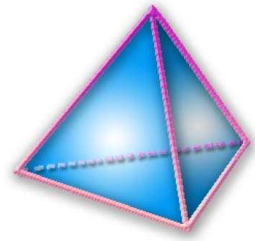


# Thème N°3 : NOTION DE DEMONSTRATION

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ① Connaître les règles du débat mathématiques.
- ② Savoir énoncer la réciproque d'une propriété de la forme : Si ... alors ....
- ③ Savoir chercher et rédiger des chaînons déductifs.
- ④ Savoir effectuer des démonstrations simples.



## Exercice n°1 :

1. Dans l'énoncé suivant, souligne en vert la **condition** et en rouge la **conclusion** :

« Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3 alors il est divisible par 6 »

- Pierre dit : Cet énoncé est vrai, car cela marche pour les nombres 18, 36 et 42.  
D'après la règle ..... du débat mathématiques, Pierre a .....
- Jacques dit : Cet énoncé est des fois vrai (par exemple pour 24), des fois faux (par exemple pour 21).  
D'après la règle ....., Jacques a .....
- Stéphanie dit : Cet énoncé est faux, car cela ne marche pas pour 15.  
D'après la règle ....., Stéphanie a .....

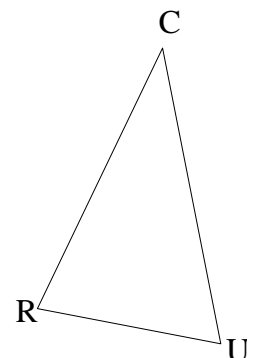
2. Ecrire la **réciproque** de cet énoncé (souligne en vert la **condition** et en rouge la **conclusion**) :

- .....
- Pierre dit : La réciproque est vraie, car cela marche pour tous les nombres que j'ai testés : 12, 24, 30 ...  
D'après la règle ....., Pierre a .....
  - Stéphanie dit : Je ne peux pas conclure pour la réciproque, car je n'ai pas testés tous les nombres entiers.  
D'après la règle ....., Stéphanie a .....

## Exercice n°2 :

Données : On considère le triangle CRU ( figure ci-contre ). Est-il isocèle ?

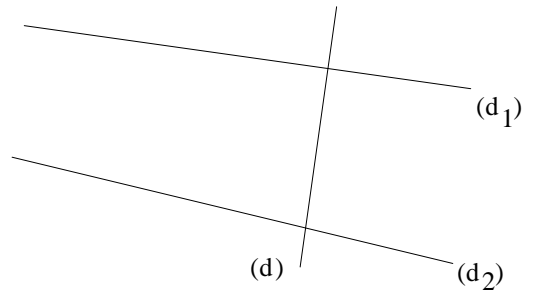
- Jacques dit : J'ai mesuré [CR] et [CU]; j'ai trouvé  $CR = 4 \text{ cm}$  et  $CU = 4 \text{ cm}$ , donc CRU est un triangle isocèle en C.  
D'après la règle ....., Jacques a .....
- Pierre dit : Je n'ai pas assez de données pour conclure.  
D'après la règle ....., Pierre a .....



### Exercice n°3 :

Données :  $(d_1) \perp (d)$  et  $(d_2) \perp (d)$  (figure ci-contre).

- Pierre dit : D'après la figure, les droites ne sont parallèles.  
D'après la règle ....., Pierre a .....
- Stéphanie dit : Si deux droites sont perpendiculaires à la même droite, alors elles sont parallèles entre elles. J'en conclus que les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont parallèles.  
D'après la règle ....., Stéphanie a .....



### Exercice n°4 :

1. Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ? Justifier.
  - a) Si un nombre entier est divisible par 5 alors il est impair.
  - b) Si deux droites sont perpendiculaires alors elles sont sécantes.
2. Ecrire la réciproque des énoncés précédents puis indiquer si elles sont vraies ou fausses. Justifier.

### Exercice n°5 :

Voici un énoncé mathématique : « Quel que soit le carré ABCD, le triangle ABC est isocèle ».

Monique dit : « Cet énoncé est vrai, car j'ai tracé un carré et j'ai mesuré les segments [AB] et [BC] et j'ai trouvé la même longueur. Donc ABC est un triangle isocèle ».

Marc dit : « Cet énoncé est vrai. ABCD est un carré, or dans un carré les quatre côtés sont égaux, donc  $AB = BC$ . Puisque le triangle a deux côtés égaux, il est isocèle ».

Qui justifie correctement la réponse ?

### Exercice n°6 :

1. « Quel que soit le nombre choisi, s'il est supérieur à 17 alors il est supérieur à 19 » ?  
Parmi les nombres 16 ; 17,5 ; 18 ; 20 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.
2. « quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3 alors il se termine par 3 ».  
Parmi les nombres 63 ; 27 ; 13 ; 93 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.

### Exercice n°7 :

Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ?

1. Quel que soit un nombre entier choisi, s'il se termine par 4 alors c'est un nombre pair.
2. quel que soit un nombre choisi, s'il est supérieur à 126 alors il est supérieur à 128.
3. Si [AB] est un diamètre d'un cercle de centre O alors  $OA = OB$ .

**Exercice n°8 :**

Précise si les énoncés ci-dessous sont vrais ou faux. Puis écrire la réciproque de chacun et précise si elle est vraie ou fausse.

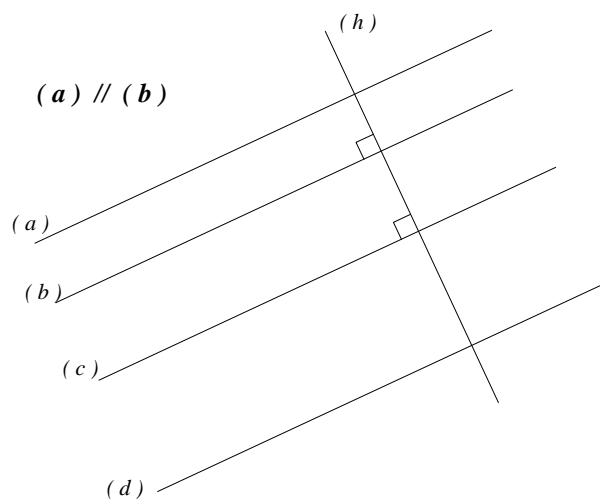
1. Quels que soient les points A, B, C et D, si  $AB = BC = CD$  alors le quadrilatère ABCD est un losange.
2. Quels que soient les points A, B et M, si M est le milieu de [AB] alors  $AM = MB$ .
3. Quel que soient les points I, M et N, si M et N sont deux points d'un même cercle de centre I alors  $IM = IN$ .

**Exercice n°9 :**

Précise si les énoncés ci-dessous sont vrais ou faux. Puis écrire la réciproque de chacun et précise si elle est vraie ou fausse.

1. Quel que soit le rectangle, si on double ses dimensions alors son périmètre est doublé.
2. Quel que soit le rectangle, si on double ses dimensions alors son aire est doublée.
3. Si un rectangle a une longueur de 6 cm et une largeur de 5 cm alors son périmètre est de 22 cm.
4. Si les points A, B et C sont alignés alors B appartient au segment [AC].

**Exercice n°10 :**



La figure ci-dessus comporte des renseignements certains ( *données* ), lesquels ?

- .....
1. Démontre que ( h ) et ( a ) sont perpendiculaires :

On sait que : .....

d'après la propriété ..... , on a : .....

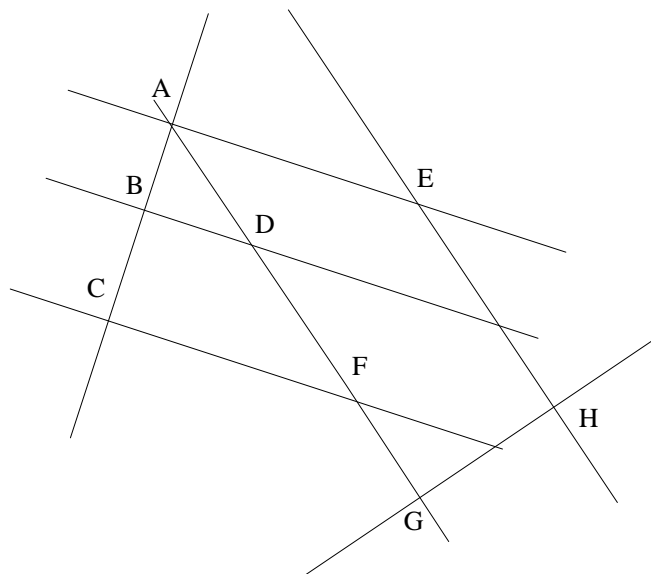
2. Démontre que ( b ) et ( c ) sont parallèles :

On sait que : .....

d'après la propriété ... , on a : .....

3. Peut-on démontrer que ( c ) et ( d ) sont parallèles ? : .....

Exercice n°11 :



Données :

-  $(AG) \parallel (EH)$  -  $(GH) \perp (AG)$  -  $(BD) \perp (AC)$  -  $(CF) \perp (AC)$  -  $(AE) \parallel (BD)$

1. Code la figure.
2. Démontre que  $(GH)$  et  $(EH)$  sont perpendiculaires :

On sait que : .....  
d'après la propriété  , on a : .....

3. Démontre que  $(BD)$  et  $(CF)$  sont parallèles :
- On sait que : .....  
d'après la propriété  , on a : .....

4. Démontre que  $(AE)$  et  $(CF)$  sont parallèles :
- On sait que : .....  
d'après la propriété  , on a : .....

Exercice n°12 : Complète les raisonnements suivants :

1. Je sais que ABCD est un rectangle.  
Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales sont de même longueur.  
Donc : .....
2. Je sais que  $(MN)$  est la médiatrice de  $[AB]$ .  
Si une droite est médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment.  
Donc : .....
3. Je sais que ce nombre se termine par deux .  
Si .....  
alors .....  
Donc le nombre est pair.

**Exercice n°13 :**

Complète les raisonnements suivants :

1. Je sais que (d) est parallèle à (d') et que (d) est parallèle à (d'').

Si .....

alors .....

Donc (d) est parallèle à (d'').

2. Je sais que (AB) est parallèle à (CD) et (EF) est perpendiculaire à (AB).

Si .....

alors .....

Donc .....

3. Je sais que (AB) est perpendiculaire à (XY) et (AB) est perpendiculaire à (TN).

Si .....

alors .....

Donc .....

**Exercice n°14 :**

Complète les raisonnements suivants :

1. Je sais que XYZT est un losange.

Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés sont de même longueur.

Donc : .....

2. Je sais que .....

Si un triangle est équilatéral alors ses trois côtés sont de même longueur.

Donc  $AD = DE = AE$ .

3. Je sais que .....

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (AB) et (XY) sont parallèles.

4. Je sais que .....

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (TV) est parallèle à (ZK).