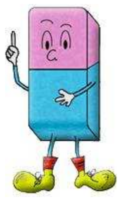
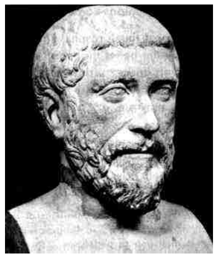
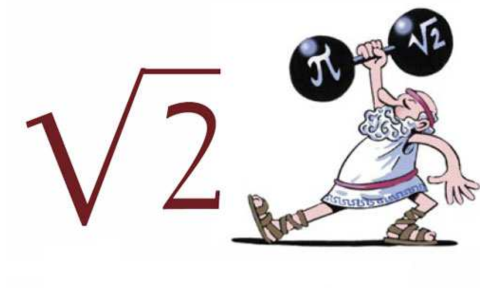
Thème N°4 : TRIANGLE RECTANGLE (1)
RACINE CARREE D'UN NOMBRE POSITIF
LE THEOREME DE PYTHAGORE





A la fin du thème, tu dois savoir :

- Définition de la racine carrée d'un nombre positif
- Les carrés parfaits
- Calculer avec des racines carrées (utiliser les carrés parfaits) + réduction
- Propriété de Pythagore
- Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de l'hypoténuse.
- Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit.



ACTIVITE 1 : Un nouveau carré

A réaliser par groupes de 2 élèves ***Calculatrice interdite***

1) Chaque élève trace un carré de 1 dm de côté et une de ses diagonales.

2) En réunissant les deux carrés obtenus, construire un nouveau carré .

3) Quelle est l'aire de ce nouveau carré en dm^2 ? ....

4) Quelle est la mesure de son côté ? ....

Que penses-tu de la valeur écrite ? (Valeur approchée ou exacte ? Justifie)

Bilan :

Définition : a désigne un nombre positif $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a} \times .... = ...$

Complète :

$4 = \sqrt{....}$; $5 = \sqrt{....}$; $6 = \sqrt{....}$; $7 = \sqrt{....}$; $8 = \sqrt{....}$; $9 = \sqrt{....}$; $10 = \sqrt{....}$

Exercice n°1: Complète :

1°) a) $7^2 = ...$ donc $\sqrt{.......} = 7$; **b)** $15^2 = 225$ donc $\sqrt{.......} = ...$;

c) $.......^2 = 64$ donc $\sqrt{64} = ...$; **d)** $.......^2 = ...$ donc $\sqrt{.......} = 10$;

e) $.......^2 = ...$ donc $\sqrt{81} = ...$; **f)** $.......^2 = 25$ donc $\sqrt{.......} = ...$;

g) $6^2 = ...$ donc $\sqrt{.......} = ...$

2°) a) $\sqrt{3^2} = ...$; **b)** $\sqrt{19} \times \sqrt{19} = ...$; **c)** $\left(\sqrt{15}\right)^2 = ...$; **d)** $\sqrt{(-5)^2} = ...$;

e) $\sqrt{........^2} = 12$; **f)** $-\sqrt{6} \times \sqrt{6} = ...$;

Exercice n°2 : Complète :

$\sqrt{0} = ...$; $\sqrt{1} = ...$; $\sqrt{4} = ...$; $\sqrt{9} = ...$; $\sqrt{16} = ...$; $\sqrt{25} = ...$;

$\sqrt{36} = ...$; $\sqrt{49} = ...$; $\sqrt{64} = ...$; $\sqrt{81} = ...$; $\sqrt{100} = ...$; $\sqrt{121} = ...$;

$\sqrt{144} = ...$; $\sqrt{169} = ...$; $\sqrt{0,01} = ...$; $\sqrt{0,04} = ...$

Exercice n°3 : Complète, si possible, les phrases suivantes par les expressions « le carré » ou « la racine carrée » :

a) 25 est ……………………..……. de 5 ; **b)** 25 est ……………………..…. de 625 ;

c) 9 a pour ……………………….. 81 ; **d)** 4,5 est ……………………… de 16,25 ;

e) 9 a pour ……………………..… – 3 ; **f)** 0,01 est …………………….. de 0,1.

Exercice n°4 : Donne un encadrement des racines carrées suivantes par deux entiers consécutifs :

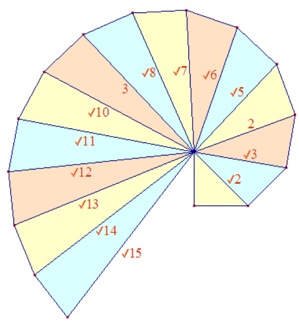
Exemple : $3 < \sqrt{12} < 4$ car $9 < 12 < 16$.

a) ……… $< \sqrt{29} <$ ……… car …..… $< 29 <$ …..… ; **b)** …….. $< \sqrt{50} <$ …..… car …..… $< 50 <$ ….… ;

c) ……… $< \sqrt{62} <$ ……… car …..… $< 62 <$ …..… ; **d)** …….. $< \sqrt{90} <$ …..… car …..… $< 90 <$ ….… ;

e) ……… $< \sqrt{107} <$ ……… car …..… $< 107 <$ …..… ; **f)** …….. $< \sqrt{20} <$ …..… car …..… $< 20 <$ ….…

Exercice n°5 : Parmi les écritures suivantes, retrouve celles qui désignent le nombre 2, le nombre – 2 et celles qui n'ont pas de sens (en justifiant pourquoi) :



$(\sqrt{2})^2$ ……………………..…;$(-\sqrt{2})^2$…………….…………..….. ;

$-\sqrt{4}$ ……………….………….……..…;

$\sqrt{-4}$ …………….………….…; $\sqrt{(-2)^2}$ ………….…….……..…..;

$-\sqrt{(-2)^2}$ ……….………….....……….…;

$\sqrt{-2^2}$ ……………...…………..; $\sqrt{2^2}$……...………………...…. ;

$\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ ………..…………………..;

$(-\sqrt{2}) \times (-\sqrt{2})$ …………………...……………..; $\sqrt{-2} \times \sqrt{-2}$ ……………………………….…………..

Exercice n°6 : Avec la calculatrice, donne **l'arrondi** au millième des nombres suivants :

a) $\sqrt{2} \approx$ ………… ; $\sqrt{3} \approx$ ………… ; $\sqrt{7} \approx$ ………… ; $\sqrt{10} \approx$ ………… ; $\sqrt{15} \approx$ ..……. .

b) $5\sqrt{6} \approx$ ………… ; $6\sqrt{8} \approx$ ………… ; $100\sqrt{2} \approx$ ………… ; $12\sqrt{3} \approx$ ………… .

c) $\sqrt{7} + \sqrt{2} \approx$ ………… ; $\sqrt{15} \times \sqrt{2} \approx$ ………… ; $\sqrt{19} - \sqrt{3} \approx$ ………… .

Exercice n°7 : Calcule les nombres suivants quand c'est possible. Si c'est impossible, explique pourquoi.

a) $\sqrt{44{,}89}$ ……………..……………………..; **b)** $\sqrt{-25}$ …………..……………………………...;

c) $-\sqrt{64}$ ………..………………………… ; **d)** $\sqrt{0}$ ……………………..……………………;

e) $\sqrt{(-3)^2}$ ……………………………………; **f)** $\sqrt{(-1)^3}$ ……………………………………;

g) $\sqrt{\pi - 5}$ ……………………………………; **h)** $\sqrt{-7^2}$ ……………………………………..;

i) $\sqrt{4 - 9}$ …………………………………..; **j)** $(\sqrt{16})^2$ ……………………………………;

k) $\sqrt{9^2}$ ……………………………………; **l)** $-\sqrt{1^8}$ ……………………………………….

Exercice n°8 : En utilisant la définition de la racine carrée, écris plus simplement les expressions suivantes :

$\sqrt{13} \times \sqrt{13} =$ ....;$2 \times \sqrt{8} \times \sqrt{8} =$ ....;$7 \times \sqrt{3} \times 2 \times \sqrt{3} =$ ....

Comment peut-on écrire autrement ?

$\sqrt{13} + \sqrt{13} =$ ....;$4\sqrt{5} - \sqrt{5} =$ ....;$-6\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + \sqrt{3}$............................; $\sqrt{13+12} =$.............

Exercice n°9 :

Ecris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un entier relatif et b un entier positif le plus petit possible : $\sqrt{20}$; $\sqrt{32}$; $\sqrt{60}$; $\sqrt{45}$;

Exercice n°10 :

Retrouve l'intrus parmi ces 4 nombres : $A = 2\sqrt{20}$; $B = \sqrt{80}$; $C = 4\sqrt{5}$; $D = \sqrt{\dfrac{90}{2}}$.

Exercice n°11 :

Relie les écritures d'un même nombre (écris tes calculs) :

$\sqrt{8}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{27}$	$\sqrt{32}$	$\sqrt{48}$

$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$

Exercice n°12 :

Pour démontrer que $\sqrt{20} + \sqrt{80} = 2\sqrt{45}$, écris d'abord $\sqrt{20} + \sqrt{80}$, puis $2\sqrt{45}$ sous la forme $a\sqrt{5}$, avec a entier. Tu pourras ensuite conclure que l'égalité est vérifiée.

Exercice n°13 :

Calcule les nombres suivants :

a) $\sqrt{8} \times \sqrt{0,5}$;**b)** $\sqrt{5} \times \sqrt{20}$; **c)** $\sqrt{0,9} \times \sqrt{10}$; **d)** $\sqrt{28} \times \sqrt{7}$; **e)** $\sqrt{0,1} \times \sqrt{360}$; **f)** $\sqrt{18} \times \sqrt{2}$;
g) $5\sqrt{6} \times \sqrt{24}$; **h)** $\sqrt{12} \times 3\sqrt{27}$.

Exercice n°14 :

Mets les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{6}$:

$A = 2\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 4\sqrt{6}$; $B = \sqrt{6} + \sqrt{6}$; $C = 12\sqrt{6} - \sqrt{6} + 5\sqrt{6}$; $D = \sqrt{6} - 4\sqrt{6}$.

Exercice n°15 :

Mets les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{7}$:

$A = 3\sqrt{7} + \sqrt{63}$; $B = 2\sqrt{7} - \sqrt{28}$; $C = 2\sqrt{175} + \sqrt{700} - 5\sqrt{112}$.

Exercice n°16 :

Ecris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible :

$A = \sqrt{72} - 2\sqrt{8}$; $B = \sqrt{12} + \sqrt{75} + 4\sqrt{300}$; $C = 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - \sqrt{180}$;
$D = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2}$; $E = \sqrt{112} - (\sqrt{7} + \sqrt{63})$; $F = \sqrt{99} - \sqrt{44} - \sqrt{11}$.

Exercice n°17: Ecris sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des nombres entiers:

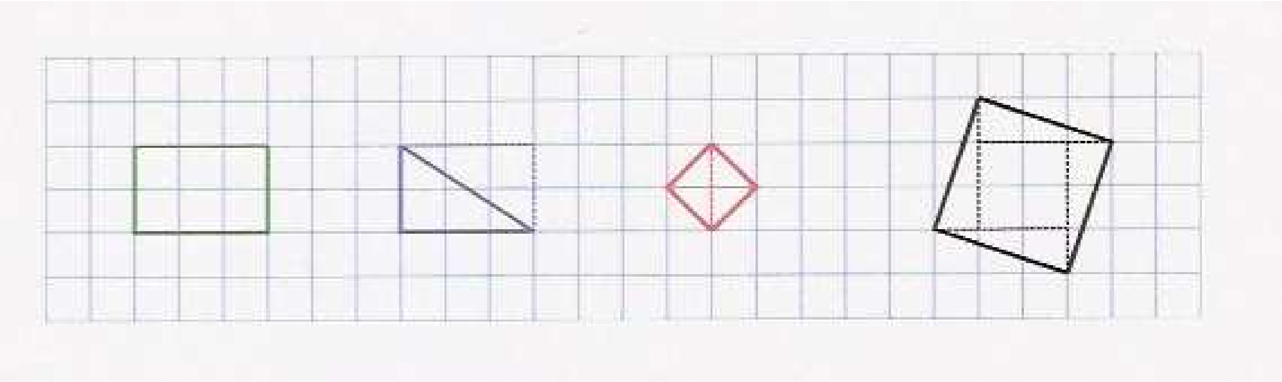
$D = \sqrt{50} - \sqrt{36} + \sqrt{98} + 1$; $E = \sqrt{32} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{16}$

ACTIVITE 2 : LE THEOREME DE PYTHAGORE

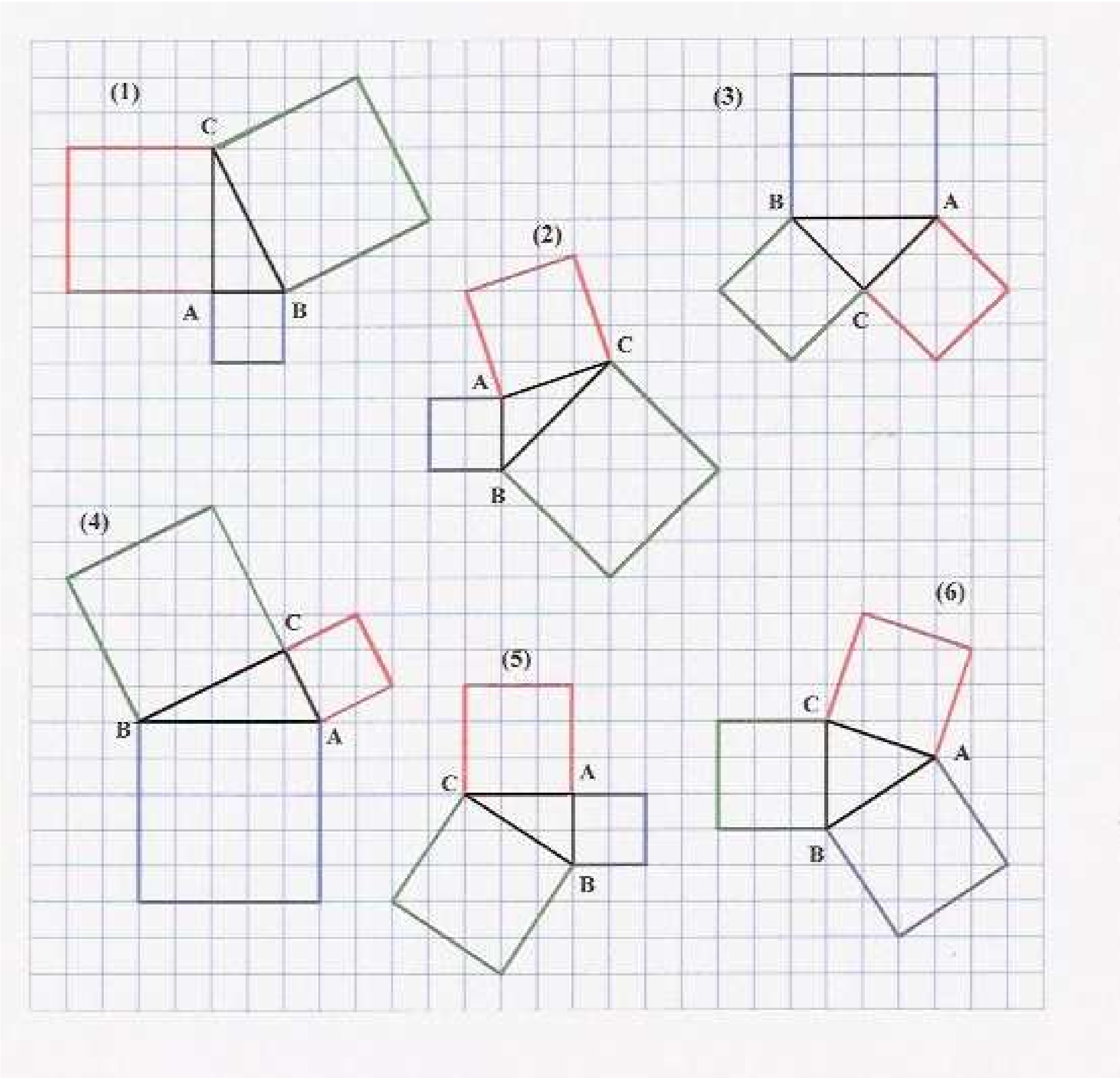
Partie A : DECOUVRIR LE THEOREME DE PYTHAGORE

L'unité d'aire est l'aire d'un carreau.

1°) Déterminer les aires des figures suivantes :



2°) Chacune des six figures ci-dessous est composée de trois carrés (bleu, vert et rose) construits sur les **côtés** d'un triangle ABC.



a. Déterminer les aires de chaque carré.

b. Classer les figures en deux colonnes selon que la somme des aires de deux carrés est égal ou non à l'aire du troisième carré.(dire oui ou non dans la case correspondante)

N° de la figure	La somme des aires des 2 carrés est **égale** à l'aire du $3^{ème}$ carré	La somme des aires des 2 carrés n'est pas égale à l'aire du $3^{ème}$ carré
(1)		
(2)		
(3)		
(4)		
(5)		
(6)		

Emettre une conjecture sur la nature des triangles ABC de chaque colonne:

(1)	……………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………………
(2)	……………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………………
(3)	……………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………………
(4)	……………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………………
(5)	……………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………………
(6)	……………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………………

Partie B : TRIANGLE RECTANGLE OU PAS ?

1°) On considère un triangle de côtés 6 cm, 8 cm , 10 cm. Faire un schéma à main levée du triangle et des trois carrés portés par ses côtés.

Quelles sont les aires des trois carrés ? ……………………………………………………………………….

Quelle information peut-on déduire sur le triangle ?..

2°) On considère un triangle de côtés 6 cm, 2 cm et 5 cm. Faire un schéma à main levée du triangle et des trois carrés portés par ses côtés.

Quelles sont les aires des trois carrés ? ……………………………………………………………………….

Quelle information peut-on déduire sur le triangle ?..

Bilan : Comment peut-on savoir, à partir des longueurs de ses trois côtés, qu'un triangle est rectangle ou ne l'est pas ?

……
……
……
……

PARTIE C – CALCULER UNE LONGUEUR

On considère un triangle FGH rectangle en F avec FG = 3 cm et FH = 4 cm.

1°) Quelle égalité peut-on écrire ? : ……………………………………………………………………

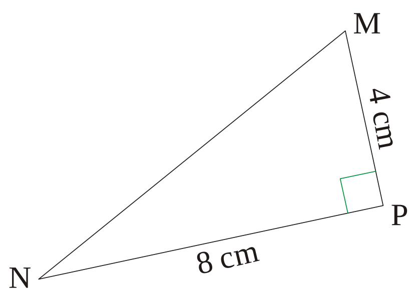
2°) Calcule la longueur GH.

……
……
……
……
……

3°) Construire le triangle FGH et mesure GH pour contrôler.

Exercice n°18 :

ABC est un triangle rectangle en C tel que : CA = 3 cm et CB = 4 cm.
Calcule la longueur AB. (*Commence par faire un dessin à main levée)*



Exercice n°19 :

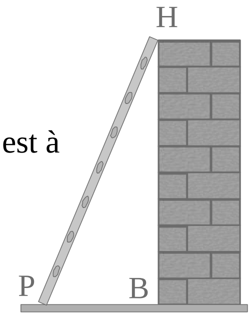
Calcule la valeur exacte de la longueur MN, puis sa valeur arrondie au dixième près.

Exercice n°20 :

EFG est un triangle rectangle en F tel que EF = 4 cm et EG = 6 cm.
Calcule la valeur exacte de FG, puis sa valeur arrondie au mm près.

Exercice n°21 :

Une échelle de 5 m de hauteur est adossée à un mur.
Le haut de l'échelle est posé exactement au sommet H du mur et le pied P de l'échelle est à 1 m du mur.
Calcule la hauteur exacte du mur , puis une valeur arrondie au cm.



Exercice n°22 :

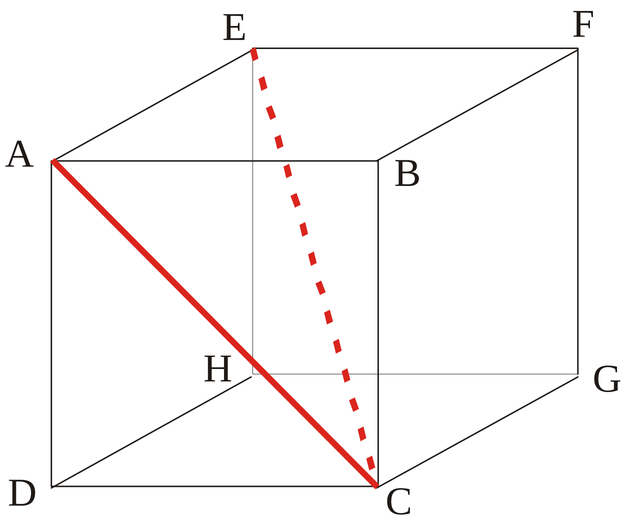
1°) Calcule la longueur de la diagonale :
a) d'un carré ABCD de coté 5 cm ;
b) d'un rectangle EFGH de 7 cm sur 3 cm.

2°) Un rectangle IJKL a un côté de [IJ] de 4 cm et une diagonale [JL] de 5 cm. Calcule la longueur du côté [JK].

Conseil : exécute d'abord un dessin à main levée.

Exercice n°23 :

ABCDEFGH est un cube d'arête 10 cm. On veut calculer la longueur de la grande diagonale [EC].
a) Calcule la longueur AC.
b) AEC est un triangle rectangle en A ; calcule la longueur EC.

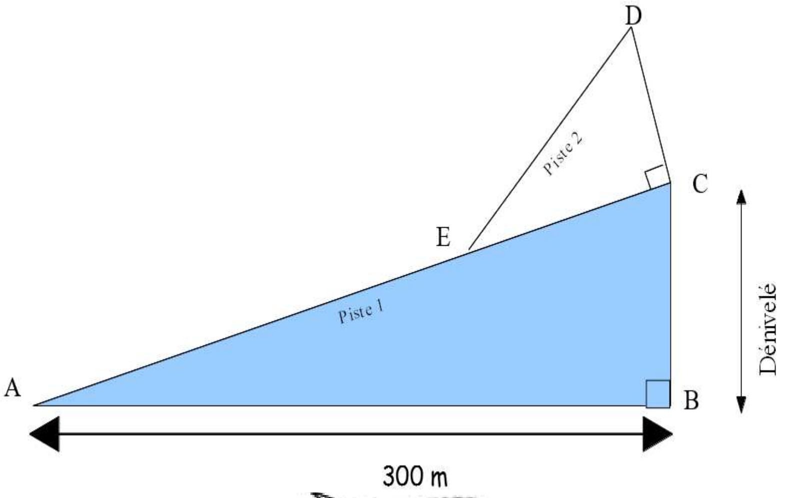


Exercice n°24 :

Dans cet exercice toutes les longueurs seront arrondies au dixième près et les angles au degré près.

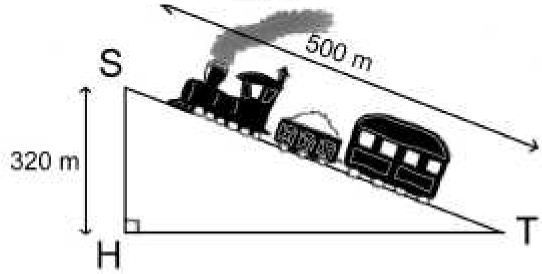
1°) La piste 1 est un modèle de piste de free style pour débutant.
Calcule le dénivelé BC sachant que la longueur AC vaut 346,4 mètres.

2°) Pour les plus casse-cou, on rajoute une piste 2 ayant pour longueur ED égale à 79 m.
Sachant que DC = 22 m, calcule la longueur totale de la piste A → E → D.



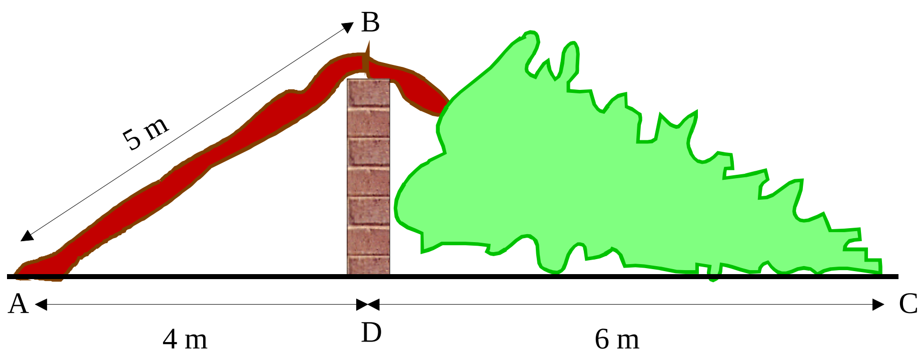
Exercice n°25:

Pour s'élever de 320 m, un train parcourt une montée de 500m. Calcule la valeur exacte puis l'arrondi au mm près de la longueur HT.



Exercice n°26 :

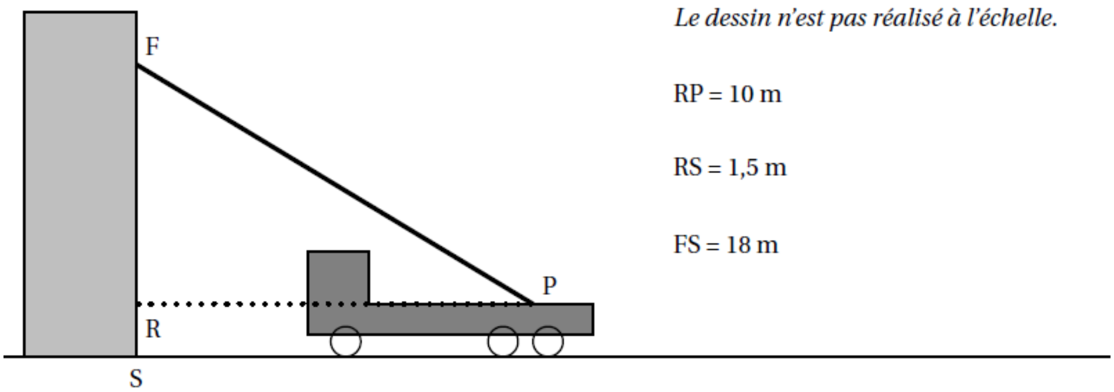
Le tronc d'un arbre s'est brisé à 5 m de hauteur en tombant sur un mur.
Le pied de l'arbre est situé à 4 m du pied du mur et la cime de l'arbre s'est retrouvée à 6 m du mur.
On suppose que le mur est perpendiculaire au sol.



1. Démontre que la hauteur du mur mesure 3 m.
2. Quelle était la hauteur de l'arbre ? (Arrondir à 0,1 près)

Exercice n°27:

Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre une fenêtre F située à 18 mètres au-dessus du sol en utilisant leur grande échelle [PF].
Le pied P de l'échelle est situé sur le camion à 1,5 m du sol et à 10 m de l'immeuble.
On suppose que le triangle RPF est rectangle en R.



Le dessin n'est pas réalisé à l'échelle.

RP = 10 m

RS = 1,5 m

FS = 18 m

1°) D'après les informations ci-dessus, déterminer la longueur RF.
2°) L'échelle a une longueur maximale de 25 mètres. Sera-t-elle assez longue pour atteindre la fenêtre F ?