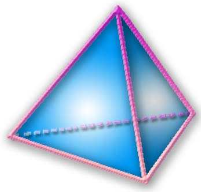


Thème N°8 : CALCUL LITTERAL
Développer et réduire une expression
La double distributivité
Utiliser des identités remarquables pour développer

Pour prendre un bon départ

Exercice n°1 : Le signe $\times$ (multiplier) peut être sous-entendu dans différentes situations.

- entre un nombre et une lettre : $3x$ signifie $3 \times x$
- entre deux lettres : xy signifie $x \times y$
- entre un nombre et une parenthèse : $2\,(x+y)$ signifie $2 \times (x+y)$
- entre une lettre et une parenthèse : $(4+x)\,y$ signifie $(4+x) \times y$
- entre deux parenthèses : $(y+7)(x+4)$ signifie $(y+7) \times (x+4)$
- Remarque : Le produit de x par x se note x^2 : x^2 signifie $x \times x$.

Supprime les signes $\times$ quand c'est possible.

$3 \times a \times b = 3ab$; $3 \times a - 5 \times b = 3a - 5b$; $a \times (b+3) = a(b+3)$; $2 \times y \times y = 2y^2$

$7 \times a \times b = 7ab$; $(7+a) \times (b+5) = (7+a)(b+5)$; $(a+5 \times b) \times 3 - 2 \times c \times c = 3(a+5b) - 2c^2$

Exercice n°2 : Afin de connaître le poids du menhir qu'il doit fournir au client, le livreur de menhirs applique l'une des formules suivantes.
(A, a et h sont en dm et P en kg).

- La formule de Lutèce :
  $P = 0{,}302\pi hAa$ $P \approx 493{,}36$ $P \approx 1\,987{,}42$
- La formule de pictave :
  $P = 0{,}306h(2A^2 + a^2)$ $P \approx 536{,}11$ $P \approx 1\,996{,}88$
- La formule arverne :
  $P = \dfrac{\pi h}{10}(A^2 + a^2 + Aa)$ $P \approx 501{,}40$ $P \approx 1\,980{,}85$
- La formule de Guy l'an neuf :
  $P = \dfrac{\pi h}{30}(5A^2 + 4a^2)$ $P \approx 521{,}50$ $P \approx 2\,006{,}14$
- La formule armoricaine :
  $P = 1{,}22h(0{,}4A^2 + 0{,}2Aa + 0{,}15a^2)$ $P \approx 529{,}97$ $P \approx 1\,987{,}79$

Deux modèles sont à livrer.
- Un grand menhir : h = 21 dm , A = 10,5 dm , a = 9,5 dm.
- Un petit menhir : h = 16 dm , A = 6,5 dm , a = 5 dm.

Essaye les cinq formules avec les dimensions mesurées.

Exercice n°3 : Pour $x = 1$, effectue les calculs suivants :

A = $-4x + 7$ ……………………………………………………………………………………

B = $-3\,(4x - 6)$ …………………………………………………………………………………..

C = $2\,(3x+5) - 4\,(5x-7)$ ……………………………………………………………………

D = $(5x-6)\,(-2x+8)$ …………………………………………………………………………..

E = $5x^2 - 8x - 6$ ……………………………………………………………………………..

Exercice n° 4 : Maîtriser le vocabulaire : **somme - termes - produit - facteurs**

Complète :

- $4 + 6 - 8$ est une somme algébrique ; 4 , 6 et - 8 sont les termes de la somme.
- $x + y - z$ est une somme algébrique ; x , y et $-z$ sont les termes de la somme.

Les termes sont les expressions que l'on ajoute ou que l'on retranche.

- $2 \times 3 \times (-8)$ est un produit ; 2 , 3 et - 8 sont les facteurs du produit.
- $xy(-3)$ est un produit ; x , y et (-3) sont les facteurs du produit.

Avec des expressions moins évidente :

- $4 + 3 \times 4$ est une somme car s'est l'addition que l'on fait en dernier lieu ; 4 et 3×4 sont les deux termes de la somme.
- $x + 3y$ est une somme dont les termes sont x et $3y$
- $(4 + 5) \times 3$ est un produit car c'est la multiplication que l'on fait en dernier lieu ; (4 + 5) et 3 sont les deux facteurs du produit.
- $(x + 3)y$ est un produit dont les facteurs sont : (x + 3) et y
- $(5 + 3)(y + 6)$ est un produit dont les facteurs sont : (5 + 3) et (y + 6)
- $4 + 3 \times 5 + 7$ est une somme dont les termes sont : 4 ; 3×5 et 7
- $x + 3y + 8$ est une somme dont les termes sont : x ; 3y et 8
- $3x(-y)$ est un produit dont les facteurs sont : 3 ; x et (-y)
- $4x - y$ est une somme dont les termes sont : 4x et -y

Exercice n°5 : Traduire les expressions suivantes en écriture mathématiques usuelle :

Exemple : « la somme de a et b » se note a + b
« le double de x » se note $2x$

N°1 : « le carré de x » se note x^2
N°2 : « la différence de a et b » se note a - b
N°3 : « le produit de a par b » se note ab
N°4 : « la somme des carrés de a et b » se note $a^2 + b^2$
N°5 : « le carré de la somme de a et b » se note $(a + b)^2$
N°6 : « le produit de 8 par $2x + 4$ » se note $8(2x + 4)$
N°7 : « le produit de a par la somme de b et c » se note $a(b + c)$
N°8 : « le produit de la somme de a et b par c » se note $c(a + b)$
N°9 : « la somme de a et du produit de b par c » se note $a + bc$
N°10 : « la différence du carré de a et du carré de b » se note $a^2 - b^2$

Exercice n°6 : Revoir la distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction

Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

$\cancel{2 \times (5 + 8) = 2 \times 5 + 8}$	$\cancel{a + (b \times c) = a + b \times c + c}$	$\boxed{9 \times 1 + 9 \times 2 = (1 + 2) \times 9}$
$\cancel{a \times (b + c) = a \times b + c}$	$\cancel{k \times x + k \times y = k + (x \times y)}$	$\boxed{k \times x + k \times y = (x + y) \times k}$
$\boxed{8 \times (1 + 4) = 8 \times 1 + 4 \times 8}$	$\cancel{7 \times 5 + 1 = 7 \times 5 + 7 \times 1}$	$\boxed{6 \times 2 + 3 \times 6 = 6 \times (2 + 3)}$
$\boxed{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$	$\cancel{a \times b + c = a \times b + a \times c}$	$\boxed{k \times x + y \times k = k \times (x + y)}$
$\cancel{3 + (5 \times 4) = 3 + 5 \times 3 + 4}$	$\boxed{k \times x + k \times y = k \times (x + y)}$	

$\boxed{a \times (b - c) = a \times b - a \times c}$	$\cancel{k \times x - k \times y = k - (x \times y)}$	$\boxed{k \times x - k \times y = k \times (x - y)}$
$\cancel{a \times (b - c) = a \times b - c}$	$\cancel{a - (b \times c) = a - b \times c - c}$	$\boxed{k \times x - k \times y = (x - y) \times k}$
$\cancel{18 \times (9 - 4) = 18 \times 9 - 4 \times 8}$	$\cancel{5 \times 5 - 1 = 5 \times 5 - 5 \times 1}$	$\cancel{a \times b - c = a \times b - a \times c}$
$\boxed{k \times x - y \times k = k \times (x - y)}$	$\boxed{6 \times 2 - 3 \times 6 = 6 \times (2 - 3)}$	$\cancel{6 \times (3 - 4) = 6 \times 3 - 4}$
$\cancel{46 - (4 \times 5) = 46 - 4 \times 5 - 46}$	$\boxed{4 \times 8 - 4 \times 5 = (8 - 5) \times 4}$	

ACTIVITE 1 : Différencier un « développement » d'une « factorisation »

1°) Il a été demandé à un élève de quatrième de traiter l'exercice suivant :

> **Développer, c'est transformer un produit de facteurs en une somme de termes**
>
> **Factoriser, c'est transformer une somme de termes en un produit de facteurs**

2°) On dira que $7 \times x + 7 \times 2$ (ou $7x + 14$) est une expression développée, et, $9(2y + 3)$ est une expression factorisée.
En utilisant les expressions de départ ainsi que les solutions justes de l'exercice traiter par l'élève, complète le tableau ci-dessous.

Les expressions développées sont :	**Les expressions factorisées sont :**
$H = 21 + 63$; $I = 54 - 30$; $J = 14x + 21$ $K = 6a - 15b$ $8x + 28$; $18a - 3b$; $x^2 + 2x + 3x + 6$ $2x^2 - 10x - 4x + 20$; $6 \times 9 - 6 \times 5$ $7 \times 2x + 7 \times 3$	$A = 8 \times (5 + 9)$; $B = 8 \times (9 - 4)$; $C = 4(2x + 7)$ $D = 3(6a - b)$; $E = (7 + 3) \times (2 + 5)$ $F = (x + 3)(x + 2)$; $G = (2x - 4)(x - 5)$ $7 \times (3 + 9)$ $3(2a - 5b)$

Exercice n°7 : Pour chaque expression ci-dessous, dire quelle est la question que l'on pourrait demander.
Complète par : **Développer** ou **Factoriser**.

$\frac{2}{3}b - b + \frac{1}{2}b$ factoriser
$-3x + 8x$ factoriser
$(4x + 5)(2x + 3)$ développer
$7x - 11x$ factoriser
$(x + 1)(x + 2)$ développer
$\frac{3}{2}x^3 - x^3$ factoriser
$(4 - 5x)(8x - 3)(x + 9)$ développer
$-3x^2 - 7x^2$ factoriser
$(-5x + 3)(-3x - 5)$ développer
$5\pi x - \pi x - 4\pi x$ factoriser

$2(-3x - 4)$ développer
$1{,}2x + 2{,}5x$ factoriser
$\frac{3}{2}\left(4x + \frac{5}{3}\right)$ développer
$-\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x - \frac{6}{5}\right)$ développer
$2a - 5a + 12a$ factoriser
$5(2x - 5)(3x + 5)$ développer
$7ab - 3ab + 18ab$ factoriser
$3(-2x + 5)$ développer
$2x^2 - 5x^2$ factoriser

Exercice n°8 : Dire si les expressions ci-dessous sont sous forme développée ou factorisée :

$7(8x + 9)$ forme factorisée
$15 + 12$ forme développée
$\frac{7}{3}(5x + 2)$ forme factorisée
$\frac{3}{12}y\left(\frac{5}{3}y + \frac{1}{4}x\right)$ forme factorisée
$9a^3$ forme factorisée
$825x - 8\,250$ forme développée
$(x - 25)(3x + 8)(8x - 1)$ forme factorisée

$4x^2 + 8x + 4$ forme développée
$24m^2 - 30m$ forme développée
$(2x - 4)^2$ forme factorisée
$\frac{2}{7}\left(\frac{5}{3}x + \frac{5}{11}\right)$ forme factorisée
$a^2 + 2a + 7$ forme développée
$(3x + 2)(4x - 5)$ forme factorisée
$a(a + 2) + 2a$ forme développée

Exercice n°9 : **Développer en utilisant la distributivité.**

$8(3x+2) = 8 \times 3x + 8 \times 2 = 24x + 16$

$7(4x-1) = 7 \times 4x - 7 \times 1 = 28x - 7$

$9(u - v) = 9 \times u - 9 \times v = 9u - 9v$

$9x(2y+7) = 9x \times 2y + 9x \times 7 = 18xy + 63x$

$x(3x+2) = x \times 3x + x \times 2 = 3x^2 + 2x$

$5(y-6) = 5 \times y - 5 \times 6 = 5y - 30$

$12(10a + 12b) = 12 \times 10a + 12 \times 12b = 120a + 144b$

$4(2x+3) = 4 \times 2x + 4 \times 3 = 8x + 12$

Exercice n°10 : **REDUIRE une somme**

$8x + 12x = 20x$

$4a - 2 =$

$5x + 4x - 2x = 7x$

$5x + 2y =$

$8x - 2x = 6x$

$25x - 15x - 5x = 5x$

$3x + 2x = 5x$

$2x + 3 =$

$4x + x + 5y = 5x + 5y$

$2x + 3 + 8x + 4 = 10x + 7$

Attention à ne pas confondre sommes et produits de puissances de *x*

Somme	Produit
$2x + 7 =$	$2x \times 7 = 14x$
$x + x = 2x$	$x \times x = x^2$
$x + 3x = 4x$	$x \times 3x = 3x^2$
$2x + 3x = 5x$	$2x \times 3x = 6x^2$
$2x + 3x^2 =$	$2x \times 3x^2 = 6x^3$
$2x + 3y =$	$2x \times 3y = 6xy$

Exercice n°11 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = 9x + 3x$; $B = 5 + 2x$; $C = 7x + 5x$; $D = 8x + x$; $E = 4x + 9$; $F = x + 5x$

Exercice n°12 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = 15a^2 + 8a^2$; $B = 7 + 3a^2$; $C = 8a^2 + 9a^2$; $D = 6a^2 + 3a^2$; $E = a + 4a^2$

Exercice n°13 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = 8x - 3x$; $B = -8x - 3x$; $C = -8x + 3x$; $D = 8x + 3x$; $E = -8 + 3x$; $F = -x = 8x$

Exercice n°14 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = -8c^2 + 12c^2$; $B = 7 + 3c^2$; $C = 5c^2 - 15c^2$; $D = 6b^2 - b^2$; $E = -4b^2 - 5b^2$

Exercice n°15 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = 7x + 4x + 4 + 2x$; $B = 8x + 10x - 6x + 4x$; $C = -4x - 2x - 3 + 7x$; $D = -4x + 5 + x - 6x$

Exercice n°16 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = 4x^2 + 5x + 8 + 6x + 2x^2 + 4$; $B = -9x^2 + 10 - 7x - 13 + 3x^2 + 10$

$C = -4x^2 + 5x - 2x^2 + 6 - 14x + 8$; $D = -3x - 8 - 7x^2 - 9x - 7x - 2$

Exercice n°17 :

Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = 5x \times 4x$; $B = 7 \times 3x$; $C = 4 \times 2x^2$; $D = 4x \times 3$; $E = 5x^2 \times 2$; $F = 6x \times 3x$

Exercice n°18 : Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = -3 \times 5x^2$; $B = 4x \times (-3x)$; $C = 5 \times (-4x^2)$; $D = -5 \times (-2x^2)$; $E = -6x \times (-4x)$

Exercice n°19 : Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = 7 - 4x^2$; $B = 7 \times (-4x^2)$; $C = -6x - 3x$; $D = 7x^2 - 10x^2$; $E = -4x \times (-2x)$

Exercice n°20 : Réduire si possible les expressions suivantes :

$A = -6x \times 3x - 2 \times 4x$; $B = 7 \times 2x^2 - 5x \times 4x$; $C = -4x \times 6x + 2 \times 12x^2$; $D = -6x \times 5x + 4x \times 2x$

$E = -5 \times 3x - 3 \times 2x^2 + 4 \times 4x^2 + 2 \times 3x$; $F = 5 \times 2x^2 - 6x \times 3x - 4 \times 7x^2 - 3 \times 4x$

Exercice n°21 : Développe les expressions suivantes :

$A = 5(2x + 4)$; $B = x(4 + 2x)$; $C = 6x(5 + 3x)$; $D = 3(8x + 5)$; $E = 4x(7 + 3x)$

$F = x(6x + 8)$; $G = 8(5x - 4)$; $H = -6(-2x + 3)$; $I = x(-4 + 3x)$; $J = -2x(5 + 7x)$

$K = 7(4x - 8)$; $L = x(-6x + 5)$; $M = -9x(2x - 5)$

Exercice n°22 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = -4(x + 3) + 5(6 + x)$; $B = 3(8 + 2x) + 7(3x + 7)$; $C = 4x(-2x + 3) + 2x(3x - 6)$

$D = 5x(6 - 7x) - x(8 + 2x)$; $E = 6x(3x + 4) + 4(5x + 6)$; $F = -3x(-2x + 6) + x(4x - 2)$

$G = -4(6 + 5x) + 9x(2x - 3)$; $H = 7x(3x - 2) - x(-6 + x)$; $I = -3x(-2x + 6) + x(4x - 2)$

Exercice n°23 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 3(x+5) - 4(x-2)$
$A = 3x + 15 - 4x + 8$
$A = 23 - x$

$B = 4(2x-7) + 2(5-4x)$
$B = 8x - 28 + 10 - 8x$
$B = -18$

$C = (2x+1) + 10(5+3x)$
$C = 2x + 1 + 50 + 30x$
$C = 51 + 32x$

$$D = 2\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)+6\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{12}\right)$$
$$D = x+\frac{1}{2}+2x-\frac{1}{2}$$
$D = 3x$

$E = 2(a+3) - 5(b-4)$
$E = 2a + 6 - 5b + 20$
$E = 26 + 2a - 5b$

$F = -3(3-a) - 4(3-b)$
$F = -9 + 3a - 12 + 4b$
$F = -21 + 3a + 4b$

$G = 9(4-a+b) - 3(5-3a+3b)$
$G = 36 - 9a + 9b - 15 + 9a - 9b$
$G = 21$

$H = (2a-3) - 2(-5-b)$
$H = 2a - 3 + 10 + 2b$
$H = 7 + 2a + 2b$

$I = a(a-2) - a(3+a)$
$I = a^2 - 2a - 3a - a^2$
$I = -5a$

$J = a(b-a) + b(a+b)$
$J = ab - a^2 + ab + b^2$
$J = 2ab - a^2 + b^2$

Exercice n°24 : Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = 11 + 2(x+1) + 3x$
$A = 11 + 2x + 2 + 3x$
$A = 5x + 13$

$B = 7y + 3(6-y) + 2$
$B = 7y + 18 - 3y + 2$
$B = 4y + 20$

$C = 2(5+2x) + 3(x-4)$
$C = 10 + 4x + 3x - 12$
$C = 7x - 2$

$D = -5(2y+7) + 4(7+3y)$
$D = -10y - 35 + 28 + 12y$
$D = 2y - 7$

$E = 6 - 4(3x+8)$
$E = 6 - 12x - 32$
$E = -12x - 26$

$F = -3y + 3(5y+6) + 2y$
$F = -3y + 15y + 18 + 2y$
$F = 14y + 18$

$G = -2x - 7(3x+5) + 1$
$G = -2x - 21x - 35 + 1$
$G = -23x - 34$

$H = -3(y+4) - 2(4-2y)$
$H = -3y - 12 - 8 + 4y$
$H = y - 20$

ACTIVITE 2 : Parenthèses précédées du signe plus ou du signe moins

A . Découvertes

1. Complète les quatre tableaux ci-dessous :

a	b	c	b + c	a + (b + c)	a + b + c
2	3	4	7	9	9
4	2	- 3	- 1	3	3
- 3	- 4	2	- 2	- 5	- 5

a	b	c	b - c	a + (b - c)	a + b - c
2	3	4	- 1	1	1
4	2	- 3	5	9	9
- 3	- 4	2	- 6	- 9	- 9

a	b	c	b + c	a – (b + c)	a – b - c
2	3	4	7	-5	-5
4	2	- 3	-1	5	5
- 3	- 4	2	-2	-1	-1

a	b	c	b - c	a – (b - c)	a – b + c
2	3	4	-1	3	3
4	2	- 3	5	-1	-1
- 3	- 4	2	-6	3	3

2. En observant les résultats obtenus dans les tableaux précédents, complète les deux égalités suivantes.

Pour tout nombre relatif a , b et c :

$a + (b + c) = a + b + c$ $\quad$ $a + (b - c) = a + b - c$

$a - (b + c) = a - b - c$ $\quad$ $a - (b - c) = a - b + c$

Exercice n°25 : Simplifier les expressions suivantes :	**Exercice n°26 :** Simplifier les expressions suivantes :
$A=(8x+5)-(6x+2)$ $A=8x+5-6x-2$ $A=2x+3$ $B=(7x-3)-(3x-2)$ $B=7x-3-3x+2$ $B=4x-1$ $C=(9x-6)+(-4x+7)$ $C=9x-6-4x+7$ $C=5x+1$ $D=-4x-(3x^2-2x+8)$ $D=-4x-3x^2+2x-8$ $D=-3x^2-2x-8$ $E=8x-(3x+5)\times 2$ $E=8x-2(3x+5)$ $E=8x-6x-10$ $E=2x-10$	$A=(4x+9)-(2x-1)$ $A=4x+9-2x+1$ $A=2x+10$ $B=(-8x-2)-(3x-8)$ $B=-8x-2-3x+8$ $B=-11x+6$ $C=(2x-8)+(9x+5)$ $C=2x-8+9x+5$ $C=11x-3$ $D=7x^2-4-(2x^2-4x+6)$ $D=7x^2-4-2x^2+4x-6$ $D=5x^2+4x-10$ $E=6x^2-5(3x+8)$ $E=6x^2-15x-40$

Exercice n°27 :

$A=-1+(4x+5x)+(2-x)=-1+4x+5x+2-x=$ $8x+1$

$B=(3+4x)-(-3-3x)=3+4x+3+3x=$ $7x+6$

$C=3-(x+y)+(2x-3y)=3-x-y+2x-3y=$ $x-4y+3$

$D=-4+(3-6z)-(3+t)=-4+3-6z-3-t=$ $-6z-t-4$

$E=(6+y)-(3-10y)=6+y-3+10y=$ $11y+3$

Exercice n°28 :

$A=(2x+7)+(3x-6)=2x+7+3x-6=$ $5x+1$

$B=(3-5x)-(-3+6y)=3-5x+3-6y=$ $-5x-6y+6$

$C=-2+(5-y)+(-3+6y)=-2+5-y-3+6y=$ $5y$

$D=6+(7a-6)-(1+7a)-1=6+7a-6-1-7a-1=$ -2

Exercice n°29 :

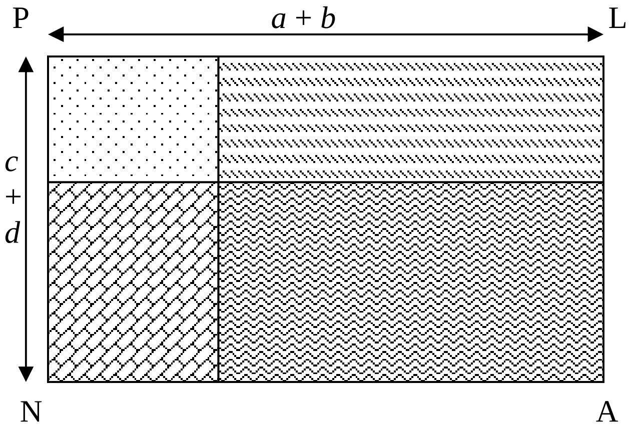
$A=(x^2+5x-3)+(x^2-x+7)=x^2+5x-3+x^2-x+7=$ $2x^2+4x+4$

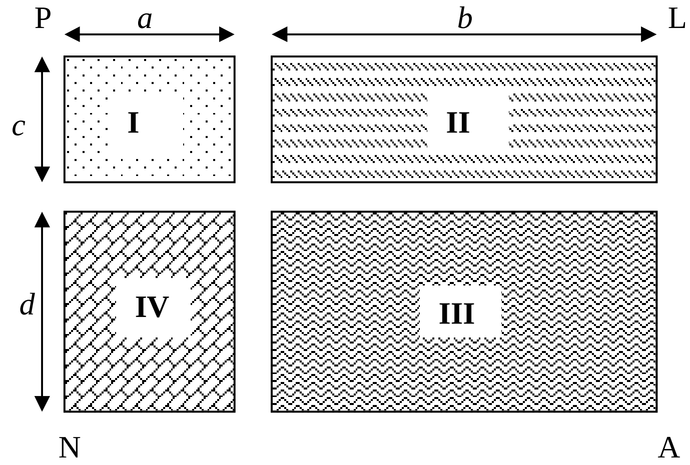
$B=(3x^2-4x-3)-(x^2-2x+1)=3x^2-4x-3-x^2+2x-1=$ $2x^2-2x-4$

$C=-(x^2+6x-3)+(x^2+2x+1)=-x^2-6x+3+x^2+2x+1=$ $-4x+4$

$D=-(x^2-3x+1)-(x^2+5x-3)=-x^2+3x-1-x^2-5x+3=$ $-2x^2-2x+2$

ACTIVITE 3 : La figure ci-dessous représente un rectangle PLAN coupé en quatre « morceaux ».





A. Avec des nombres

On suppose que $a = 3$; $b = 5$; $c = 2$ et $d = 4$

1. *Complète :* PL = ………….. et PN = ……………………

Aire du rectangle PLAN est : Aire (PLAN) = ……………………………

2. *Complète* :

Aire du rectangle I = ……………………. Aire du rectangle II = ………………………

Aire du rectangle III = ……………………. Aire du rectangle IV = ………………………

3. Vérifie que la somme des aires de ces morceaux est égale à l'aire du rectangle PLAN :

………

B. Avec des lettres (cas général)

1. Donne la longueur, la largeur et l'aire du rectangle PLAN en fonction de a , b , c et d : *Complète*

PL = ……………….. ; PN = ……………….. ; Aire (PLAN) = (….. + …..) $\times$ (….. + …..)

2. Donne l'aire de chacun des morceaux I, II, III et IV en fonction de a , b , c et d : *Complète*

Aire (I) = ………… ; Aire (II) = ………….. ; Aire (III) = ………….. ; Aire (IV) = …………..

3. Complète l'égalité : $\boxed{(a+b)\times(c+d) = \text{……………………………………………………}}$

C. Démonstration

En utilisant la formule : $k \times (x + y) = k \times x + k \times y$, complète :

$(a+b)\times(c+d) =$ ….. $\times (c+d) + b \times ($ ….. + ….. $) =$ $\boxed{ac + \text{……. + ……. + …….}}$

Ainsi :

$$\boxed{(a+b)\times(c+d) = \text{……………………………………………}}$$

Exercice n°30 : Développe et réduis :

$(x+1)(x+2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$

$(x-7)(x+8) = x^2 + 8x - 7x - 56 = x^2 + x - 56$

$(x-2)(x-5) = x^2 - 5x - 2x + 10 = x^2 - 7x + 10$

$(4x+5)(2x+3) = 8x^2 + 12x + 10x + 15 = 8x^2 + 22x + 15$

$(-5x+3)(-3x-5) = 15x^2 + 25x - 9x - 15 = 15x^2 + 16x - 15$

Exercice n°31 : Développe et réduis les expressions suivantes

$A = (x-3)(x+2)$

$A = x^2 + 2x - 3x - 6$

$A = x^2 - x - 6$

$B = (x-5)(x-7)$

$B = x^2 - 7x - 5x + 35$

$B = x^2 - 12x + 35$

$C = (y+2)(y-3)$

$C = y^2 - 3y + 2y - 6$

$C = y^2 - y - 6$

$D = (y-4)(y-3)$

$D = y^2 - 3y - 4y + 12$

$D = y^2 - 7y + 12$

$E = (4x+1)(x-5)$

$E = 4x^2 - 20x + x - 5$

$E = 4x^2 - 19x - 5$

$F = (3x-2)(x-4)$

$F = 3x^2 - 12x - 2x + 8$

$F = 3x^2 - 14x + 8$

$G = (5y-2)(y+3)$

$G = 5y^2 + 15y - 2y - 6$

$G = 5y^2 + 13y - 6$

$H = (4y+3)(2-3y)$

$H = 8y - 12y^2 + 6 - 9y$

$H = -12y^2 - y + 6$

Exercice n°32 : Au tableau un élève à écrit le résultat : $(2x+1)(3x+2) = 5x^2 + 7x + 2$

1°) Pas sur de lui, il teste son résultat pour $x = 0$. Peut-il en tirer une conclusion ?

Pour $x = 0$, on a : $(2x+1)(3x+2) = (2\times0+1)(3\times0+2) = 1\times2 = 2$

et $5x^2 + 7x + 2 = 5\times0^2 + 7\times0 + 2 = 2$

Il trouve le même résultat mais il ne peut pas conclure car tester pour une valeur ne permet de dire qu'il y a égalité. L'égalité doit-être vérifier pour toutes valeurs de x.

2°) a. Teste son résultat pour $x = 1$. Que peux-tu en conclure ?

Pour $x = 1$, on a : $(2x+1)(3x+2) = (2\times1+1)(3\times1+2) = 3\times5 = 15$

et $5x^2 + 7x + 2 = 5\times1^2 + 7\times1 + 2 = 5 + 7 + 2 = 14$

Comme il n'obtient pas le même résultat alors son égalité est fausse.

b. Développe et réduis l'expression $(2x+1)(3x+2)$ et corrige la réponse de L'élève.

$(2x+1)(3x+2) = 6x^2 + 4x + 3x + 2 = 6x^2 + 7x + 2$

Exercice n°33 : L'égalité ci-dessous est-elle juste ? Justifie ta réponse.

$$x(x-1)(x+1) = (x^2-1) - (x^2 - 2x + 1)$$

$x(x-1)(x+1)$

$= [x(x-1)](x+1)$

$= (x^2 - x)(x+1)$

$= x^3 + x^2 - x^2 - x$

$= x^3 - x$

$(x^2-1) - (x^2 - 2x + 1)$

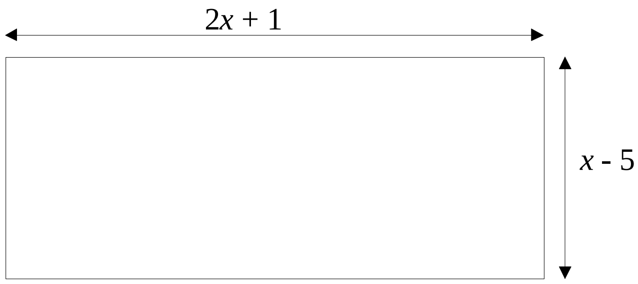
$= x^2 - 1 - x^2 + 2x - 1$

$= 2x - 2$

Comme les solutions sont différentes, alors l'égalité est fausse.

Exercice n°34 :

On considère le rectangle ci-contre ou x désigne un nombre supérieur à 5.



1. Ecris une expression sous la forme de deux facteurs donnant l'aire de ce rectangle en fonction de x.

$Aire = (2x+1)(x-5)$

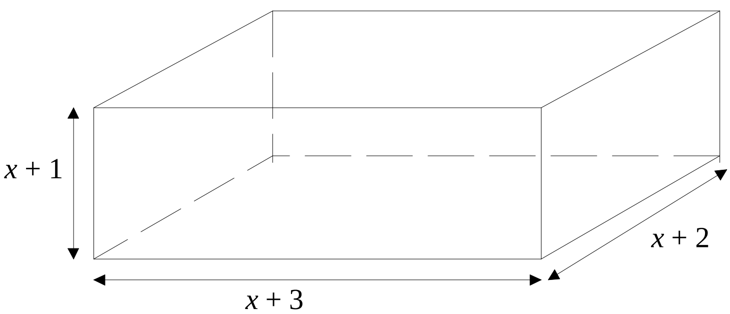
2. Donne une expression, sans parenthèses et réduite, de l'aire de ce rectangle.

$Aire = (2x+1)(x-5) = 2x^2 - 10x + x - 5 = 2x^2 - 9x - 5$

3. En utilisant les deux réponses précédentes, calcule, de deux manières, l'aire de ce rectangle lorsque $x = 6$.

En utilisant l'expression factorisée, on a : $(2x+1)(x-5) = (2\times6+1)(6-5) = 13\times1 = 13$

En utilisant l'expression développée, on a : $2x^2 - 9x - 5 = 2\times6^2 - 9\times6 - 5 = 2\times36 - 54 - 5 = 72 - 54 - 5 = 13$



Exercice n°35 :

On considère le parallélépipède rectangle ci-contre ou x désigne un nombre positif.

1. Combien a-t-il d'arêtes ? 12 arêtes

Exprime, en fonction de x, la longueur de toutes les arêtes mises bout à bout. On appellera P cette expression.

$P = 4\times[(x+1)+(x+2)+(x+3)]$

2. Combien a-t-il de faces ? 6 faces

Exprime, en fonction de x, l'aire totale de ses faces. On appellera A cette expression.

$A = 2\times[(x+1)(x+3)+(x+3)(x+2)+(x+1)(x+2)]$

3. Exprime, en fonction de x, le volume de ce parallélépipède rectangle. On appellera V cette expression.

$V = (x+1)(x+2)(x+3)$

4. Développe et réduis les expressions P , A et V.

$P = 4\times[(x+1)+(x+2)+(x+3)] = 4\times(x+1+x+2+x+3) = 4\times(3x+6) = 12x+24$

$A = 2\times[(x+1)(x+3)+(x+3)(x+2)+(x+1)(x+2)]$

$A = 2\times[x^2+3x+x+3+x^2+2x+3x+6+x^2+2x+x+2]$

$A = 2\times(3x^2+12x+11)$

$A = 6x^2+24x+22$

$V=(x+1)(x+2)(x+3)$

$V=(x^2+2x+x+2)(x+3)$

$V=(x^2+3x+2)(x+3)$

$V=x^3+3x^2+3x^2+9x+2x+6$

$V=x^3+6x^2+11x+6$

Exercice n°36 : Développe et réduis comme dans l'exemple ci-dessous.

$B=(3x+4)(2x+5)+(4x-5)(2x-3)$

$B=(3x^2+15x+8x+20)+(8x^2-12x-10x+15)$

$B=(3x^2+23x+20)+(8x^2-22x+15)$

$B=3x^2+23x+20+8x^2-22x+15$

$B=11x^2+x+35$

$C=(x+2)(2x-1)-(x-3)(x+1)$

$C=(2x^2-x+4x-2)-(x^2+x-3x-3)$

$C=(2x^2+3x-2)-(x^2-2x-3)$

$C=2x^2+3x-2-x^2+2x+3$

$C=x^2+5x+1$

$D=3x(2x+3)+(4x-5)(2x-3)$

$D=6x^2+9x+(8x^2-12x-10x+15)$

$D=6x^2+9x+(8x^2-22x+15)$

$D=6x^2+9x+8x^2-22x+15$

$D=14x^2-13x+15$

$E=(x+3)(x-3)-5(-2x+3x+7)$

$E=x^2-3x+3x-9-5(x+7)$

$E=x^2-9-5x-35$

$E=x^2-5x-44$

$F=2(x-4)(x+5)-(-2x+1)(3x-5)$

$F=2(x^2+5x-4x-20)-(6x^2+10x+3x-5)$

$F=2(x^2+x-20)-(6x^2+13x-5)$

$F=2x^2+2x-40-6x^2-13x+5$

$C=(x+2)(x+7)+(x+7)(x+3)+(x+2)(x+7)$

$C=(x+7)[(x+2)+(x+3)+(x+2)]$

$C=(x+7)[x+2+x+3+x+2]$

$C=(x+7)(3x+7)$

$E = (x+2)(5x-4)+(5-4x)(x+2)$

$E = (x+2)[(5x-4)+(5-4x)]$

$E = (x+2)[5x-4+5-4x]$

$E = (x+2)(x+1)$

$G = 3(5x+2)+(3x-5)(5x+2)$

$G = (5x+2)[3+(3x-5)]$

$G = (5x+2)[3+3x-5]$

$G = (5x+2)(3x-2)$

$I = 2x(x+3)-(x+3)$

$I = 2x(x+3)-(x+3)\times 1$

$I = (x+3)(2x-1)$

$K = (x+3)^2-(x+3)$

$K = (x+3)(x+3)-(x+3)\times 1$

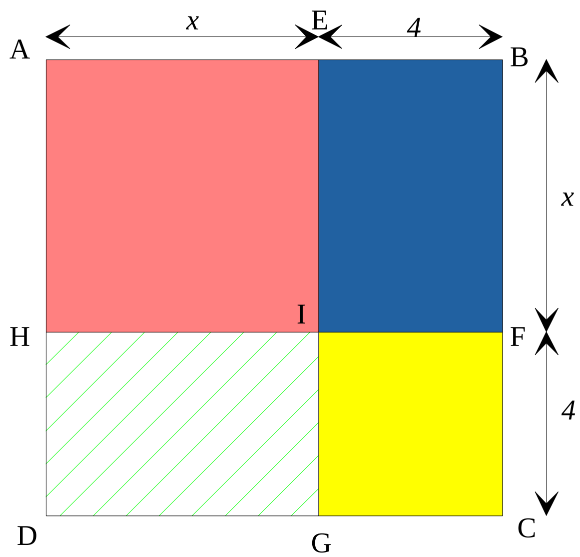
$K = (x+3)[(x+3)-1]$

$K = (x+3)[x+3-1]$

$K = (x+3)(x+2)$

ACTIVITE 4:

1^er^ partie



1. a. x désigne un nombre positif qui représente la longueur AE.
Exprime en fonction de x sous la forme d'une seule expression élevée au carré l'aire du carré ABCD :

Aire (ABCD) = $(x + 4)^2$.

b. Exprime, en fonction de x, l'aire du carré ABCD comme la somme des aires des rectangles AEIH, EBFI, IFCG et HIGD :

Aire (ABCD) = Aire (AEIH) + Aire (EBFI) + Aire(HIGD + Aire(IFCG)
Aire (ABCD) = $x^2 + 4x + 4x + 4^2$

c. En déduire que $(x+4)^2 = x^2+8x+16$: **$(x + 4)^2 = x^2 + 4x + 4x + 4^2 = x^2 + 8x + 16$**

2. Calcule mentalement 103^2 : $(100 + 3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10\ 000 + 600 + 9 = 10\ 609$

3. Développe et réduis : $(a+b)^2$: $(a + b) (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2$: $(a - b) (a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2^ème^ partie

1. Développe et réduis le produit $(a+b)(a-b)$

$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

2. En déduire un calcul mental de 102×98 : $(100+2)(100-2) = 100^2 - 2^2 = 10\,000 - 4 = 9\,996$

3ème partie : Bilan

Complète :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

4ème partie

A l'aide de ces trois identités remarquables, développe et réduis, sans écrire de calculs intermédiaires les expressions suivantes :

$(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = \boxed{x^2 + 10x + 25}$;

$(x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = \boxed{x^2 - 6x + 9}$;

$(x-7)(x+7) = x^2 - 7^2 = \boxed{x^2 - 49}$

Exercice n°37:

a) $3x^2$ puis $(3x)^2$

Pour $x = 1$

$3x^2 = 3 \times 1^2 = 3$

$(3x)^2 = (3 \times 1)^2 = 3^2 = 9$

Pour $x = 3$

$3x^2 = 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$

$(3x)^2 = (3 \times 3)^2 = 9^2 = 81$

b) $(x + 2)^2$ puis $x^2 + 4$

Pour $x = 1$

$(x+2)^2 = (1+2)^2 = 3^2 = 9$

$x^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$

Pour $x = 3$

$(x+2)^2 = (3+2)^2 = 5^2 = 25$

$x^2 + 4 = 3^2 + 4 = 9 + 4 = 13$

c) $(x - 5)^2$ puis $x^2 - 25$

Pour $x = 1$

$(x-5)^2 = (1-5)^2 = (-4)^2 = 16$

$x^2 - 25 = 1^2 - 25 = 1 - 25 = -24$

Pour $x = 3$

$(x-5)^2 = (3-5)^2 = (-2)^2 = 4$

$x^2 - 25 = 3^2 - 25 = 9 - 25 = -16$

2°) a) $3x^2 \neq (3x)^2$ b) $(x + 2)^2 \neq x^2 + 4$ c) $(x - 5)^2 \neq x^2 - 25$

3°)

$(2x)^2 = 2x \times 2x = 4x^2$

$(5x)^2 = 25x^2$

$64a^2 = (8a)^2$

$48y = 2 \times 24y$

$\frac{4}{3}u = 2 \times \boxed{\frac{2}{3}u}$

$-2 \times 7v = -14v$

$(ab)^2 = ab \times ab$

$(-3x)^2 = 9x^2$

$6x = 2 \times 3x$

$-t = 2 \times \boxed{\left(-\frac{t}{2}\right)}$

$\left(-\frac{2}{3}v\right)^2 = \boxed{\frac{4}{9}v^2}$

$\frac{-t}{2} = -2 \times \boxed{\left(\frac{t}{4}\right)}$

$2 \times 8a = 16a$

$-3 \times 2y = -6y$

$8t = 2 \times 4t$

$169y^2 = (13y)^2$

$\frac{16}{9}w^2 = \boxed{\left(\frac{4}{3}w\right)^2}$

$\frac{4}{3}y = 2 \times \boxed{\frac{2}{3}y}$

Exercice n°38: Développe le plus rapidement possible:

$(x+5)^2 = x^2+2\times x\times 5+5^2 = \boxed{x^2+10x+25}$; $(x-2)^2 = x^2-2\times x\times 2+2^2 = \boxed{x^2-4x+4}$

$(x+4)^2 = x^2+2\times x\times 4+4^2 = \boxed{x^2+8x+16}$

$(-7-y)^2 = (-7)^2-2\times(-7)\times y+y^2 = \boxed{49+14y+y^2 = y^2+14y+49}$

$(2x-9)^2 = (2x)^2-2\times 2x\times 9+9^2 = \boxed{4x^2-36x+81}$; $(-x+7)^2 = (-x)^2+2\times(-x)\times 7+7^2 = \boxed{x^2-14x+49}$

$(5x+1)^2 = (5x)^2+2\times 5x\times 1+1^2 = \boxed{25x^2+10x+1}$; $(12x-1)^2 = (12x)^2-2\times 12x\times 1+1^2 = \boxed{144x^2-24x+1}$

$(9-x)^2 = 9^2-2\times 9\times x+x^2 = \boxed{81-18x+x^2 = x^2-18x+81}$

$(2+3x)^2 = 2^2+2\times 2\times 3x+(3x)^2 = 4+12x+9x^2 = \boxed{9x^2+12x+4}$

$(2y-1)^2 = (2y)^2-2\times 2y\times 1+1^2 = \boxed{4y^2-4y+1}$; $(6+y)^2 = 6^2+2\times 6\times y+y^2 = 36+12y+y^2 = \boxed{y^2+12y+36}$

$(-x-5)^2 = (-x)^2-2\times(-x)\times 5+5^2 = \boxed{x^2+10x+25}$; $(8x+3)^2 = (8x)^2+2\times 8x\times 3+3^2 = \boxed{64x^2+48x+9}$

$(z-5)^2 = z^2-2\times z\times 5+5^2 = \boxed{z^2-10z+25}$; $(7x-3)^2 = (7x)^2-2\times 7x\times 3+3^2 = \boxed{49x^2-42x+9}$

$(-3x-2)^2 = (-3x)^2-2\times(-3x)\times 2+2^2 = \boxed{9x^2+12x+4}$

$(-5x-3)^2 = (-5x)^2-2\times(-5x)\times 3+3^2 = \boxed{25x^2+30x+9}$

Exercice n°39:

1°) $(x-3)(x+3) = x^2-3^2 = \boxed{x^2-9}$; $(2x+5)(2x-5) = (2x)^2-5^2 = \boxed{4x^2-25}$

2°) $(y-7)(y+7) = y^2-7^2 = \boxed{y^2-49}$; $(3-x)(3+x) = 3^2-x^2 = \boxed{9-x^2}$

$\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right) = x^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \boxed{x^2-\frac{1}{9}}$; $(2x+3)(2x-3) = (2x)^2-3^2 = \boxed{4x^2-9}$

$(2-3x)(2+3x) = 2^2-(3x)^2 = \boxed{4-9x^2}$; $\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{2}{3}x\right)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \boxed{\frac{4}{9}x^2-\frac{1}{16}}$

Exercice n°40: Complète :

a) $(x+\mathbf{5})^2 = \mathbf{x^2}+\mathbf{10x}+25$; **b)** $(y-\mathbf{1})^2 = \mathbf{y^2}-\mathbf{2y}+1$; **c)** $(z+\mathbf{4})^2 = \mathbf{z^2}+8z+\mathbf{16}$;

d) $(n+\mathbf{7})(n-\mathbf{7}) = \mathbf{n^2}-49$; **e)** $(\mathbf{3x}+4)^2 = 9x^2+\mathbf{24x}+\mathbf{16}$; **f)** $(\mathbf{4x}-5)^2 = 16x^2-\mathbf{40x}+\mathbf{25}$

Exercice n°41 : Calcule de tête en rédigeant les calculs comme dans l'exemple :
$31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

$21^2 = (20 + 1)^2 = 400 + 40 + 1 = 441$; $19^2 = (20 - 1)^2 = 400 - 40 + 1 = 361$

$19 \times 21 = (20 - 1)(20 + 1) = 400 - 1 = 399$; $89^2 = (90 - 1)^2 = 8\,100 - 180 + 1 = 7\,921$

$91^2 = (90 + 1)^2 = 8\,100 + 180 + 1 = 8\,281$; $91 \times 89 = (90 + 1)(90 - 1) = 8\,100 - 1 = 8\,099$

$201^2 = (200 + 1)^2 = 40\,000 + 400 + 1 = 40\,401$; $199^2 = (200 - 1) = 40\,000 - 400 + 1 = 39\,601$