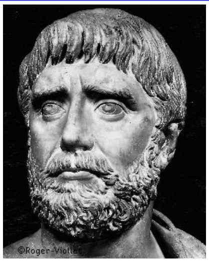
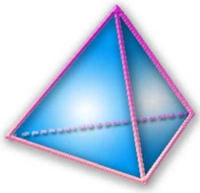


Thème N°18 :
THEOREME DE THALES



<u>*A la fin du thème, tu dois savoir*</u> *:*

- Calculer une longueur avec le théorème de Thalès
- Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver ou réfuter une conjecture

Exercice n°1 :

$\frac{x}{8}=7$ $x=7\times 8$ $x=56$	$\frac{12}{x}=3$ $\frac{12}{x}=\frac{3}{1}$ $3\times x=1\times 12$ $x=\frac{12}{3}$ $x=4$	$\frac{x}{2}=\frac{5}{3}$ $3\times x=5\times 2$ $x=\frac{5\times 2}{3}$ $x=\frac{10}{3}$	$\frac{15}{x}=\frac{5}{7}$ $5\times x=15\times 7$ $x=\frac{15\times 7}{5}$ $x=21$
$\frac{3}{2}=\frac{x}{23}$ $2\times x=23\times 3$ $x=\frac{23\times 3}{2}$ $x=34{,}5$	$89=\frac{1}{x}$ $\frac{89}{1}=\frac{1}{x}$ $89\times x=1$ $x=\frac{1}{89}$	$\frac{4}{21}=\frac{6}{x}$ $4\times x=6\times 21$ $4x=126$ $x=\frac{126}{4}$	

Exercice n°2 :

a. On sait que EFG est un triangle isocèle en E.
Si **un triangle est isocèle** alors il a deux côtés de même longueur.
Donc **EF = FG**

b. On sait que ABCD est **un losange**.
Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.
Donc **(AC) est perpendiculaire à (BD)**

c. On sait que EFGH est un rectangle.
Si un **quadrilatère** est un **rectangle** alors ses côtés opposés sont de même longueur.
Donc EF = **GH et EH = FG**

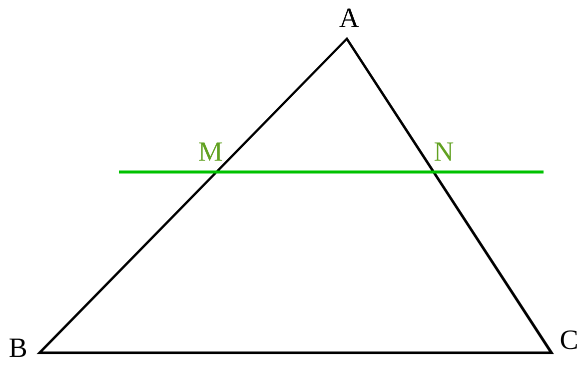
ACTIVITE :

A -

On sait que : - ABC un triangle,
- M un point de [AB],
- N un point de [AC],
- (MN) // (BC)

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

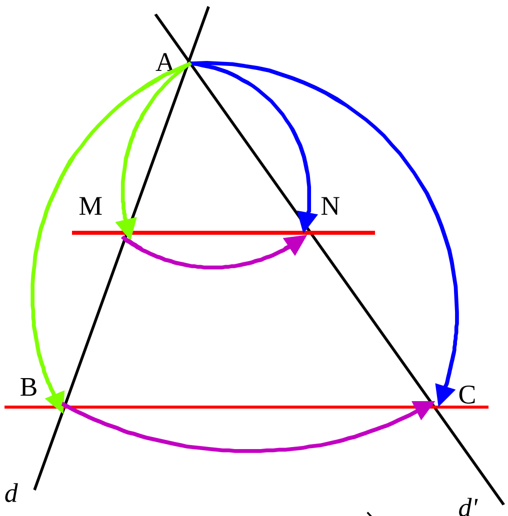
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



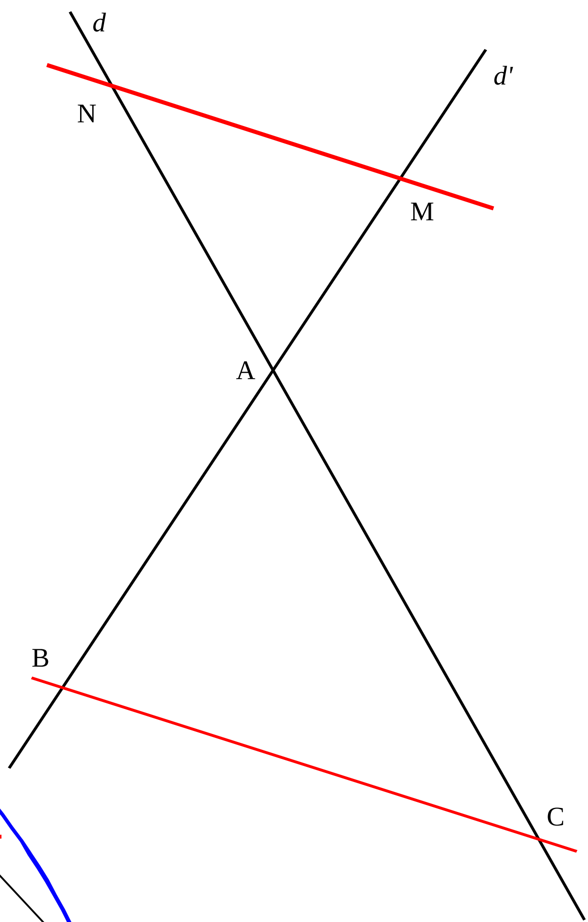
B - Dans les figures ①, ②, ③ ci-dessous,

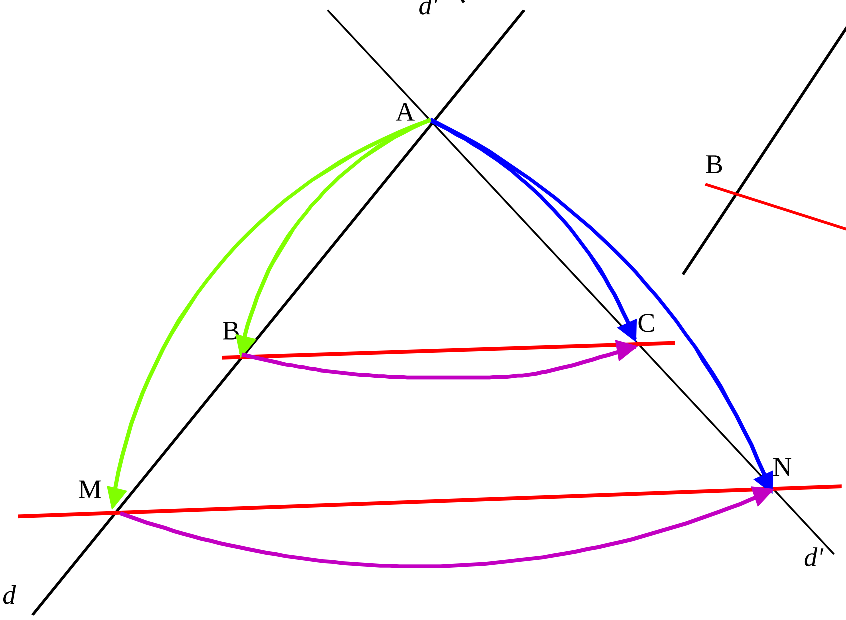
- d et d' sont deux droites sécantes en A ;
- B et M sont deux points de d distincts de A ;
- C et N sont deux points de d' distincts de A ;
- Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

①



③





1°) Etude de la figure ①

Quelles égalités de quotients peux-tu écrire en appliquant le théorème rappelée dans « rappel » au triangle ABC de la figure ①. *Complète :*

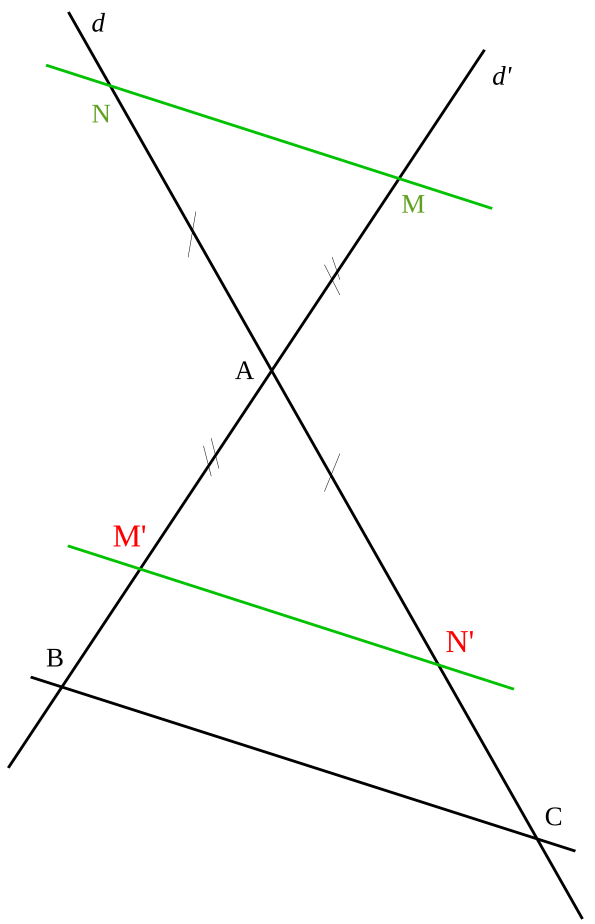
$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

2°) Etude de la figure ②

Quelles égalités de quotients peux-tu écrire en appliquant le théorème rappelée dans « rappel » au triangle AMN de la figure ②. *Complète :*

$$\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$$

3°) Etude la figure ③



a. Sur la reproduction de la figure ③ ci-contre construis les points M' et N', symétriques respectifs des points M et N par rapport à A.

b. Démontre que la droite (M'N') est parallèle à la droite (BC).

On sait que (M'N') est le symétrique de (MN) par rapport à A.

Or dans une symétrie centrale, le symétrique d'une droite est une droite parallèle.

Donc (MN) parallèle à (M'N')

Démontre que :

AM' = AM ; AN' = AN et M'N' = MN

On sait que les points M' et N', symétriques respectifs des points M et N par rapport à A.

Donc AM' = AM et AN' = AN

De plus dans une symétrie centrale, il y a conservation de la longueur des segments.

Donc M'N' = MN

En déduire que : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

D'après la question b) comme (M'N') est parallèle à (BC), on a : $\frac{AM'}{AB}=\frac{AN'}{AC}=\frac{M'N'}{BC}$

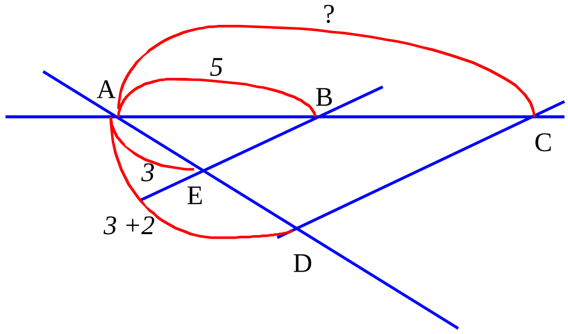
D'après la question b) on a aussi AM' = AM ; AN' = AN et M'N' = MN, donc $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

4°) Dans les trois cas ①, ②, ③, que peux-tu dire des longueurs des côtés des triangles AMN et ABC ?

Les longueurs des côtés AMN sont proportionnelles à celles de ABC.

Exercice n°3:

(1) Calcul de AC



Les droites (BC) et (ED) sont sécantes en A et les droites (BE) et (CD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{EB}{DC}$

soit $\dfrac{5}{AC} = \dfrac{3}{3+2} = \dfrac{EB}{DC}$

On a : $\dfrac{5}{AC} = \dfrac{3}{3+2}$. D'où $AC \times 3 = 5 \times 5$ et $AC = \dfrac{25}{3}$

Conclusion : AC = $\dfrac{25}{3}$ cm

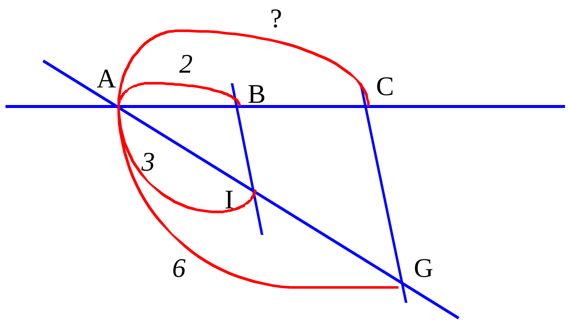
(2) Calcul de AC

Les droites (BC) et (IG) sont sécantes en A et les droites (BI) et (CG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AI}{AG} = \dfrac{BI}{CG}$ soit $\dfrac{2}{AC} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{BI}{CG}$

On a : $\dfrac{2}{AC} = \dfrac{3}{6}$. D'où $3 \times AC = 2 \times 6$ et $AC = \dfrac{12}{3} = 4$

Conclusion : AC = 4 cm



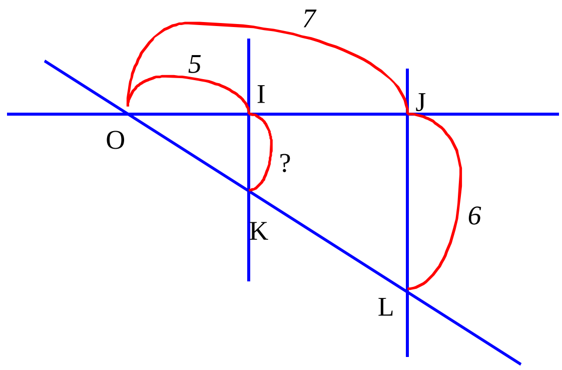
Calcul de BC

Comme B est un point de [AC], alors AB + BC = AC, donc
BC = AC – AB = 4 – 2 = 2

Conclusion : BC = 2 cm

3) Calcul de IK

Les droites (IJ) et (KL) sont sécantes en O et les droites (KI) et (LJ) sont parallèles.



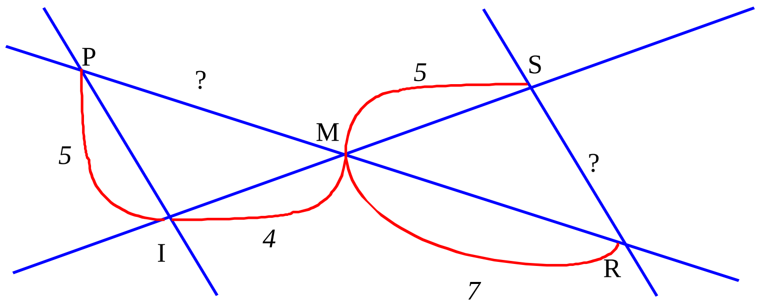
D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{OI}{OJ} = \dfrac{OK}{OL} = \dfrac{IK}{JL}$

soit $\dfrac{5}{7} = \dfrac{OK}{OL} = \dfrac{IK}{6}$

On a : $\dfrac{5}{7} = \dfrac{IK}{6}$. D'où $7 \times IK = 5 \times 6$ et $IK = \dfrac{30}{7}$

Conclusion : IK = $\dfrac{30}{7}$ cm

(4) Calcul de MP et SR



Les droites (SI) et (PR) sont sécantes en M et les droites (PI) et (SR) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$\dfrac{PM}{MR} = \dfrac{MI}{MS} = \dfrac{PI}{SR}$ soit $\dfrac{PM}{7} = \dfrac{4}{5} = \dfrac{5}{SR}$

Calcul de MP On a : $\dfrac{4}{5} = \dfrac{MP}{7}$.

D'où $5 \times MP = 4 \times 7$ et $MP = \dfrac{28}{5} = 5{,}6$ Conclusion : MP= 5,6 cm

Calcul de SR On a : $\dfrac{4}{5} = \dfrac{5}{SR}$. D'où $4 \times SR = 5 \times 5$ et $SR = \dfrac{25}{4} = 6{,}25$

Conclusion : SR = 6,25 cm

(3) Calcul de KF

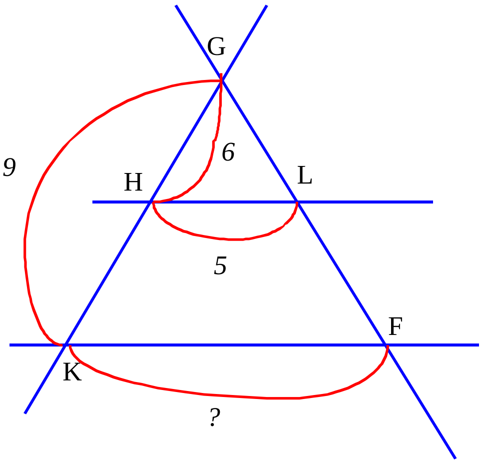
Les droites (HK) et (LF) sont sécantes en G et les droites (HK) et (LF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{GH}{GK} = \dfrac{GL}{GF} = \dfrac{HL}{KF}$ soit

$\dfrac{6}{9} = \dfrac{GL}{GF} = \dfrac{5}{KF}$

On a : $\dfrac{6}{9} = \dfrac{5}{KF}$. D'où $6 \times \text{KF} = 9 \times 5$ et $KF = \dfrac{45}{6} = 7{,}5$

Conclusion : KF = 7,5 cm



Exercice n°4 :

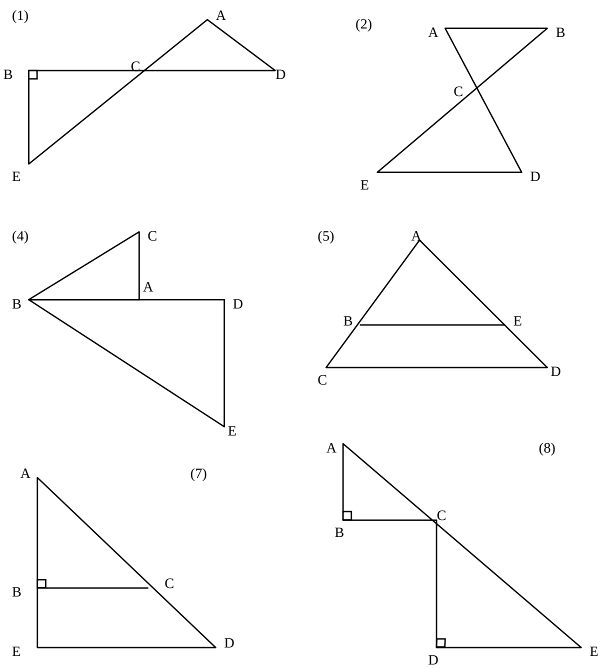


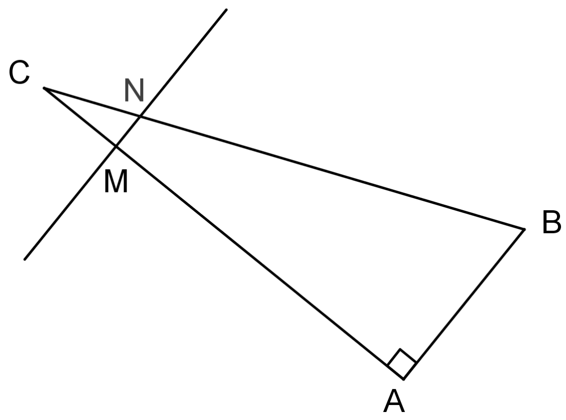
figure (2) : Les rapports sont $\dfrac{CA}{CD} = \dfrac{CB}{CE} = \dfrac{AB}{ED}$

figure (5) : Les rapports sont $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{BE}{CD}$

figure (7) : Les rapports sont $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{BC}{ED}$

Exercice n°5 :

1)



2) Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$13^2 = 5^2 + AC^2$

$169 = 25 + AC^2$

$AC^2 = 169 - 25$

$AC^2 = 144$

$AC = \sqrt{144}$

$AC = 12$

Conclusion : AC = 12 cm.

4) Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en C.

Les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CM}{CA} = \dfrac{CN}{CB} = \dfrac{MN}{AB}$ soit $\dfrac{2,4}{12} = \dfrac{CN}{13} = \dfrac{MN}{5}$.

Calcul de CN

$$\frac{2,4}{12} = \frac{CN}{13}$$

$$CN = \frac{13 \times 2,4}{12} = 2,6$$

Conclusion : CN mesure 2,6 cm.

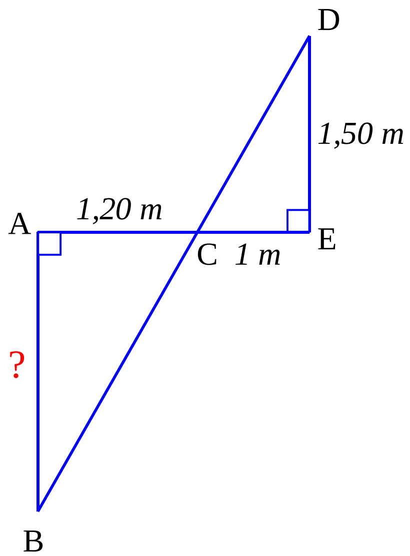
5) On sait que : les droites (AB) et (MN) sont parallèles et la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (AB).

Propriété : Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Conclusion : La droite (AC) est perpendiculaire à la droite (MN).

Conclusion : Le triangle CMN est rectangle en M.

Exercice n°6:



On supposera (DE) et (AB) perpendiculaire à (AE).
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre-elles.
Donc (AB) parallèle à (ED).

Les droites (AE) et (BC) sont sécantes en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{DE}{AB}$ soit

$\frac{1}{1{,}2} = \frac{CD}{CB} = \frac{1{,}5}{AB}$

On a : $\frac{1}{1{,}2} = \frac{1{,}5}{AB}$ c'est-à-dire AB $\times$ 1 = 1,2 $\times$ 1,5 et AB = $\frac{1{,}8}{1} = 1{,}8$

Conclusion : La profondeur du puit s'élève à 1,8 m

Exercice n°7 :

On sait que : les droites (AB) et (A'B') sont perpendiculaires à la droite (BB').

Propriété : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Conclusion : Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

2) Les droites (AA') et (BB') sont sécantes en O.

Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$ soit $\frac{OA'}{OA} = \frac{0{,}05}{15} = \frac{A'B'}{12}$.

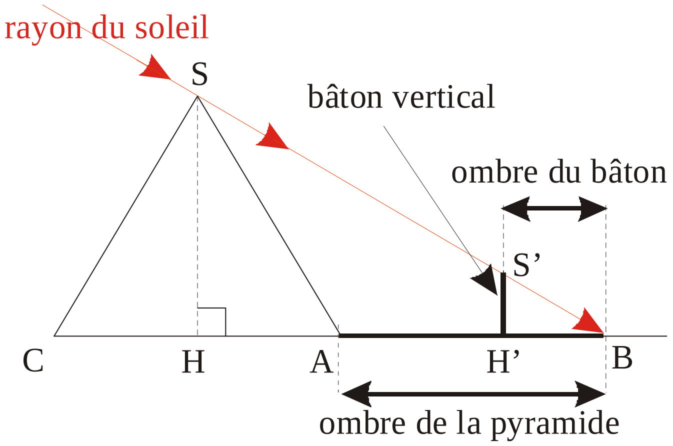
Calcul de A'B'

$$\frac{0{,}05}{15} = \frac{A'B'}{12}$$

$$A'B' = \frac{12 \times 0{,}05}{15} = 0{,}04$$

Conclusion : La hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule est de 0,04 m.

Exercice n°8 :



En supposant que le bâton est perpendiculaire au sol, alors (SH) et(S'H') sont perpendiculaires à (CB).
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre-elles.
Donc (SH) parallèle à (S'H ').

De plus BH = HA + AB = $\frac{1}{2} \times 232 + 73 = 116 + 73 = 189$ (m)

Les droites (SS') et (H'H) sont sécantes en B et les droites (SH) et (S'H') sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{BH'}{BH} = \frac{BS'}{BS} = \frac{S'H'}{SH}$ soit $\frac{1,3}{189} = \frac{BS'}{BS} = \frac{1}{SH}$

On a : $\frac{1,3}{189} = \frac{1}{SH}$ c'est-à-dire $SH \times 1,3 = 1 \times 189$ et $SH = \frac{189}{1,3} \approx 145,38$

Conclusion : La hauteur de la pyramide mesure environ 145 m