

## Thème N°8 : CALCUL LITTERAL

### Développer et réduire une expression

### La double distributivité

**Utiliser des identités remarquables pour développer**

#### Pour prendre un bon départ

**Exercice n°1 :** Le signe  $\times$  ( multiplier ) peut être sous-entendu dans différentes situations.

- entre un nombre et une lettre :  $3x$  signifie  $3 \times x$
- entre deux lettres :  $xy$  signifie  $x \times y$
- entre un nombre et une parenthèse :  $2(x+y)$  signifie  $2 \times (x+y)$
- entre une lettre et une parenthèse :  $(4+x)y$  signifie  $(4+x) \times y$
- entre deux parenthèses :  $(y+7)(x+4)$  signifie  $(y+7) \times (x+4)$
- Remarque : Le produit de  $x$  par  $x$  se note  $x^2$  :  $x^2$  signifie  $x \times x$ .

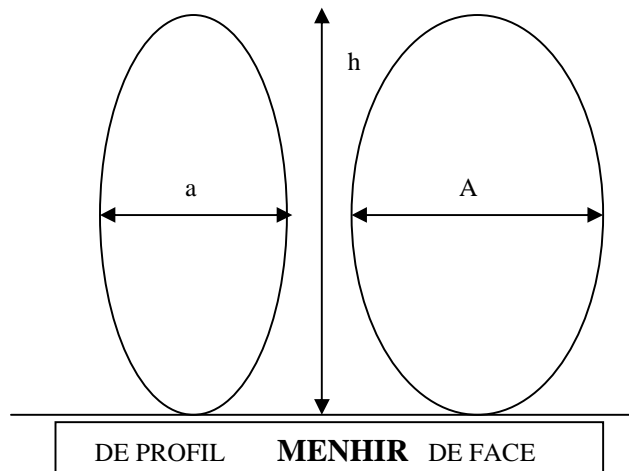
Supprime les signes  $\times$  quand c'est possible.

$3 \times a \times b = \dots\dots\dots$  ;  $3 \times a - 5 \times b = \dots\dots\dots$  ;  $a \times (b+3) = \dots\dots\dots$  ;  $2 \times y \times y = \dots\dots\dots$   
 $7 \times a \times b = \dots\dots\dots$  ;  $(7+a) \times (b+5) = \dots\dots\dots$  ;  $(a+5 \times b) \times 3 - 2 \times c \times c = \dots\dots\dots$

**Exercice n°2 :** Afin de connaître le poids du menhir qu'il doit fournir au client, le livreur de menhirs applique l'une des formules suivantes.

( $A$ ,  $a$  et  $h$  sont en dm et  $P$  en kg).

- La formule de Lutèce :  
 $P = 0,302\pi h A a$
- La formule de pictave :  
 $P = 0,306h(2A^2 + a^2)$
- La formule arverne :  
 $P = \frac{\pi h}{10}(A^2 + a^2 + Aa)$
- La formule de Guy l'an neuf :  
 $P = \frac{\pi h}{30}(5A^2 + 4a^2)$
- La formule armoricaine :  
 $P = 1,22h(0,4A^2 + 0,2Aa + 0,15a^2)$



Deux modèles sont à livrer.

- Un grand menhir :  $h = 21$  dm ,  $A = 10,5$  dm ,  $a = 9,5$  dm.
- Un petit menhir :  $h = 16$  dm ,  $A = 6,5$  dm ,  $a = 5$  dm.

Essaye les cinq formules avec les dimensions mesurées.

- La formule de Lutèce : .....
- La formule de pictave : .....
- La formule arverne : .....
- La formule de Guy l'an neuf : .....
- La formule armoricaine : .....

**Exercice n°3 :** Pour  $x = 1$ , effectue les calculs suivants :

$A = -4x + 7$  .....

$B = -3(4x - 6)$  .....

$C = 2(3x + 5) - 4(5x - 7)$  .....

$D = (5x - 6)(-2x + 8)$  .....

$E = 5x^2 - 8x - 6$  .....

**Exercice n° 4 :** Maîtriser le vocabulaire : **somme - termes - produit - facteurs**

1. Complète :

•  $4 + 6 - 8$  est une ..... algébrique ; 4, 6 et - 8 sont les ..... de la somme.

•  $x + y - z$  est une ..... algébrique ;  $x$ ,  $y$  et  $-z$  sont les ..... de la somme.

Les termes sont les expressions que l'on ajoute ou que l'on retranche.

•  $2 \times 3 \times (-8)$  est un ..... ; 2, 3 et - 8 sont les ..... du produit.

•  $xy(-3)$  est un ..... ;  $x$ ,  $y$  et  $(-3)$  sont les ..... du produit.

2. Avec des expressions moins évidente :

•  $4 + 3 \times 4$  est une somme car s'est l'addition que l'on fait en dernier lieu ; 4 et  $3 \times 4$  sont les deux ..... de la somme.

•  $x + 3y$  est une ..... dont les termes sont ..... et .....

•  $(4 + 5) \times 3$  est un produit car c'est la multiplication que l'on fait en dernier lieu ;  $(4 + 5)$  et 3 sont les deux ..... du produit.

•  $(x + 3)y$  est un ..... dont les ..... sont .....

•  $(5 + 3)(y + 6)$  est un ..... dont les ..... sont .....

•  $4 + 3 \times 5 + 7$  est un ..... dont les ..... sont .....

•  $x + 3y + 8$  est un ..... dont les ..... sont .....

•  $3x(-y)$  est un ..... dont les ..... sont .....

•  $4x - y$  est un ..... dont les ..... sont .....

**Exercice n°5 :** Traduire les expressions suivantes en écriture mathématiques usuelle :

Exemple : « la somme de a et b » se note  $a + b$  « le double de x » se note  $2x$

N°1 : « le carré de x » se note .....

N°2 : « la différence de a et b » se note .....

N°3 : « le produit de a par b » se note .....

N°4 : « la somme des carrés de a et b » se note .....

N°5 : « le carré de la somme de a et b » se note .....

N°6 : « le produit de 8 par  $2x + 4$  » se note .....

N°7 : « le produit de a par la somme de b et c » se note .....

N°8 : « le produit de la somme de a et b par c » se note .....

N°9 : « la somme de a et du produit de b par c » se note .....

N°10 : « la différence du carré de a et du carré de b » se note .....

## Exercice n°6 : Revoir la distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction

Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

$$2 \times (5 + 8) = 2 \times 5 + 8$$

$$a + (b \times c) = a + b \times c + c$$

$$9 \times 1 + 9 \times 2 = (1 + 2) \times 9$$

$$a \times (b + c) = a \times b + c$$

$$k \times x + k \times y = k + (x \times y)$$

$$k \times x + k \times y = (x + y) \times k$$

$$8 \times (1 + 4) = 8 \times 1 + 4 \times 8$$

$$7 \times 5 + 1 = 7 \times 5 + 7 \times 1$$

$$6 \times 2 + 3 \times 6 = 6 \times (2 + 3)$$

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times b + c = a \times b + a \times c$$

$$k \times x + y \times k = k \times (x + y)$$

$$3 + (5 \times 4) = 3 + 5 \times 3 + 4$$

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y)$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

$$k \times x - k \times y = k - (x \times y)$$

$$k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

$$a \times (b - c) = a \times b - c$$

$$a - (b \times c) = a - b \times c - c$$

$$k \times x - k \times y = (x - y) \times k$$

$$18 \times (9 - 4) = 18 \times 9 - 4 \times 8$$

$$5 \times 5 - 1 = 5 \times 5 - 5 \times 1$$

$$a \times b - c = a \times b - a \times c$$

$$k \times x - y \times k = k \times (x - y)$$

$$6 \times 2 - 3 \times 6 = 6 \times (2 - 3)$$

$$6 \times (3 - 4) = 6 \times 3 - 4$$

$$46 - (4 \times 5) = 46 - 4 \times 5 - 46$$

$$4 \times 8 - 4 \times 5 = (8 - 5) \times 4$$

### ACTIVITE 1 : Différencier un « développement » d'une « factorisation »

1°) Il a été demandé à un élève de quatrième de traiter l'exercice suivant :

#### *Question 1 : Développer*

$$A = 8 \times (5 + 9) \quad ; \quad B = 8 \times (9 - 4) \quad ; \quad C = 4(2x + 7) \quad ; \quad D = 3(6a - b)$$

$$E = (7 + 3) \times (2 + 5) \quad ; \quad F = (x + 3)(x + 2) \quad ; \quad G = (2x - 4)(x - 5)$$

#### *Question 2 : Factoriser*

$$H = 21 + 63 \quad ; \quad I = 54 - 30 \quad ; \quad J = 14x + 21 \quad ; \quad K = 6a - 15b$$

Ci-dessous se trouvent les réponses de l'élève ainsi que l'appréciation apportée par le professeur.

#### Question 1 :

$$A = 8 \times (5 + 9) = 8 \times 5 + 8 \times 9 = 40 + 72$$

Bien

$$B = 8 \times (9 - 4) = 8 \times 5$$

Faux, car tu dois obtenir une somme de termes

$$C = 4(2x + 7) = 4 \times 2x + 4 \times 7 = 8x + 28$$

Bien

$$D = 3(6a - b) = 3 \times 6a - 3 \times b = 18a - 3b$$

Bien

$$E = (7 + 3) \times (2 + 5) = 10 \times 7$$

Faux. Ici tu as un produit de deux facteurs !!!

$$F = (x + 3)(x + 2) = x \times x + x \times 2 + 3 \times x + 3 \times 2 = x^2 + 2x + 3x + 6$$

Bien

$$G = (2x - 4)(x - 5) = 2x \times x - 2x \times 5 - 4 \times x + 4 \times 5 = 2x^2 - 10x - 4x + 20$$

Bien

#### Question 2 :

$$H = 21 + 63 = 7 \times 3 + 7 \times 9 = 7 \times (3 + 9)$$

Bien

$$I = 54 - 30 = 6 \times 9 - 6 \times 5$$

Tu n'as pas terminé. On doit avoir un produit de facteurs

$$J = 14x + 21 = 7 \times 2x + 7 \times 3$$

Même remarque que ci-dessus.

$$K = 6a - 15b = 3 \times 2a - 3 \times 5b = 3(2a - 5b)$$

Bien

En observant les réponses de l'élève ainsi que les appréciations, complète les deux phrases ci-dessous en utilisant le vocabulaire : termes - facteurs - un produit - une somme.

**Développer, c'est transformer** ..... **de** ..... **en** ..... **de** .....

**Factoriser, c'est transformer** ..... **de** ..... **en** ..... **de** .....

2°) On dira que  $7 \times x + 7 \times 2$  ( ou  $7x + 14$  ) est une expression développée, et,  $9 ( 2y + 3 )$  est une expression factorisée.

En utilisant les expressions de départ ainsi que les solutions justes de l'exercice traiter par l'élève, complète le tableau ci-dessous.

Les expressions développées sont :	Les expressions factorisées sont :

**Exercice n°7 :** Pour chaque expression ci-dessous, dire quelle est la question que l'on pourrait demander.

Complète par : **Développer** ou **Factoriser**.

$\frac{2}{3}b - b + \frac{1}{2}b$ .....	$2 (-3x - 4)$ .....
$-3x + 8x$ .....	$1,2x + 2,5x$ .....
$(4x + 5)(2x + 3)$ .....	$\frac{3}{2}\left(4x + \frac{5}{3}\right)$ .....
$7x - 11x$ .....	$-\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x - \frac{6}{5}\right)$ .....
$(x + 1)(x + 2)$ .....	$2a - 5a + 12a$ .....
$\frac{3}{2}x^3 - x^3$ .....	$5(2x - 5)(3x + 5)$ .....
$(4 - 5x)(8x - 3)(x + 9)$ .....	$7ab - 3ab + 18ab$ .....
$-3x^2 - 7x^2$ .....	$3(-2x + 5)$ .....
$(-5x + 3)(-3x - 5)$ .....	$2x^2 - 5x^2$ .....
$5\pi x - \pi x - 4\pi x$ .....	

**Exercice n°8 :** Dire si les expressions ci-dessous sont sous forme développée ou factorisée :

$7(8x + 9)$ .....	$4x^2 + 8x + 4$ .....
$15 + 12$ .....	$24m^2 - 30m$ .....
$\frac{7}{3}(5x + 2)$ .....	$(2x - 4)^2$ .....
$\frac{3}{12}y\left(\frac{5}{3}y + \frac{1}{4}x\right)$ .....	$\frac{2}{7}\left(\frac{5}{3}x + \frac{5}{11}\right)$ .....
	$a^2 + 2a + 7$ .....

$9a^3$ .....		$(3x + 2)(4x - 5)$ .....
$825x - 8250$ .....		$a(a + 2) + 2a$ .....
$(x - 25)(3x + 8)(8x - 1)$ .....		

**Exercice n°9 : Développer en utilisant la distributivité.**

On utilise les règles suivantes :  $k \times (x + y) = \dots\dots\dots$   $k \times (x - y) = \dots\dots\dots$

Exemples :  $3(2 + 5) = 3 \times 2 + 3 \times 5 = 6 + 15$  ;  $3(2 + 4x) = 3 \times 2 + 3 \times 4x = 6 + 12x$

Développe :

$8(3x + 2) = \dots\dots\dots$

$7(4x - 1) = \dots\dots\dots$

$9(u - v) = \dots\dots\dots$

$9x(2y + 7) = \dots\dots\dots$

$x(3x + 2) = \dots\dots\dots$

$5(y - 6) = \dots\dots\dots$

$12(10a + 12b) = \dots\dots\dots$

$4(2x + 3) = \dots\dots\dots$

**Exercice n°10 : REDUIRE une somme**

Exemple : On veut réduire  $5x + 3x$ .

On utilise la factorisation puis on calcule la somme située dans les parenthèses.

$$5x + 3x = x \times 5 + x \times 3 = x \times (5 + 3) = x \times 9 = 9x$$

« On compte les x »

On dit que la somme  $5x + 3x$  a été réduite.

Remarque : On ne peut pas réduire  $4 + 3x$

Réduire si possible

$8x + 12x = \dots\dots\dots$		$25x - 15x - 5x = \dots\dots\dots$
$4a - 2 = \dots\dots\dots$		$3x + 2x = \dots\dots\dots$
$5x + 4x - 2x = \dots\dots\dots$		$2x + 3 = \dots\dots\dots$
$5x + 2y = \dots\dots\dots$		$4x + x + 5y = \dots\dots\dots$
$8x - 2x = \dots\dots\dots$		$2x + 3 + 8x + 4 = \dots\dots\dots$

**Attention à ne pas confondre sommes et produits de puissances de  $x$**

Somme	Produit
$2x + 7 =$	$2x \times 7 =$
$x + x =$	$x \times x =$
$x + 3x =$	$x \times 3x =$
$2x + 3x =$	$2x \times 3x =$
$2x + 3x^2 =$	$2x \times 3x^2 =$
$2x + 3y =$	$2x \times 3y =$

**Exercice n°11 :**

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 9x + 3x \quad ; \quad B = 5 + 2x \quad ; \quad C = 7x + 5x \quad ; \quad D = 8x + x \quad ; \quad E = 4x + 9 \quad ; \quad F = x + 5x$$

**Exercice n°12 :**

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 15a^2 + 8a^2 \quad ; \quad B = 7 + 3a^2 \quad ; \quad C = 8a^2 + 9a^2 \quad ; \quad D = 6a^2 + 3a^2 \quad ; \quad E = a + 4a^2$$

**Exercice n°13 :**

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 8x - 3x \quad ; \quad B = -8x - 3x \quad ; \quad C = -8x + 3x \quad ; \quad D = 8x + 3x \quad ; \quad E = -8 + 3x \quad ; \quad F = -x = 8x$$

**Exercice n°14 :**

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = -8c^2 + 12c^2 \quad ; \quad B = 7 + 3c^2 \quad ; \quad C = 5c^2 - 15c^2 \quad ; \quad D = 6b^2 - b^2 \quad ; \quad E = -4b^2 - 5b^2$$

**Exercice n°15 :**

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 7x + 4x + 4 + 2x \quad ; \quad B = 8x + 10x - 6x + 4x \quad ; \quad C = -4x - 2x - 3 + 7x \quad ; \quad D = -4x + 5 + x - 6x$$

**Exercice n°16 :**

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 4x^2 + 5x + 8 + 6x + 2x^2 + 4 \quad ; \quad B = -9x^2 + 10 - 7x - 13 + 3x^2 + 10$$

$$C = -4x^2 + 5x - 2x^2 + 6 - 14x + 8 \quad ; \quad D = -3x - 8 - 7x^2 - 9x - 7x - 2$$

**Exercice n°17 :**

Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 5x \times 4x \quad ; \quad B = 7 \times 3x \quad ; \quad C = 4 \times 2x^2 \quad ; \quad D = 4x \times 3 \quad ; \quad E = 5x^2 \times 2 \quad ; \quad F = 6x \times 3x$$

**Exercice n°18 :** Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = -3 \times 5x^2 \quad ; \quad B = 4x \times (-3x) \quad ; \quad C = 5 \times (-4x^2) \quad ; \quad D = -5 \times (-2x^2) \quad ; \quad E = -6x \times (-4x)$$

**Exercice n°19 :** Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = 7 - 4x^2 \quad ; \quad B = 7 \times (-4x^2) \quad ; \quad C = -6x - 3x \quad ; \quad D = 7x^2 - 10x^2 \quad ; \quad E = -4x \times (-2x)$$

**Exercice n°20 :** Réduire si possible les expressions suivantes :

$$A = -6x \times 3x - 2 \times 4x \quad ; \quad B = 7 \times 2x^2 - 5x \times 4x \quad ; \quad C = -4x \times 6x + 2 \times 12x^2 \quad ; \quad D = -6x \times 5x + 4x \times 2x$$
$$E = -5 \times 3x - 3 \times 2x^2 + 4 \times 4x^2 + 2 \times 3x \quad ; \quad F = 5 \times 2x^2 - 6x \times 3x - 4 \times 7x^2 - 3 \times 4x$$

**Exercice n°21 :** Développe les expressions suivantes :

$$A = 5(2x + 4) \quad ; \quad B = x(4 + 2x) \quad ; \quad C = 6x(5 + 3x) \quad ; \quad D = 3(8x + 5) \quad ; \quad E = 4x(7 + 3x)$$

$$F = x(6x + 8) \quad ; \quad G = 8(5x - 4) \quad ; \quad H = -6(-2x + 3) \quad ; \quad I = x(-4 + 3x) \quad ; \quad J = -2x(5 + 7x)$$

$$K = 7(4x - 8) \quad ; \quad L = x(-6x + 5) \quad ; \quad M = -9x(2x - 5)$$

**Exercice n°22 :** Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = -4(x + 3) + 5(6 + x) \quad ; \quad B = 3(8 + 2x) + 7(3x + 7) \quad ; \quad C = 4x(-2x + 3) + 2x(3x - 6)$$

$$D = 5x(6 - 7x) - x(8 + 2x) \quad ; \quad E = 6x(3x + 4) + 4(5x + 6) \quad ; \quad F = -3x(-2x + 6) + x(4x - 2)$$

$$G = -4(6 + 5x) + 9x(2x - 3) \quad ; \quad H = 7x(3x - 2) - x(-6 + x) \quad ; \quad I = -3x(-2x + 6) + x(4x - 2)$$

**Exercice n°23 :** Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 3(x + 5) - 4(x - 2) \quad ; \quad B = 4(2x - 7) + 2(5 - 4x) \quad ; \quad C = (2x + 1) + 10(5 + 3x)$$

$$D = 2\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{12}\right) \quad ; \quad E = 2(a + 3) - 5(b - 4) \quad ; \quad F = -3(3 - a) - 4(3 - b)$$

$$G = 9(4 - a + b) - 3(5 - 3a + 3b) \quad ; \quad H = (2a - 3) - 2(-5 - b) \quad ; \quad I = a(a - 2) - a(3 + a)$$

$$J = a(b - a) + b(a + b)$$

**Exercice n°24 :** Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 11 + 2(x + 1) + 3x \quad ; \quad B = 7y + 3(6 - y) + 2 \quad ; \quad C = 2(5 + 2x) + 3(x - 4)$$

$$D = -5(2y + 7) + 4(7 + 3y) \quad ; \quad E = 6 - 4(3x + 8) \quad ; \quad F = -3y + 3(5y + 6) + 2y$$

$$G = -2x - 7(3x + 5) + 1 \quad ; \quad H = -3(y + 4) - 2(4 - 2y)$$

**ACTIVITE 2 : Parenthèses précédées du signe plus ou du signe moins**

**A. Découvertes**

1. Complète les quatre tableaux ci-dessous :

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>b + c</b>	<b>a + (b + c)</b>	<b>a + b + c</b>
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>b - c</b>	<b>a + (b - c)</b>	<b>a + b - c</b>
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>b + c</b>	<b>a - (b + c)</b>	<b>a - b - c</b>
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>b - c</b>	<b>a - (b - c)</b>	<b>a - b + c</b>
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

2. En observant les résultats obtenus dans les tableaux précédents, complète les deux égalités suivantes.  
Pour tout nombre relatif a, b et c :

$a + (b + c) = \dots\dots\dots$	$a + (b - c) = \dots\dots\dots$
$a - (b + c) = \dots\dots\dots$	$a - (b - c) = \dots\dots\dots$

**B. Règles**

Comment supprime-t-on des parenthèses précédées du signe plus ?

.....

Comment supprime-t-on des parenthèses précédées du signe moins ?

.....



**Exercice n°25 :** Simplifier les expressions suivantes :

$$A = (8x + 5) - (6x + 2) \quad ; \quad B = (7x - 3) - (3x - 2) \quad ; \quad C = (9x - 6) + (-4x + 7)$$

$$D = -4x - (3x^2 - 2x + 8) \quad ; \quad E = 8x - (3x + 5) \times 2$$

**Exercice n°26 :** Simplifier les expressions suivantes :

$$A = (4x + 9) - (2x - 1) \quad ; \quad B = (-8x - 2) - (3x - 8) \quad ; \quad C = (2x - 8) + (9x + 5)$$

$$D = 7x^2 - 4 - (2x^2 - 4x + 6) \quad ; \quad E = 6x^2 - 5(3x + 8)$$

**Exercice n°27 :** Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes et réduis le résultat

$$A = -1 + (4x + 5x) + (2 - x) \quad ; \quad B = (3 + 4x) - (-3 - 3x) \quad ; \quad C = 3 - (x + y) + (2x - 3y)$$

$$D = -4 + (3 - 6z) - (3 + t) \quad ; \quad E = (6 + y) - (3 - 10y)$$

**Exercice n°28 :** Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes et réduis le résultat

$$A = (2x + 7) + (3x - 6) \quad ; \quad B = (3 - 5x) - (-3 + 6y) \quad . \quad C = -2 + (5 - y) + (-3 + 6y)$$

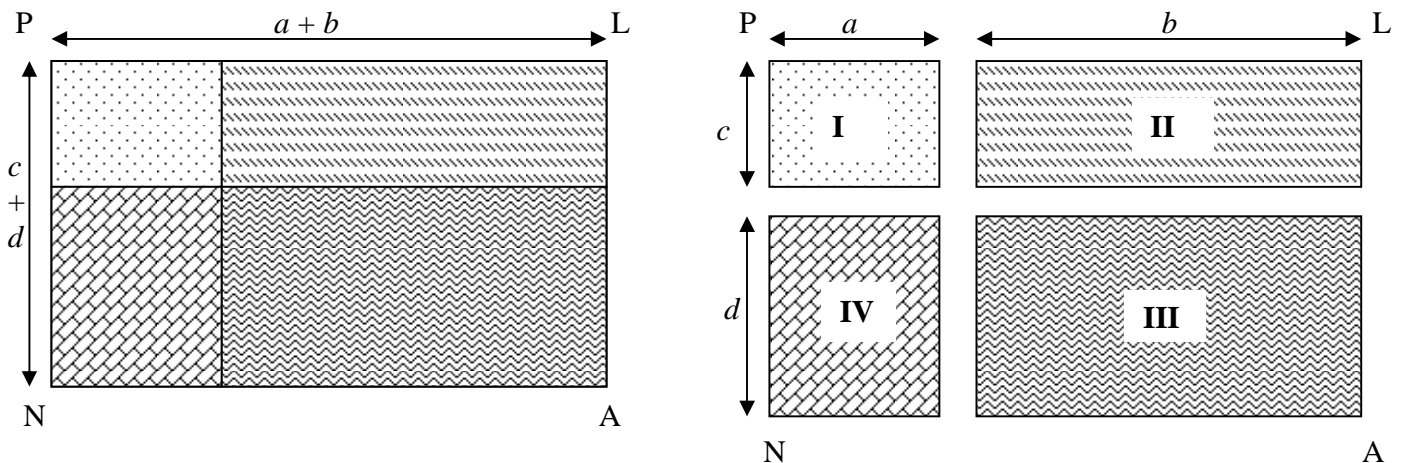
$$D = 6 + (7a - 6) - (1 + 7a) - 1$$

**Exercice n°29 :** Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes et réduis le résultat

$$A = (x^2 + 5x - 3) + (x^2 - x + 7) \quad ; \quad B = (3x^2 - 4x - 3) - (x^2 - 2x + 1)$$

$$C = -(x^2 + 6x - 3) + (x^2 + 2x + 1) \quad . \quad D = -(x^2 - 3x + 1) - (x^2 + 5x - 3)$$

**ACTIVITE 3 :** La figure ci-dessous représente un rectangle PLAN coupé en quatre « morceaux ».



**A. Avec des nombres**

On suppose que  $a = 3$  ;  $b = 5$  ;  $c = 2$  et  $d = 4$

1. Complète :  $PL = \dots\dots\dots$  et  $PN = \dots\dots\dots$

Aire du rectangle PLAN est : Aire (PLAN) =  $\dots\dots\dots$

2. Complète :

Aire du rectangle I =  $\dots\dots\dots$

Aire du rectangle II =  $\dots\dots\dots$

Aire du rectangle III =  $\dots\dots\dots$

Aire du rectangle IV =  $\dots\dots\dots$

3. Vérifie que la somme des aires de ces morceaux est égale à l'aire du rectangle PLAN :

$\dots\dots\dots$

**B. Avec des lettres ( cas général )**

1. Donne la longueur, la largeur et l'aire du rectangle PLAN en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  : Complète

$PL = \dots\dots\dots$  ;  $PN = \dots\dots\dots$  ; Aire (PLAN) =  $(\dots + \dots) \times (\dots + \dots)$

2. Donne l'aire de chacun des morceaux I, II, III et IV en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  : Complète

Aire (I) =  $\dots\dots\dots$  ; Aire (II) =  $\dots\dots\dots$  ; Aire (III) =  $\dots\dots\dots$  ; Aire (IV) =  $\dots\dots\dots$

3. Complète l'égalité :  $(a + b) \times (c + d) = \dots\dots\dots$

**C. Démonstration**

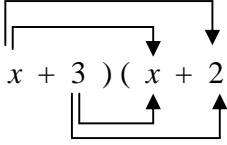
En utilisant la formule :  $k \times (x + y) = k \times x + k \times y$  , complète :

$(a + b) \times (c + d) = \dots \times (c + d) + b \times (\dots + \dots) = \boxed{ac + \dots + \dots + \dots}$

Ainsi :

$(a + b) \times (c + d) = \dots\dots\dots$

**Exercice n°30 :** Développe et réduis comme l'exemple :

$$(x + 3)(x + 2) = x \times x + x \times 2 + 3 \times x + 3 \times 2 = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$


$(x + 1)(x + 2) = \dots\dots\dots$

$(x - 7)(x + 8) = \dots\dots\dots$

$(x - 2)(x - 5) = \dots\dots\dots$

$(4x + 5)(2x + 3) = \dots\dots\dots$

$(-5x + 3)(-3x - 5) = \dots\dots\dots$

**Exercice n°31 :** Développe et réduis les expressions suivantes

$A = (x - 3)(x + 2)$  ;  $B = (x - 5)(x - 7)$  ;  $C = (y + 2)(y - 3)$  ;  $D = ((y - 4)(y - 3)$

$E = (4x + 1)(x - 5)$  ;  $F = (3x - 2)(x - 4)$  ;  $G = (5y - 2)(y + 3)$  ;  $H = (4y + 3)(2 - 3y)$

**Exercice n°32 :**

Au tableau un élève a écrit le résultat :  $(2x + 1)(3x + 2) = 5x^2 + 7x + 2$

1°) Pas sur de lui, il teste son résultat pour  $x = 0$ . Peut-il en tirer une conclusion ?

2°) a. Teste son résultat pour  $x = 1$ . Que peux-tu en conclure ?

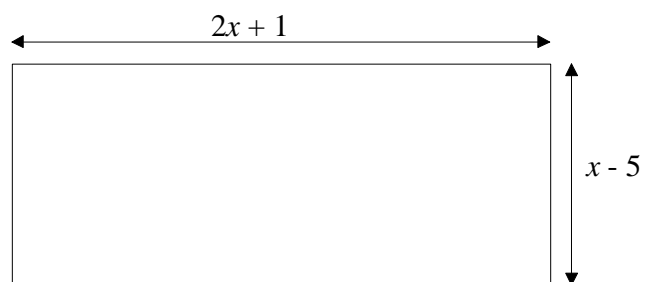
b. Développe et réduis l'expression  $(2x + 1)(3x + 2)$  et corrige la réponse de L'élève.

**Exercice n°33 :** L'égalité ci-dessous est-elle juste ? Justifie ta réponse.

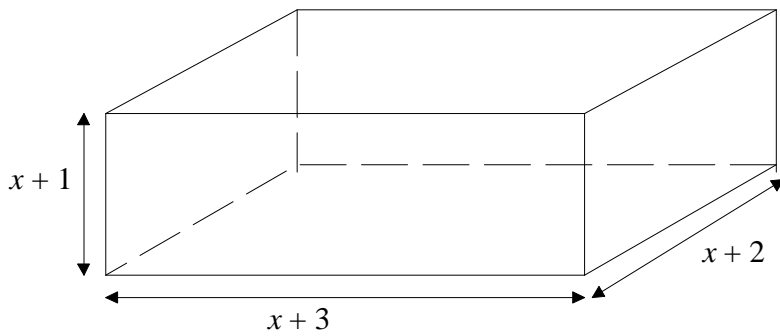
$$x(x - 1)(x + 1) = (x^2 - 1) - (x^2 - 2x + 1)$$

**Exercice n°34 :**

On considère le rectangle ci-contre où  $x$  désigne un nombre supérieur à 5.



1. Ecris une expression sous la forme de deux facteurs donnant l'aire de ce rectangle en fonction de  $x$ .
2. Donne une expression, sans parenthèses et réduite, de l'aire de ce rectangle.
3. En utilisant les deux réponses précédentes, calcule, de deux manières, l'aire de ce rectangle lorsque  $x = 6$ .



**Exercice n°35 :** On considère le parallélépipède rectangle ci-contre ou  $x$  désigne un nombre positif.

1. Combien a-t-il d'arêtes ? Exprime, en fonction de  $x$ , la longueur de toutes les arêtes mises bout à bout. On appellera  $P$  cette expression.
2. Combien a-t-il de faces ? Exprime, en

On appellera  $A$  cette expression.

3. Exprime, en fonction de  $x$ , le volume de ce parallélépipède rectangle. On appellera  $V$  cette expression.
4. Développe et réduis les expressions  $P$ ,  $A$  et  $V$ .

**Exercice n°36 :** Développe et réduis comme dans l'exemple ci-dessous.

**On effectue en priorité des produits. Puis on supprime les parenthèses et on réduit les termes semblables.**

$$A = (2x + 3)(x - 2) - (x + 5)(x - 1)$$

$$A = (2x \times x + 2x \times (-2) + 3 \times x + 3 \times (-2)) - (x \times x + x \times (-1) + 5 \times x + 5 \times (-1))$$

$$A = (2x^2 - 4x + 3x - 6) - (x^2 - x + 5x - 5)$$

$$A = (2x^2 - x - 6) - (x^2 + 4x - 5) \quad \leftarrow \text{On réduit dans les parenthèses}$$

$$A = 2x^2 - x - 6 - x^2 - 4x + 5 \quad \leftarrow \text{On supprime les parenthèses}$$

$$A = x^2 - 5x - 1 \quad \leftarrow \text{On réduit.}$$

$$B = (3x + 4)(2x + 5) + (4x - 5)(2x - 3)$$

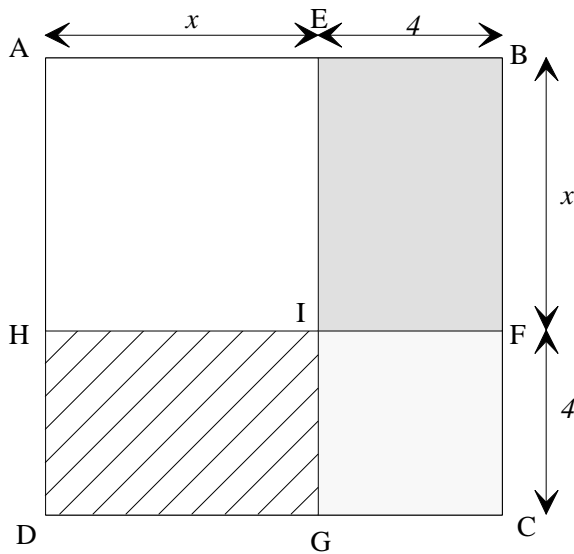
$$C = (x + 2)(2x - 1) - (x - 3)(x + 1)$$

$$D = 3x(2x + 3) + (4x - 5)(2x - 3)$$

$$E = (x + 3)(x - 3) - 5(-2x + 3x + 7)$$

$$F = 2(x - 4)(x + 5) - (-2x + 1)(3x - 5)$$

**ACTIVITE 4:**



**1<sup>er</sup> partie**

1. a.  $x$  désigne un nombre positif qui représente la longueur AE.  
 Exprime en fonction de  $x$  sous la forme d'une seule expression élevée au carré l'aire du carré ABCD :

.....

b. Exprime, en fonction de  $x$ , l'aire du carré ABCD comme la somme des aires des rectangles AEIH, EBFI, IFCG et HDIG :

.....  
 .....

c. En déduire que  $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$  : .....

2. Calcule mentalement  $103^2$  : .....

3. Développe et réduis :  $(a + b)^2$  : .....

$(a - b)^2$  : .....

**2<sup>ème</sup> partie :** 1. Développe et réduis le produit  $(a + b)(a - b)$

.....

2. En déduire un calcul mental de  $102 \times 98$  : .....

**3<sup>ème</sup> partie : Bilan Complète :**

$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$ ; $(a - b)^2 = \dots\dots\dots$ ; $(a + b)(a - b) = \dots\dots\dots$
--

**4<sup>ème</sup> partie :** A l'aide de ces trois identités remarquables, développe et réduis, sans écrire de calculs intermédiaires les expressions suivantes :

$(x + 5)^2 = \dots\dots\dots$  ;  $(x - 3)^2 = \dots\dots\dots$  ;  $(x - 7)(x + 7) = \dots\dots\dots$

**Exercice n°37:** 1°) Calcule les nombres suivants pour  $x = 1$ , puis pour  $x = 3$ .

a) $3x^2$ puis $(3x)^2$ Pour $x = 1$ ..... ..... Pour $x = 3$ ..... .....	b) $(x + 2)^2$ puis $x^2 + 4$ Pour $x = 1$ ..... ..... Pour $x = 3$ ..... .....	c) $(x - 5)^2$ puis $x^2 - 25$ Pour $x = 1$ ..... ..... Pour $x = 3$ ..... .....
---	---	--

2°) Complète par " = " ou " ≠ "

a)  $3x^2$  .....  $(3x)^2$

b)  $(x + 2)^2$  .....  $x^2 + 4$

c)  $(x - 5)^2$  .....  $x^2 - 25$

3°) Complète:

$(2x)^2 = \dots \times \dots = \dots$

$(ab)^2 = \dots \times \dots = \dots$

$2 \times 8a = \dots$

$(5x)^2 = \dots$

$(-3x)^2 = \dots$

$-3 \times 2y = \dots$

$164a^2 = (\dots)^2$

$6x = 2 \times \dots$

$8t = 2 \times \dots$

$48y = 2 \times \dots$

$-t = 2 \times \dots$

$169y^2 = (\dots)^2$

$\frac{4}{3}u = 2 \times \dots$

$\left(-\frac{2}{3}v\right)^2 = \dots$

$\frac{16}{9}w^2 = (\dots)^2$

$-2 \times 7v = \dots$

$\frac{-t}{2} = -2 \times \dots$

$\frac{4}{3}y = 2 \times \dots$

**Exercice n°38:** Développe le plus rapidement possible:

$(x + 5)^2 = \dots + \dots + \dots = \dots$

$(x - 2)^2 = \dots - \dots + \dots = \dots$

$(x + 4)^2 = \dots$

$(-7 - y)^2 = \dots$

$(2x - 9)^2 = \dots$

$(-x + 7)^2 = \dots$

$(5x + 1)^2 = \dots$

$(12x - 1)^2 = \dots$

$(9 - x)^2 = \dots$

$(2 + 3x)^2 = \dots$

$(2y - 1)^2 = \dots$

$(6 + y)^2 = \dots$

$(-x - 5)^2 = \dots$

$(8x + 3)^2 = \dots$

$$(z - 5)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(7x - 3)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(-3x - 2)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(-5x - 3)^2 = \dots\dots\dots$$

**Exercice n°39:** 1°) Complète:

$$(x - 3)(x + 3) = \dots\dots\dots \quad (2x + 5)(2x - 5) = \dots\dots\dots$$

2°) Développe le plus rapidement possible:

$$(y - 7)(y + 7) = \dots\dots\dots \quad (3 - x)(3 + x) = \dots\dots\dots$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = \dots\dots\dots \quad (2x + 3)(2x - 3) = \dots\dots\dots$$

$$(2 - 3x)(2 + 3x) = \dots\dots\dots \quad \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right) = \dots\dots\dots$$

**Exercice n°40 :** Complète :

**a)**  $(x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25$  ; **b)**  $(y - \dots)^2 = \dots - \dots + 1$  ; **c)**  $(z + \dots)^2 = \dots + 8z + \dots$  ;

**d)**  $(n + \dots)(n - \dots) = \dots - 49$  ; **e)**  $(\dots + 4)^2 = 9x^2 + \dots + \dots$  ; **f)**  $(\dots - 5)^2 = 16x^2 - \dots + \dots$

**Exercice n°41 :** Calcule de tête en rédigeant les calculs comme dans l'exemple :

$$31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$$

$$21^2 = \dots\dots\dots$$

$$19^2 = \dots\dots\dots$$

$$19 \times 21 = \dots\dots\dots$$

$$89^2 = \dots\dots\dots$$

$$91^2 = \dots\dots\dots$$

$$91 \times 89 = \dots\dots\dots$$

$$201^2 = \dots\dots\dots$$

$$199^2 = \dots\dots\dots$$