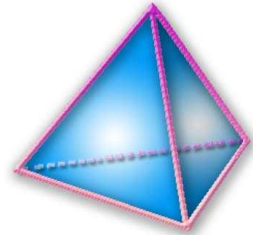


Thème N°3 : NOTION DE DEMONSTRATION

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ① Connaître les règles du débat mathématiques.
- ② Savoir énoncer la réciproque d'une propriété de la forme : Si ... alors
- ③ Savoir chercher et rédiger des chaînons déductifs.
- ④ Savoir effectuer des démonstrations simples.



Exercice n°1 :

1. Dans l'énoncé suivant, souligne en vert la **condition** et en rouge la **conclusion** :

« **Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3** alors **il est divisible par 6** »

- Pierre dit : Cet énoncé est vrai, car cela marche pour les nombres 18, 36 et 42.
D'après la règle ② du débat mathématiques, Pierre a **tort**
- Jacques dit : Cet énoncé est des fois vrai (par exemple pour 24), des fois faux (par exemple pour 21).
D'après la règle ①, Jacques a **tort**
- Stéphanie dit : Cet énoncé est faux, car cela ne marche pas pour 15.
D'après la règle ④, Stéphanie a **raison**.

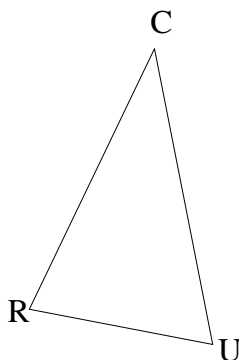
2. Ecrire la **réciproque** de cet énoncé (souligne en vert la **condition** et en rouge la **conclusion**) :

« **Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 6** alors **il est divisible par 3** »

- Pierre dit : La réciproque est vraie, car cela marche pour tous les nombres que j'ai testés : 12, 24, 30 ...
D'après la règle ②, Pierre a **tort**.
- Stéphanie dit : Je ne peux pas conclure pour la réciproque, car je n'ai pas testés tous les nombres entiers.
D'après la règle ①, Stéphanie a **tort**

Exercice n°2 :

Données : On considère le triangle CRU (figure ci-contre). Est-il isocèle ?

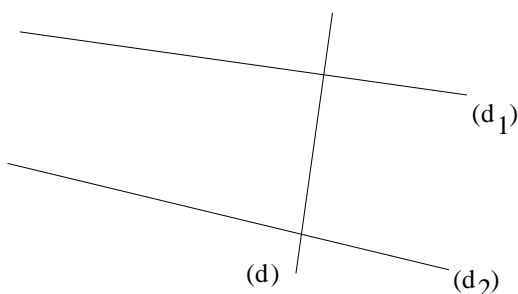


- Jacques dit : J'ai mesuré [CR] et [CU]; j'ai trouvé $CR = 4$ cm et $CU = 4$ cm, donc CRU est un triangle isocèle en C.
D'après la règle ⑤, Jacques a **tort**.
- Pierre dit : Je n'ai pas assez de données pour conclure.
D'après la règle ①, Pierre a **tort**.

Exercice n°3 :

Données : $(d_1) \perp (d)$ et $(d_2) \perp (d)$ (figure ci-contre).

- Pierre dit : D'après la figure, les droites ne sont parallèles.
D'après la règle ⑤, Pierre a **tort**
- Stéphanie dit : Si deux droites sont perpendiculaires à la même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
J'en conclus que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.
D'après la règle ③, Stéphanie a **raison**.



Exercice n°4 :

1. Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ? Justifier.

a) Si un nombre entier est divisible par 5 alors il est impair :

Faux car 10 est un contre exemple : 10 vérifie la condition mais ne vérifie pas la conclusion

b) Si deux droites sont perpendiculaires alors elles sont sécantes :

Vrai (Il s'agit d'une propriété sur les droites)

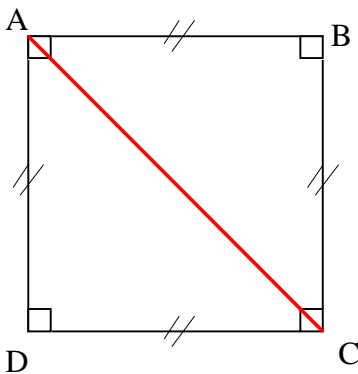
2. Ecrire la réciproque des énoncés précédents puis indiquer si elles sont vraies ou fausses. Justifier.

a) **Si un nombre entier est impair alors il est divisible par 5.**

L'énoncé est fausse car 13 est un contre exemple : 13 vérifie la condition mais pas la conclusion.

b) **Si deux droites sont sécantes alors elles sont perpendiculaires**

L'énoncé est faux car toutes droites sécantes ne sont pas obligatoirement perpendiculaires.



Exercice n°5 :

Pour Monique, d'après la règle ⑤, elle a tort.

Pour Marc : D'après la règle ③, il a raison

Exercice n°6 :

1. « Quel que soit le nombre choisi, s'il est supérieur à 17 alors il est supérieur à 19 » ?.

Parmi les nombres 16 ; 17,5 ; 18 ; 20 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.

17,5 et 18 sont deux contre-exemples.

- ils vérifient la condition « supérieur à 17 »
- ils ne vérifient pas la conclusion : « supérieur à 19 »

2. « quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3 alors il se termine par 3 ».

Parmi les nombres 63 ; 27 ; 13 ; 93 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.

27 est un contre-exemple.

- il vérifie la condition « est divisible par 3 »
- il ne vérifie pas la conclusion : « se termine par 3 »

Exercice n°7 :

Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ?

1. Quel que soit un nombre entier choisi, s'il se termine par 4 alors c'est un nombre pair.

Vrai car si un nombre se termine par 0, 2, 4, 6, 8 alors il est pair.

Donc tout nombre se terminant par 4 est pair.

2. quel que soit un nombre choisi, s'il est supérieur à 126 alors il est supérieur à 128.

Faux, 127 est un contre-exemple.

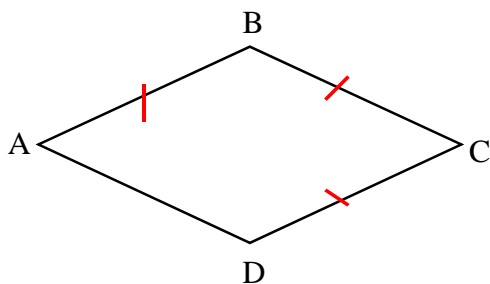
- il vérifie la condition « supérieur à 126 »
- il ne vérifie pas la conclusion : « est supérieur à 128 »

3. Si [AB] est un diamètre d'un cercle de centre O alors $OA = OB$.

Vrai, si [AB] est un diamètre d'un cercle de centre O alors O est le milieu de [AB].

Donc $OA = OB$

Exercice n°8 :



1. Quels que soient les points A, B, C et D, si $AB = BC = CD$ alors le quadrilatère ABCD est un losange. **Faux.**
Si le quadrilatère ABCD est un losange alors $AB = BC = CD$.
Vrai

2. Quels que soient les points A, B et M, si M est le milieu de [AB] alors $AM = MB$. **Vrai**

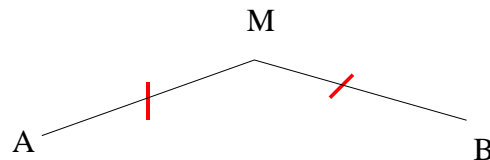
Quels que soient les points A, B et M, si $AM = MB$ alors M est le milieu de [AB]

Faux

3. Quel que soient les points I, M et N, si M et N sont deux points d'un même cercle de centre I alors $IM = IN$. **Vrai**

Quel que soient les points I, M et N, si $IM = IN$ alors M et N sont deux points d'un même cercle de centre I.

Vrai



Exercice n°9 :

1. Quel que soit le rectangle, si on double ses dimensions alors son périmètre est doublé.

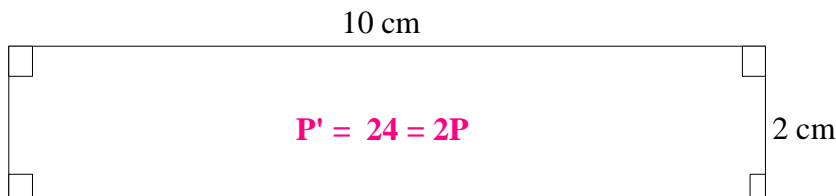
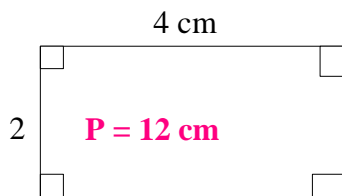
• **Vrai**, en effet si P est le périmètre du rectangle, L sa longueur et l sa largeur, on a :

$$P = 2 \times (L + l)$$

Si on double la longueur et la largeur, on a : $2 \times 2L + 2 \times 2l = 4L + 4l = 4 \times (L + l) = 2 \times 2 \times (L + l) = 2P$

• Quel que soit le rectangle, si son périmètre double alors ses dimensions sont doublées.

Fausse.



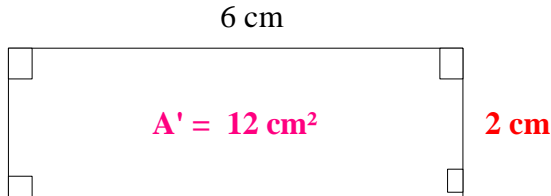
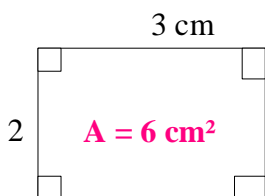
2. Quel que soit le rectangle, si on double ses dimensions alors son aire est doublée.

• **Faux**, en effet si A est l'aire du rectangle, L sa longueur et l sa largeur, on a : $A = L \times l$

Si on double la longueur et la largeur, on a : $2L \times 2l = 2 \times 2 \times L \times l = 4 \times L \times l = 4A$

• Quel que soit le rectangle, si son aire double alors ses dimensions sont doublées.

Fausse.



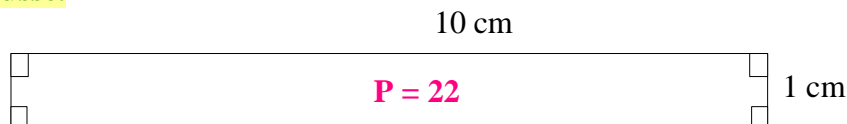
3. Si un rectangle a une longueur de 6 cm et une largeur de 5 cm alors son périmètre est de 22 cm..

• **Vrai**, en effet si P est le périmètre du rectangle, L sa longueur et l sa largeur, on a :

$$P = 2 \times (L + l) = 2 \times (6 + 5) = 2 \times 11 = 22$$

• Si un rectangle a un périmètre de 22 cm alors sa longueur mesure 6 cm et sa largeur mesure 5 cm

Fausse.



4. Si les points A, B et C sont alignés alors B appartient au segment [AC].

• **Fausse**



• Si B appartient au segment [AC] alors A, B et C sont alignés

Vraie.

Exercice n°10 :

La figure ci-contre comporte des renseignements certains (*données*), lesquels ?

(a) // (b) ; (b) ⊥ (h) ; (c) ⊥ (h)

1. Démontrez que (h) et (a) sont perpendiculaires :

On sait que :

(a) // (b) et (h) ⊥ (b)

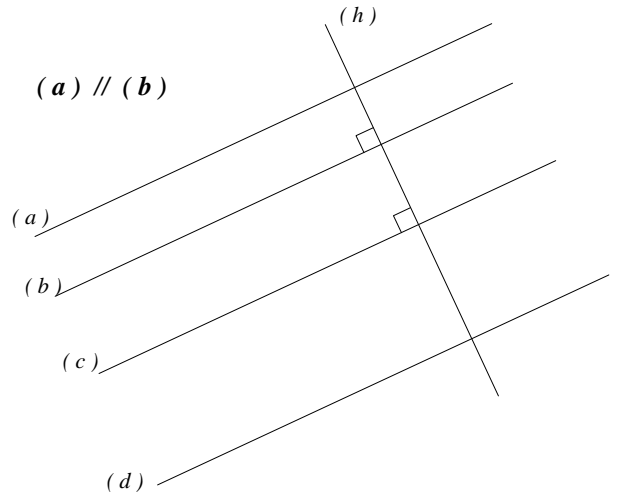
d'après la propriété **D3**, on a : (h) ⊥ (a)

2. Démontrez que (b) et (c) sont parallèles :

On sait que : (b) ⊥ (h) et (c) ⊥ (h)

d'après la propriété **D2**, on a : (b) // (c)

3. Peut-on démontrer que (c) et (d) sont parallèles ? : **Non, on ne sait pas si (d) ⊥ (h)**



Exercice n°11 :

Données :

- (AG) // (EH) - (GH) ⊥ (AG) - (BD) ⊥ (AC) -

- (CF) ⊥ (AC) - (AE) // (BD)

1. Code la figure.

2. Démontrez que (GH) et (EH) sont perpendiculaires :

On sait que : (AG) // (EH) et (AG) ⊥ (GH)

d'après la propriété **D3**,

on a : (GH) ⊥ (EH)

3. Démontrez que (BD) et (CF) sont parallèles :

On sait que : (BD) ⊥ (AC) et (CF) ⊥ (AC)

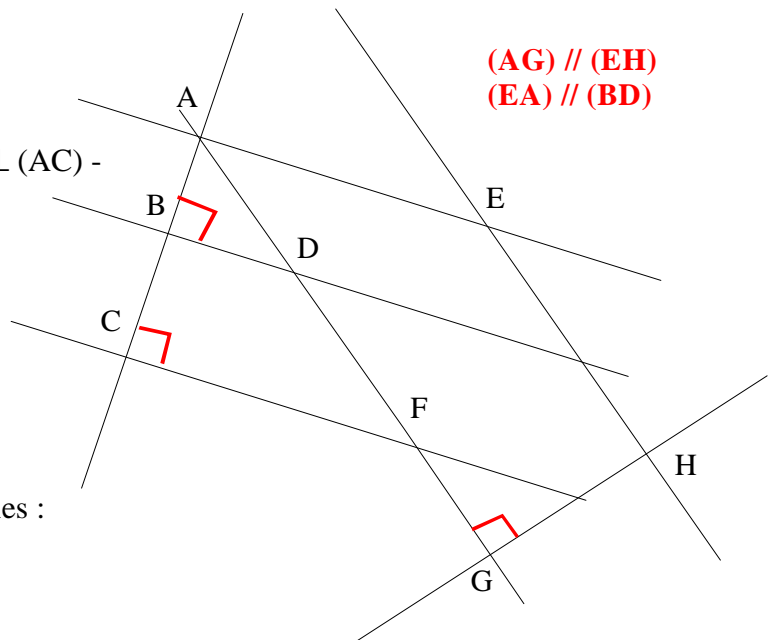
d'après la propriété **D2**,

on a : (BD) // (CF)

4. Démontrez que (AE) et (CF) sont parallèles :

On sait que : (AE) // (BD) et (BD) // (CF) (d'après la question 3.)

d'après la propriété **D1**, on a : (AE) // (CF)



Exercice n°12 :

1. Je sais que ABCD est un rectangle.

Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales sont de même longueur.

Donc : $AC = BD$

2. Je sais que (MN) est la médiatrice de [AB].

Si une droite est médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment.

Donc : (MN) perpendiculaire à [AB].

3. Je sais que ce nombre se termine par deux .

Si un nombre se termine par 0, 2, 4, 6, 8 alors il est pair

Donc le nombre est pair.

Exercice n°13 :

Complète les raisonnements suivants :

1. Je sais que (d) est parallèle à (d') et que (d) est parallèle à (d'').

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles

Donc (d) est parallèle à (d'').

2. Je sais que (AB) est parallèle à (CD) et (EF) est perpendiculaire à (AB).

Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Donc (EF) perpendiculaire à (CD).

3. Je sais que (AB) est perpendiculaire à (XY) et (AB) est perpendiculaire à (TN).

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (XY) parallèle à (TN)

Exercice n°14 :

Complète les raisonnements suivants :

1. Je sais que XYZT est un losange.

Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés sont de même longueur.

Donc : $XY = YZ = ZT = TX$.

2. Je sais que ADE est un triangle équilatéral.

Si un triangle est équilatéral alors ses trois côtés sont de même longueur.

Donc $AD = DE = AE$.

3. Je sais que $(AB) \perp (ZT)$ et $(XY) \perp (ZT)$

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (AB) et (XY) sont parallèles.

4. Je sais que $(TV) \parallel (UI)$ et $(ZK) \parallel (UI)$.

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (TV) est parallèle à (ZK).