

Thème N°9 : PROPORTIONNALITE

Recherche d'une quatrième proportionnelle

Représentations graphiques

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Egalité des produits en croix
- ☞ Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.
Application avec des pourcentages
- ☞ Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité sur un graphique
- ☞ Représenter graphiquement une situation de proportionnalité.

ACTIVITE 1: L'objectif est de calculer une quatrième proportionnelle.

1°) Exemple:

J'achète 1,5 kg de raisins blancs pour 2,70 €. Combien aurais-je payé pour 2 kg de ce même raisin ?

Solution: Commence par présenter les données dans un tableau de proportionnalité:

Poids (kg)	1,5	2
Prix (F)	2,70	x

la lettre x représente le prix cherché (il faut chercher x , c'est-à-dire la quatrième proportionnelle)

$$\text{Soit } x = \frac{2,7}{1,5} \times 2 = \frac{2,7 \times 2}{1,5} = \frac{5,4}{1,5} = 3,6$$

Conclusion: Le prix de 2 kg de raisin est : 3,60 €

2°)

a) Une voiture a consommé 7,5 litres de carburant pour 100 km. Quelle sera sa consommation prévisible pour 240 km ?

Distance parcourue (en km)	100	240
Consommation (en litres)	7,5	x

$$\text{Soit } x = \frac{7,5}{100} \times 240 = \frac{7,5 \times 240}{100} = \frac{1800}{100} = 18$$

Conclusion: Sa consommation pour 240 km sera de 18 litres

b) Avec un pot de 3 kg de peinture, on peint une surface de 7,5 m². Combien de kilogrammes de peinture faut-il pour peindre 25 m² ?

Surface à peindre (en m ²)	7,5	25
Quantité de peinture (en kg)	3	x

$$\text{Soit } x = \frac{3}{7,5} \times 25 = \frac{3 \times 25}{7,5} = \frac{75}{7,5} = 10$$

Conclusion: Il faudra 10 kg de peinture pour peindre 25 m².

- c) Trois rouleaux d'un même papier peint coûtent 14,85 euros. Quel est le prix de dix rouleaux de ce même papier ?

Nombre de rouleaux	3	10
Prix (en €)	14,85	x

Soit $x = \frac{14,85}{3} \times 10 = \frac{14,85 \times 10}{3} = \frac{148,5}{3} = 49,5$ **Conclusion: Le prix de 10 rouleaux est de 49,50 €.**

- d) Un camion a consommé 24 litres de carburant pour 100 km. Avec 108 litres, quelle distance peut-on espérer parcourir ?

Quantité de carburant (en litres)	24	108
Distance parcourue (en km)	100	x

Soit $x = \frac{100}{24} \times 108 = \frac{100 \times 108}{24} = \frac{10800}{24} = 450$ **Conclusion: Avec 108 litres, il peut parcourir 450 km.**

- e) Le débit d'un robinet est de cent litres toutes les huit minutes. Combien faut-il de temps pour remplir un bassin de mille deux cent cinquante litres ?

Débit du robinet (en litres)	100	1 250
Temps (en min)	8	x

Soit $x = \frac{8}{100} \times 1250 = \frac{8 \times 1250}{100} = \frac{10000}{100} = 100$

Conclusion: Pour remplir 1 250 L, il faudra 100 minutes ou encore 1 heure et 40 minutes.

Exercice n°1 :

1°)

Largeur du tricot (en cm)	8	36
Nombre de mailles	14	x

Soit $x = \frac{14}{8} \times 36 = \frac{14 \times 36}{8} = \frac{504}{8} = 63$

Conclusion: Il faut 63 mailles pour un tricot de 36 cm de largeur.

2°)

Volume (en cm³)	20	35
Masse d'une règle d'acier (en g)	148	x

Soit $x = \frac{148}{20} \times 35 = \frac{148 \times 35}{20} = \frac{5180}{20} = 259$ **Conclusion: La masse d'une règle de 35 cm³ est de 259 grammes.**

ACTIVITE 2: L'objectif est d'appliquer un pourcentage et de calculer un pourcentage

« Appliquer un pourcentage »

1°) Pour calculer le pourcentage d'un nombre, on multiplie le nombre par le pourcentage.

Énoncé : Dans un collège, le nombre d'élèves a augmenté de 8 %. Il y avait 475 élèves.
Combien y a-t-il d'élèves cette année ?

Réponse : • $\frac{8}{100} \times 475 = \frac{8 \times 475}{100} = \frac{3800}{100} = 38$

Le nombre d'élèves a augmenté de 38

• $38 + 475 = 513$ Cette année, il y a **513 élèves dans le collège.**

2°) Dans un club sportif, 35 % des 180 adhérents font du karaté.
Quel est le nombre de personnes pratiquant le karaté ?

Réponse : • $\frac{35}{100} \times 180 = \frac{35 \times 180}{100} = \frac{6300}{100} = 63$

Il y a 63 personnes qui pratiquent le karaté.

« Calculer un pourcentage »

1°) Énoncé : Sur son cahier de 120 pages, Rachid a utilisé 90 pages.
Quel est le pourcentage de pages utilisées ?

Réponse :

Pages utilisées	90	x
Total de pages	120	100

C'est un **tableau de proportionnalité**, donc les **produit en croix** sont égaux :

$$x \times 120 = 90 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{90 \times 100}{120} = 75$$

Dans le cahier de Rachid, 75 % des pages sont utilisées

2°) Sur les 400 km d'un trajet, il y a 130 km de voie rapide. Quel est le pourcentage de voie rapide sur ce trajet ?

Réponse :

Distance du trajet (en km)	400	100
Distance de voie rapide (en km)	130	x

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 400 = 130 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{130 \times 100}{400} = 32,5$$

Sur le trajet, il y a 32,5 % de voie rapide.

Exercice n°2 : Durant les soldes, un commerçant effectue une remise de 40 % sur tous les articles de son magasin.

Recopie et complète le tableau de proportionnalité et réponds aux questions par une phrase aux questions posées.

Prix initial en €	100	20	39
Remise effectuée en €	40	8	15,6

a. Quelle est la remise effectuée sur un pull coûtant 20 € ? Quel est le nouveau prix de ce pull ?

$$40 \% \text{ de } 20 = \frac{40}{100} \times 20 = 0,4 \times 20 = 8$$

La remise effectuée sur un pull de 20 € est de 8 €.

$$\text{On a : } 20 - 8 = 12$$

Le nouveau prix du pull coûte 12€

b. Quel est le nouveau prix du pantalon qui coûtait 39 € avant les soldes ?

$$40 \% \text{ de } 39 = \frac{40}{100} \times 39 = 0,4 \times 39 = 15,6$$

La remise effectuée sur un pantalon de 39 € est de 15,60 €.

$$\text{On a : } 39 - 15,60 = 23,40$$

Le nouveau prix du pantalon coûte 23,40€

Exercice n°3 : Dans un collège de 575 élèves, 28 % des collégiens sont en 6°. Calcule le nombre d'élèves de 6° dans ce collège.

$$28 \% \text{ de } 575 = \frac{28}{100} \times 575 = 0,28 \times 575 = 161$$

Dans le collège, il y a 161 élèves de sixième.

Exercice n°4 : En cinq ans, le nombre d'habitants d'une ville de 12 500 habitants a augmenté de 15 %/

a. Calcule le nombre de nouveaux habitants dans cette ville.

$$15 \% \text{ de } 12\,500 = \frac{15}{100} \times 12\,500 = 0,15 \times 12\,500 = 1\,875$$

Le nombre de nouveaux habitants est de 1 875.

b. Combien d'habitants y a-t-il désormais dans cette ville ?

$$\text{On a : } 12\,500 + 1\,875 = 14\,375$$

Il y a donc 14 375 habitants dans cette ville.

Exercice n°5 : Une citerne ayant une capacité de 8 500 L est remplie d'eau à 60 %.

a. Quelle quantité d'eau, en litres, cette citerne contient-elle ?

$$60 \% \text{ de } 8\,500 = \frac{60}{100} \times 8\,500 = 0,6 \times 8\,500 = 5\,100$$

La citerne contient 5 100 litres.

b. Quelle quantité d'eau, en litres, cette citerne peut-elle encore recevoir ?

$$\text{On a : } 8\,500 - 5\,100 = 3\,400$$

La citerne peut recevoir encore 3 400 litres d'eau.

Exercice n°6 : Enoncé : Sur son cahier de 120 pages, Rachid a utilisé 90 pages. Quel est le pourcentage de pages utilisées ?

Réponse :

Pages utilisées	90	x
Total de pages	120	100

C'est un **tableau de proportionnalité**, donc les **produit en croix** sont égaux :

$$x \times 120 = 90 \times 100 \quad \text{D'où } x = \frac{90 \times 100}{120} = 75$$

Dans le cahier de Rachid, 75 % des pages sont utilisées.

Exercice n°7 : En 1995, pour 779 000 élèves qui ont passé le brevet des collèges, 576 000 ont été reçus. Quel est le pourcentage de réussite ? (Donne le résultat à 0,1 % près.)

Réponse :

Nombre d'élèves de collèges	779 000	100
Nombre de reçus	576 000	x

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 779\,000 = 576\,000 \times 100 \quad \text{D'où } x = \frac{576\,000 \times 100}{779\,000} \approx 73,94$$

Dans le collège, 73,9 % environ des élèves ont été reçus.

Exercice n°8 :

En 1995, il y avait 650 élèves dans un collège. En 1996, ce nombre a augmenté de 2 %. Combien y avait-il d'élèves dans ce collège en 1996 ?

Réponse : • $\frac{2}{100} \times 650 = \frac{2 \times 650}{100} = \frac{1300}{100} = 13$ Le nombre d'élèves a augmenté de 13

• $13 + 650 = 663$ **En 1996, il y avait 663 élèves dans ce collège.**

Exercice n°9 :

Un produit coûte 70 € hors taxes. La T.V.A. est de 19,6 %.

- Calcule le montant de la T.V.A.
- Calcule le prix toutes taxes (prix TTC) du produit.

Réponse : • $\frac{19,6}{100} \times 70 = \frac{19,6 \times 70}{100} = \frac{1372}{100} = 13,72$ **Le montant de la T.V.A. s'élève à 13,72 €.**

• $70 + 13,72 = 83,72$. **Le prix toutes taxes du produit s'élève à 83,72 €.**

Exercice n°10 :

Sur les 400 km d'un trajet, il y a 130 km de voie rapide.

Quel est le pourcentage de voie rapide sur ce trajet ?

Réponse :

Distance du trajet (en km)	400	100
Distance de voie rapide (en km)	130	x

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 400 = 130 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{130 \times 100}{400} = 32,5$$

Sur le trajet, il y a 32,5 % de voie rapide.

Exercice n°11 : L'étiquette d'une boîte de petits pois comporte les indications suivantes :

Poids net total : 400 g Poids net égoutté : 280 g
--

Quel est le pourcentage d'eau contenu dans la boîte ?

Réponse :

On a : $400 - 280 = 120$. Il y a 120 grammes d'eau dans la boîte.

Poids net total (en g)	400	100
Poids d'eau (en g)	120	x

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 400 = 120 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{120 \times 100}{400} = 30$$

Dans la boîte de petits pois, il y a 30 % d'eau.

Exercice n°12 :

Voici la répartition des 178 486 élèves des collèges et lycées d'une académie :

Collèges	102 885
Lycées professionnels	25 222
Lycées	50 379

Quels pourcentages (avec 2 décimales) représentent les élèves :

a) des collèges ?

b) des lycées professionnels ?

c) des lycées ?

Réponse :

a)

Nombre d'élèves de collèges et lycées d'une académie	178 486	100
Nombre de collégiens	102 885	x

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 178\,486 = 102\,885 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{102885 \times 100}{178486} \approx 57,64$$

Dans l'académie, il y a 57,64 % de collégiens.

b)

Nombre d'élèves de collèges et lycées d'une académie	178 486	100
Nombre de lycées professionnels	25 222	x

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 178\,486 = 25\,222 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{25222 \times 100}{178486} \approx 14,13$$

Dans l'académie, il y a 14,13 % de lycées professionnels.

c) On a : $100 - (57,64 + 14,13) = 100 - 71,77 = 28,23$

Dans l'académie, il y a 28,23 % de lycéens.

ACTIVITE 3 : « Calculer un pourcentage lors d'un regroupement »

Lors d'un sondage sur la musique, on interroge des jeunes de 15-24 ans ainsi que des jeunes de 25-34 ans .

1. Pierre affirme que 85 % des personnes sondées considèrent la musique comme indispensable. Avant tout calcul, que penses-tu de son affirmation ? :
2. a) Calcule le nombre de jeunes de « 15-24 ans » interrogés qui considèrent que la musique est indispensable.

On a : $600 \times \frac{88}{100} = 600 \times 0,88 = 528.$

Il y a **528 élèves de « 15-24 ans »** interrogés qui considèrent que la musique est indispensable.

- b) Calcule le nombre de jeunes de « 25-34 ans » interrogés qui considèrent que la musique est indispensable.

On a : $250 \times \frac{82}{100} = 250 \times 0,82 = 205.$

Il y a **205 élèves de « 25 - 34 ans »** interrogés qui considèrent que la musique est indispensable.

- c) Quel est le pourcentage de personnes considérant la musique comme indispensable par rapport au nombre total de personnes interrogées ?

On a : $528 + 205 = 733$ Il y a **733 élèves** interrogés qui considèrent que la musique est indispensable.

On a : $600 + 250 = 850.$ Il y a **850 personnes interrogées**

Calcul du pourcentage :

Nombre total de personnes interrogées	850	100
Nombre d'élèves qui pensent que la musique est indispensable	733	x

Les produits en croix sont égaux : $x \times 850 = 733 \times 100$

D'où $x = \frac{733 \times 100}{850} \approx 86,2$

Il y a environ 86 % de personnes qui considère que la musique est indispensable.

3. Comment Pierre semble-t-il avoir obtenu un tel pourcentage ?

Il a fait la moyenne entre 88 % et 82 % : $\frac{88 + 82}{2} = \frac{170}{2} = 85$

Exercice n°13 : Un congrès de scientifiques s'est divisé en deux commissions. Dans la première commission de 20 personnes, il y a 15 % de femmes.

Dans la deuxième commission de 60 personnes, il y a 25 % de femmes.

Quel est le pourcentage de femmes dans ce congrès ?

① On cherche l'effectif dans chacun des deux groupes :

• On a : $20 \times \frac{15}{100} = 20 \times 0,15 = 3.$

Il y a **3 femmes dans la première commission.**

• On a : $60 \times \frac{25}{100} = 60 \times 0,25 = 15.$

Il y a **15 femmes dans la deuxième commission**

② On ajoute les effectifs de chaque groupe :

On a : $3 + 15 = 18$

Il y a **18 femmes dans les deux commissions réunies**

③ On calcule l'effectif total :

On a : $20 + 60 = 80$.

Il y a **80 personnes dans les deux commissions réunies**

④ On calcule le pourcentage :

Nombre de personnes dans les deux commissions réunies	80	100
Nombre de femmes dans les deux commissions réunies	18	x

Les produits en croix sont égaux : $x \times 80 = 18 \times 100$

D'où $x = \frac{18 \times 100}{80} = 22,5$

⑤ On conclut : **Il y a 22,5 % de femmes dans ce congrès**

Exercice n°14 : Dans un troupeau de 120 animaux, il y a 60 % de moutons. Dans un autre troupeau de 180 animaux, il y a 40 % de montons. Pour monter à l'alpage, les deux troupeaux sont rassemblés. Quel est le pourcentage de moutons dans les deux groupes réunis ?

① On cherche l'effectif dans chacun des deux groupes :

• On a : $120 \times \frac{60}{100} = 120 \times 0,60 = 72$.

Il y a **72 moutons dans le troupeau de 120 animaux.**

• On a : $180 \times \frac{40}{100} = 180 \times 0,40 = 72$.

Il y a **72 moutons dans le troupeau de 180 animaux.**

② On ajoute les effectifs de chaque groupe :

On a : $72 + 72 = 144$

Il y a **144 moutons dans les deux troupeaux réunis**

③ On calcule l'effectif total :

On a : $180 + 120 = 300$.

Il y a **300 animaux dans les deux troupeaux réunis**

④ On calcule le pourcentage :

Nombre d'animaux dans les deux troupeaux réunis	300	100
Nombre de moutons dans les deux troupeaux réunis	144	x

Les produits en croix sont égaux : $x \times 300 = 144 \times 100$

D'où $x = \frac{144 \times 100}{300} = 48$

⑤ On conclut : **Il y a 48 % de moutons dans les deux troupeaux réunis**

ACTIVITE 4 : " LES GAUFRES "

A) LES RECETTES:

Partie 1 :

A l'occasion de la fête du village, Julien et Nathalie ont décidé de faire des gaufres et de les vendre 2€ pièce.

1°) On désigne par x le nombre de gaufres vendues et par y la recette.

Exprime en fonction de x la recette : $y = 2x$

2°)

- La recette est-elle proportionnelle au nombre de gaufres vendues ? : **Oui.**
- Si oui, quel est le coefficient de proportionnalité ? : **2**

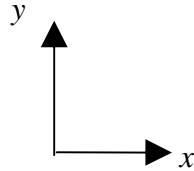
Complète le tableau ci-dessous :

x : Nombre de gaufres vendue	0	2	4	7	10	12	14	16	18	20	25
y : La recette	0	4	8	14	20	24	28	32	36	40	50

X 2

3°) Représentation graphique:

Sur une feuille de papier millimétré, représente le tableau de valeurs en prenant 1 cm pour 10 gaufres et en ordonnée 1 cm pour 10 €.



Ecris tes remarques à propos du graphique : **Les points sont alignés avec l'origine du repère**

Partie 2 :

1°) Pour cette partie, le prix d'une gaufre est de 4 €.

Exprime en fonction de x la recette : $y = 4x$.

x : Nombre de gaufres vendue	0	5	10	20	25	30	40	50	60
y : La recette	0	20	40	80	100	120	160	200	240

X 4

Représente sur le même graphique la représentation graphique .

Comment évolue le graphique ? : **Les points sont alignés avec l'origine du repère et la droite se rapproche de l'axe des ordonnées..**

2°) On suppose maintenant que le prix de vente d'une gaufre est de 1 €

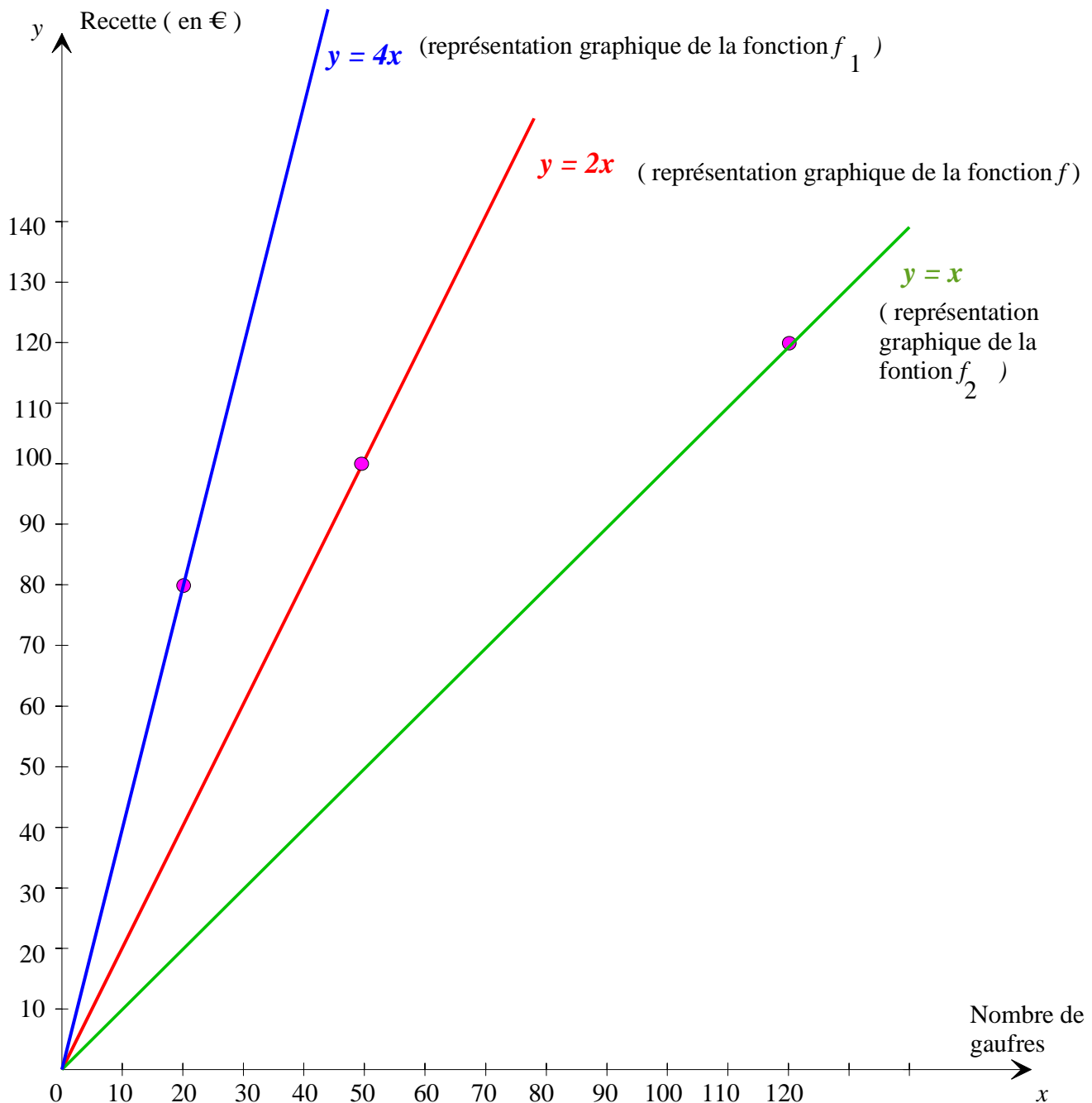
Exprime en fonction de x la recette : $y = x$.

x : Nombre de gaufres vendue	0	5	10	20	30	40	50	100	120
y : La recette	0	5	10	20	30	40	50	100	120

X 1

Représente sur le même graphique la représentation graphique .

Comment évolue le graphique ? : **Les points sont alignés avec l'origine du repère et la droite se rapproche de l'axe des abscisses**



B) LES DEPENSES: Julien et Nathalie ont dû payer une taxe de 15 € et de plus ils ont calculé que le prix de revient d'une gaufre (farine, œufs, ...) était de 0,60 €.

1°) On désigne par x le nombre de gaufres vendues et par p le montant total des frais.

Exprime en fonction de x la dépense : $p = 0,60x + 15$

x : Nombre de gaufres vendue	0	2	4	7	10	12	14	16	18	20	25
p : La dépense	15	16,2	17,4	19,2	21	22,2	23,4	24,6	25,8	27	30

- La dépense est-elle proportionnelle au nombre de gaufres vendues ? : **Non**

2°) Représente sur une feuille de papier millimétré ce tableau de valeurs (même échelle que A-2°). Relie les points.

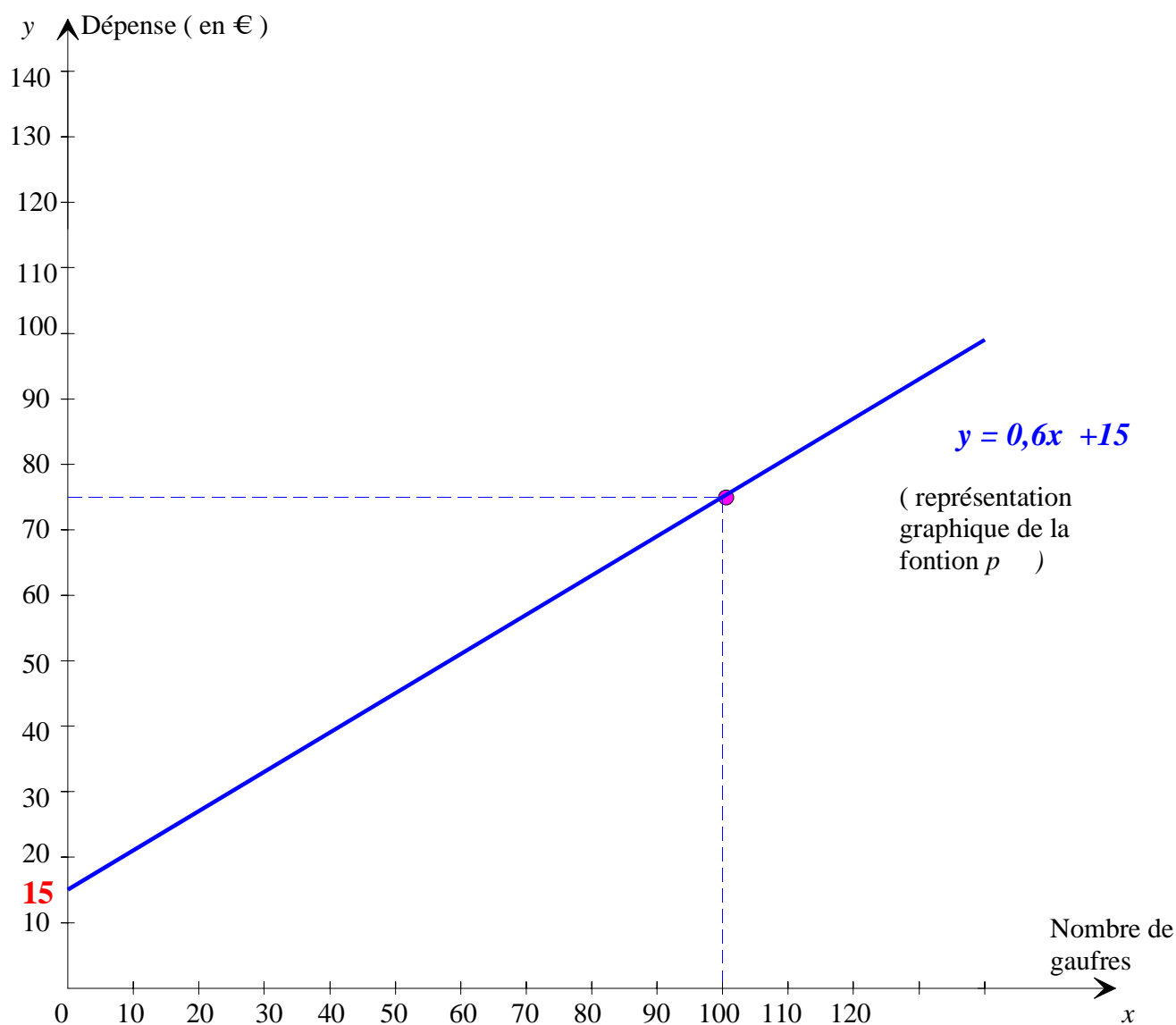
Quelles sont tes remarques à propos de ce graphique ? : **Les points sont alignés mais la droite ne passe pas par l'origine du repère.**

BILAN de L'activité

Si des points ont leurs ordonnées proportionnelles à leurs abscisses,

alors ces points sont **alignés avec l'origine**

Si des points sont alignés avec l'origine, alors **les points ont leurs ordonnées proportionnelles à leurs abscisses.**



Exercice n°16 :

1. Dans un repère du plan, place les points suivants :

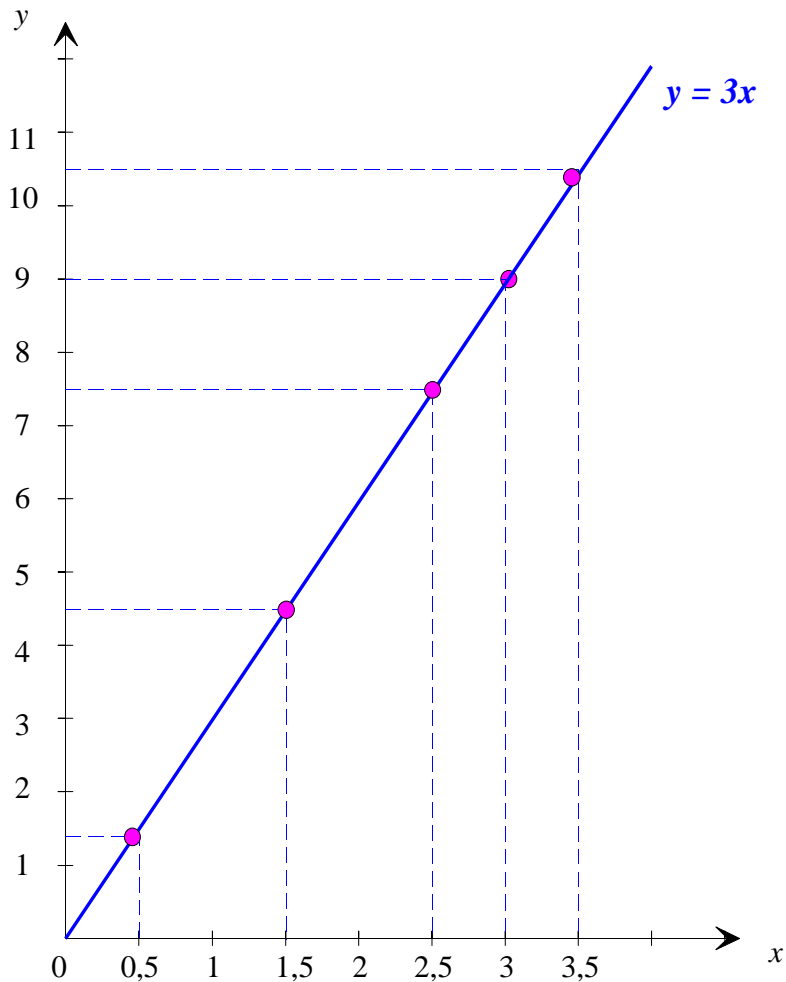
A(0,5 ; 1,5) , B(1,5 ; 4,5) , C(2,5 ; 7,5) , D(3 ; 9) et E(3,5 ; 10,5)

2. Justifie que le graphique obtenu représente une situation de proportionnalité.

Tous les points sont alignés avec l'origine du repère.

3. Recopie et complète le tableau suivant :

Point	A	B	C	D	E
Abscisse x	0,5	1,5	2,5	3	3,5
Ordonnée y	1,5	4,5	7,5	9	10,5



Calcul du coefficient de proportionnalité : On a

$$\frac{1,5}{0,5} = 3$$

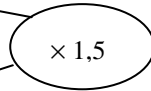
Exprime de y en fonction de x : $y = 3x$

Exercice n°17 :

A – Premier graphique : On considère des points A, B, ... , G, H dont l'ordonnée s'obtient en multipliant l'abscisse par 1,5.

1. Complète le tableau.

Point	A	B	C	D	E	F	G	H
Abscisse x	- 5	- 2	- 1	1	2	3	4	6
Ordonnée y	-7,5	- 3	- 6	1,5	3	4,5	6	9

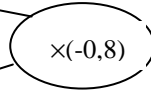


2. Trace deux axes gradués. Marque les points A, B, ... , G, H. Que peux-tu dire de ces 8 points ?

A. Deuxième graphique

1. Complète le tableau.

Point	I	J	K	L	M	N	O	P
Abscisse x	- 5	- 4	- 2	1	3	5	0	8
Ordonnée y	4	3,2	1,6	- 0,8	- 2,4	- 4	0	- 6,4



2. Marque les points I, J, ... , O, P sur le graphique précédent. Que constates-tu ?

La droite à une pente descendante.

B. Troisième graphique

1. Marque les points Q, R, S, T sur un nouveau graphique. Les points sont-ils alignés ?

Point	Q	R	S	T
Abscisse x	- 4	- 1	2	4
Ordonnée y	- 2	- 1	2	3

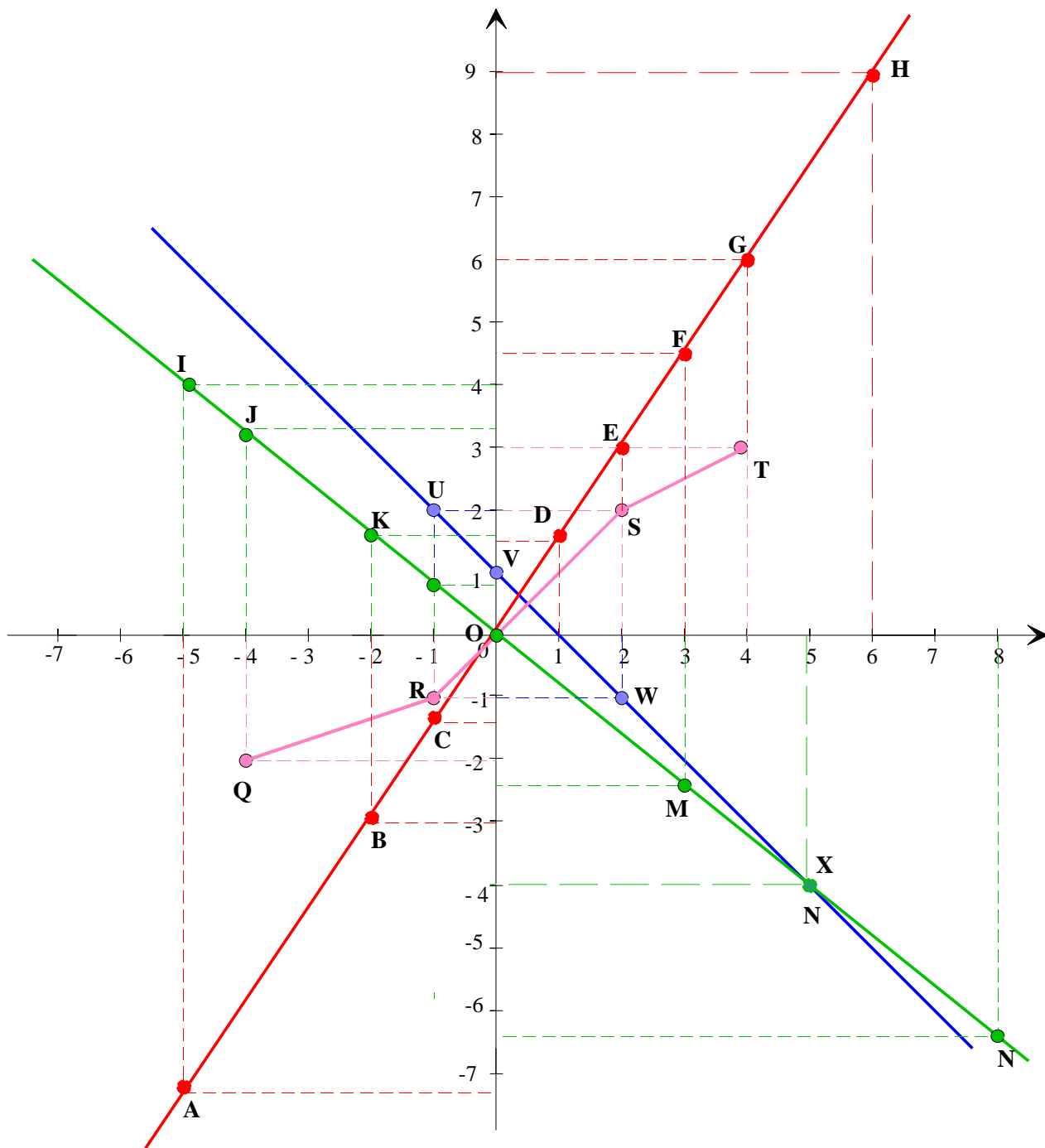
2. Les ordonnées sont-elles proportionnelles aux abscisses ? (Justifie à partir du tableau) **Non**

C. Quatrième graphique

1. Marque les points U, V, W, X sur un autre graphique. Les 4 points sont-ils alignés ?

Point	U	V	W	X
Abscisse x	- 1	0	2	5
Ordonnée y	2	1	- 1	- 4

2. Les ordonnées sont-elles proportionnelles aux abscisses ? (Justifie à partir du tableau) **Non**



Exercice n°18 :

1) a) $9 \times 48 = 432$ avec le grossiste A, les 9 paquets coûtent 432 €.

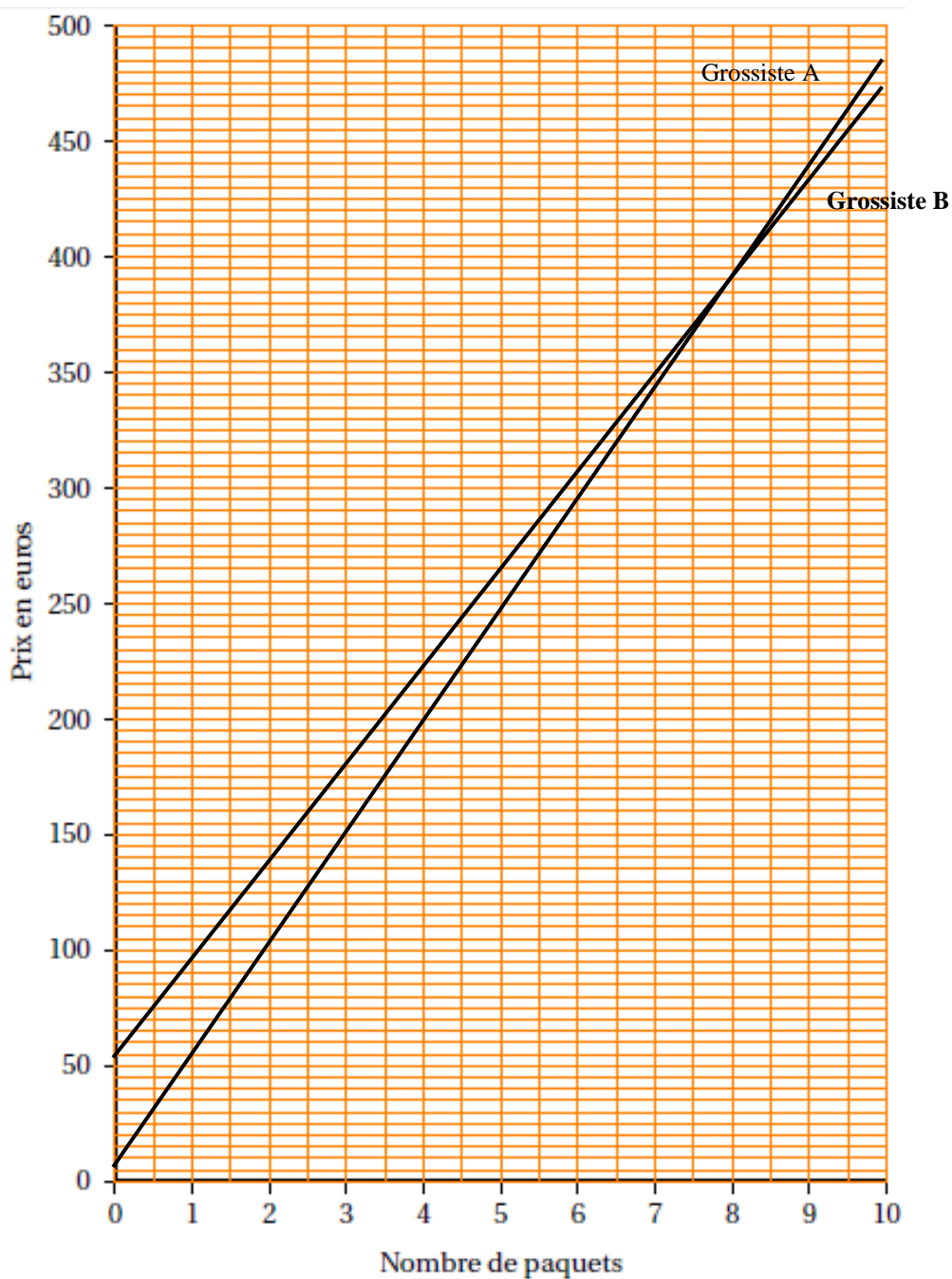
$9 \times 42 + 45 = 378 + 45 = 423$ avec le grossiste B, les 9 paquets coûtent 423 €.

2) $P_A = 48n$ et $P_B = 42n + 45$

3) Voir le graphique.

4) Si l'on achète 7 paquets ou moins le tarif le plus avantageux est le tarif du grossiste A.

Si l'on achète 8 paquets ou plus le tarif le plus avantageux est le tarif du grossiste B.

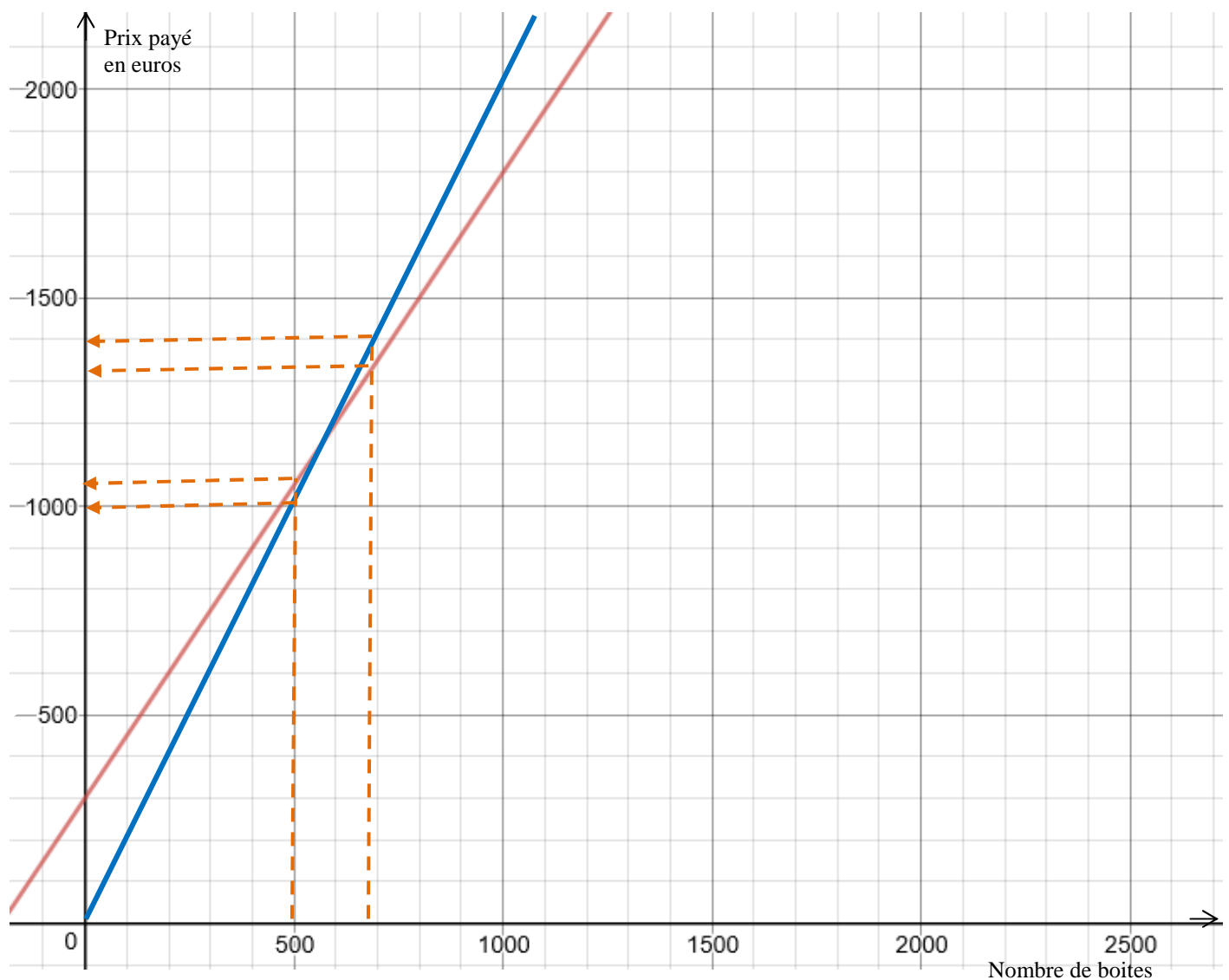


Exercice n°19 :

1) a) $S_A = 2x$

b) $S_B = 1,5x + 300$

2) $S_A S_B$



Pour les questions 3., on fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires.

3) a) pour l'achat de 500 boîtes ;

La courbe représentative de la fonction f est sous la courbe représentative de la fonction g .

Pour 500 boîtes achetées, le tarif A est le plus avantageux

b) pour l'achat de 700 boîtes.

La courbe représentative de la fonction g est sous la courbe représentative de la fonction f .

Pour 700 boîtes achetées, le tarif B est le plus avantageux

Exercice n°20 :

1)

Nombre de séances	0	1	6	10
Prix en euros	0	7,50	45	75

2)

Nombre de séances	0	1	5	9
Prix en euros avec la carte	20	25	45	65

3) $P(x) = 7,5x$

4) $A(x) = 5x + 20$

5) Voir sur le graphique la représentation de la fonction P .

6) **Au-delà de 8 séances** il est intéressant de prendre une carte d'abonnement.

On retrouve ce résultat sur le graphique en regardant **le point d'intersection des deux droites**

