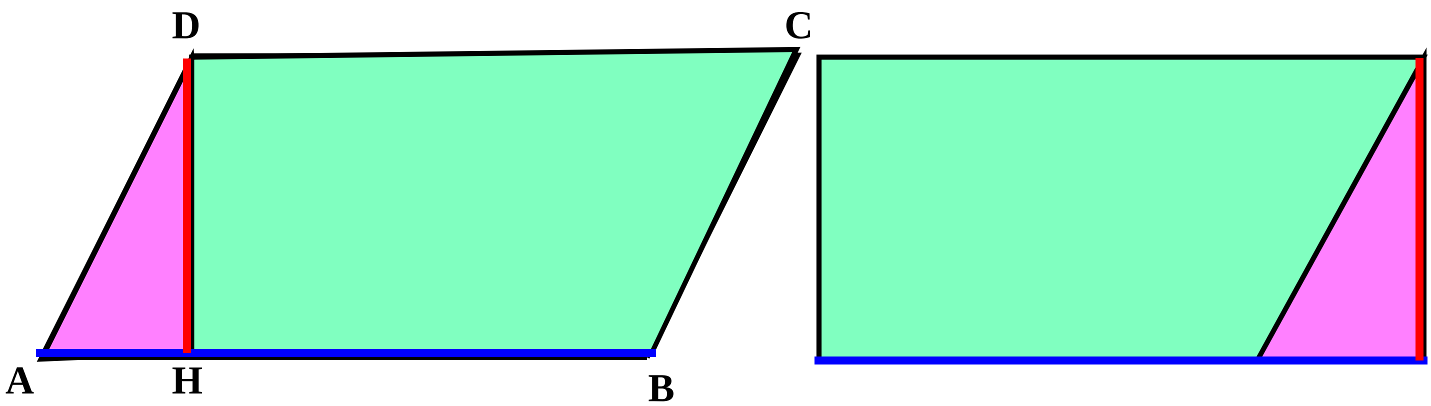


Hypothèse: le point I est le milieu des segments [AC] et [BD] , AC = BD et (AC) $\perp$ (BD)

Conclusion: ABCD est un carré.

K - AIRE D'UN PARALLELOGRAMME (D'après activité 7)

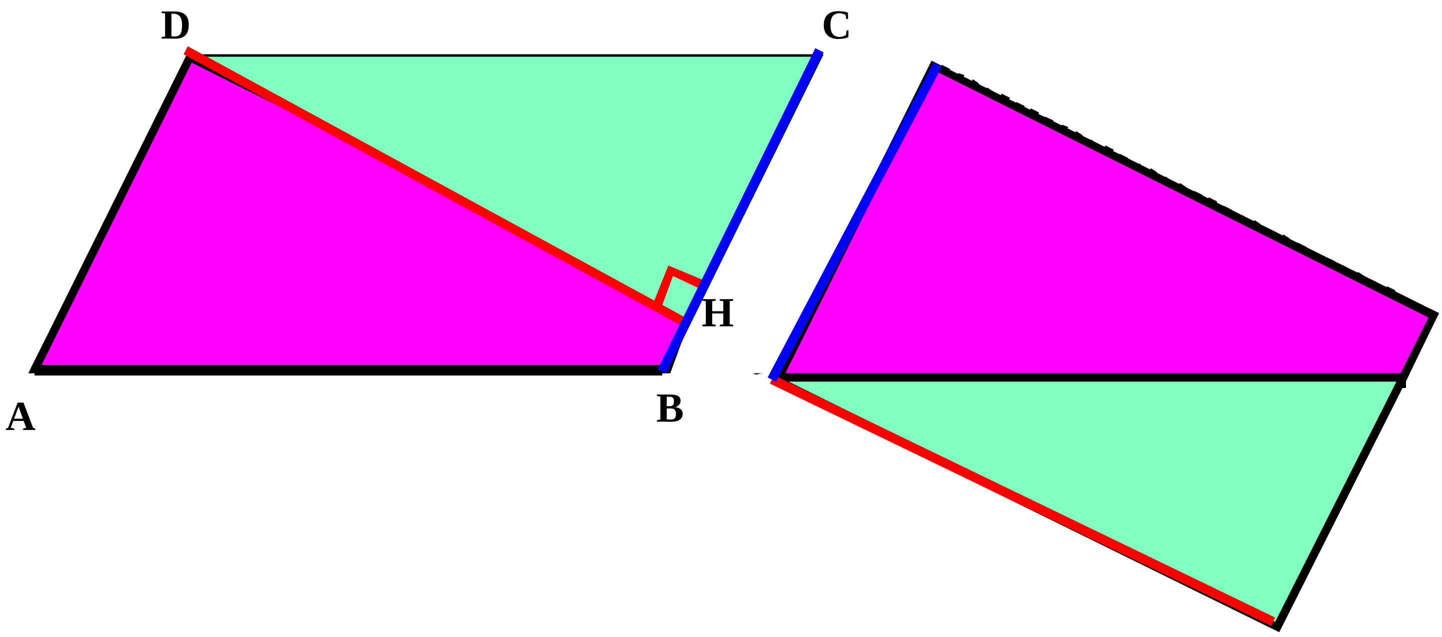
Parallélogramme 1



Aire (parallélogramme 1) = AB $\times$ DH = 8 $\times$ 4 = 32
Aire (parallélogramme 1) = 32 cm ^{2}

[DH] est la hauteur relative au côté [AB]

Parallélogramme 3



Aire (parallélogramme 3) = BC $\times$ DH = 4,5 $\times$ 7,1 $\approx$ 32
Aire (parallélogramme 3) $\approx$ 32 cm ^{2}

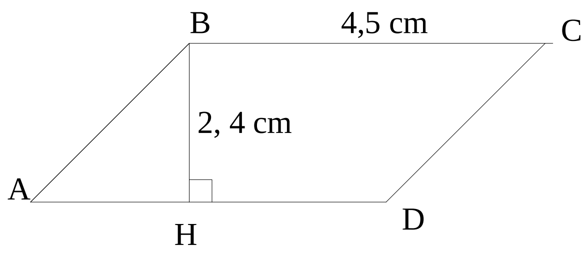
[DH] est la hauteur relative au côté [BC]

BILAN :

L'aire d'un parallélogramme est égale au produit d'un côté par la hauteur relative à ce côté

Méthode : Savoir calculer l'aire d'un parallélogramme.

Enoncé : Calcule l'aire du parallélogramme ABCD.



Solution :
BH est la hauteur associé é au côté [BC].

Donc : A = **AD** $\times$ **BH**

A = **4,5** $\times$ **2,4**

A = **10,8**

Conclusion : L'aire du parallélogramme ABCD est égale à 10,8 cm²