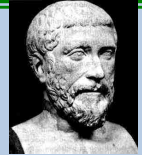


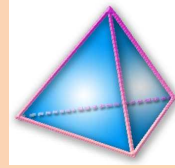
# Thème N°12 : TRIANGLE RECTANGLE (2)

## Réciproque du théorème de Pythagore

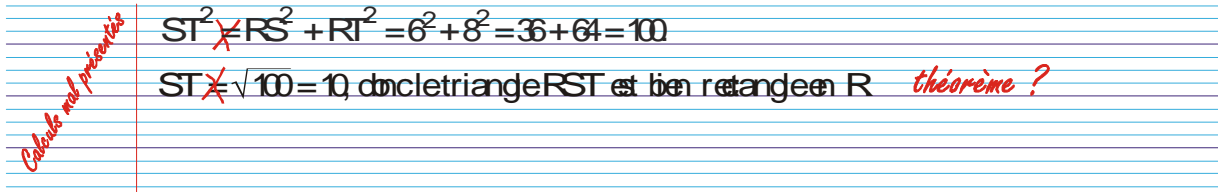


*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Réciproque du théorème de Pythagore.
- ☞ Prouver qu'un triangle est rectangle.



**Exercice n°1:** a) Trace un triangle RST tel que :  $RS = 6$  cm,  $RT = 8$  cm et  $ST = 10$  cm.  
 b) Voilà ce qu'a écrit Sophie pour prouver que le triangle RST est rectangle :



Pourquoi le professeur a-t-il barré les signes égal et écrit dans la marge « calculs mal présentés ? »

*On doit séparer les calculs :*

- Longueur du côté le plus grand au carré
- Somme des carrés des deux autres côtés

*Ne pas oublier pour prouver que le triangle est rectangle de citer « d'après la réciproque du théorème de Pythagore ».*

c) Rédige correctement la réponse.

Dans le triangle RST, on a :  $ST^2 = 10^2 = 100$

$$RS^2 + RT^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

On constate que :  $ST^2 = RS^2 + RT^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en R.

**Conclusion : le triangle RST est rectangle en R.**

**Exercice n°2:** a) Construis un triangle SEL tel que  $SE = 7,5$  cm,  $EL = 4$  cm et  $LS = 8,5$  cm.  
 b) Démontre que le triangle SEL est rectangle.

Dans le triangle SEL, on a :  $LS^2 = 8,5^2 = 72,25$

$$SE^2 + EL^2 = 7,5^2 + 4^2 = 56,25 + 16 = 72,25$$

On constate que :  $LS^2 = SE^2 + EL^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en R.

**Conclusion : le triangle SEL est rectangle en E.**

**Exercice n°3:** 1. On considère le triangle LMN tel que :  $LM = 9,9$  cm,  $MN = 16,5$  cm et  $LN = 13,2$  cm.  
Ce triangle est-il rectangle ?

Dans le triangle LMN, on a :  $MN^2 = 16,2^2 = 272,25$

$$LM^2 + LN^2 = 9,9^2 + 13,2^2 = 98,01 + 174,24 = 272,25$$

On constate que :  $MN^2 = LM^2 + LN^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en R.

**Conclusion : le triangle LMN est rectangle en L.**

2. On considère le triangle IJK tel que :  $IJ = 10$  cm ,  $JK = 13$  cm et  $IK = 16$  cm.  
Ce triangle est-il rectangle ?

Dans le triangle IJK, on a :  $IK^2 = 16^2 = 256$

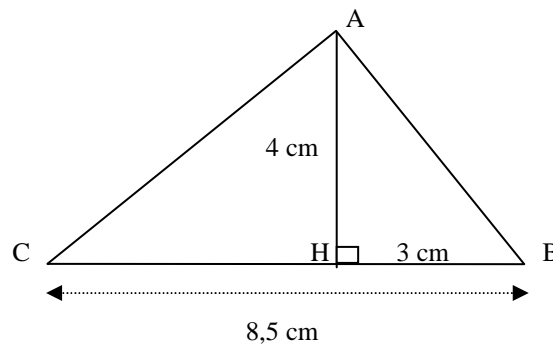
$$IJ^2 + JK^2 = 10^2 + 13^2 = 100 + 169 = 269$$

On constate que :  $IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée

**Conclusion : le triangle ABC n'est pas rectangle.**

**Exercice n°4:** Un tel triangle peut-il être rectangle en A ?



**Avant de travailler dans le triangle ABC, il faut connaître les longueurs AC et AB**

**• Calcul de CA**

Le triangle ACH est rectangle en H. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$AC^2 = (8,5 - 3)^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 6,25 + 16$$

$$AC^2 = 22,25$$

$$AC = \sqrt{22,25}$$

**Conclusion :**  $AC = \sqrt{22,25}$  cm

• Calcul de AB

Le triangle ABH est rectangle en H. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$

$$AB^2 = 16 + 9$$

$$AB^2 = 25$$

$$AB = \sqrt{25}$$

$$AB = 5$$

Conclusion : **AB = 5 cm**

• Nature du triangle ABC

Dans le triangle IJK, on a :  $CB^2 = 8,5^2 = 72,25$

$$AC^2 + AB^2 = \sqrt{22,25}^2 + 5^2 = 22,5 + 25 = 47,5$$

On constate que :  $CB^2 \neq AC^2 + AB^2$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée

**Conclusion** : **le triangle ABC n'est pas rectangle.**

Exercice n°5:

Pour vérifier que 2 montants d'une porte sont bien Perpendiculaires, un menuisier mesure 60 cm sur Un montant et 80 cm sur l'autre. Il mesure la Distance entre les 2 traits obtenus et trouve 1 m. Il est satisfait de son travail.

A-t-il raison ?

$$CB = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

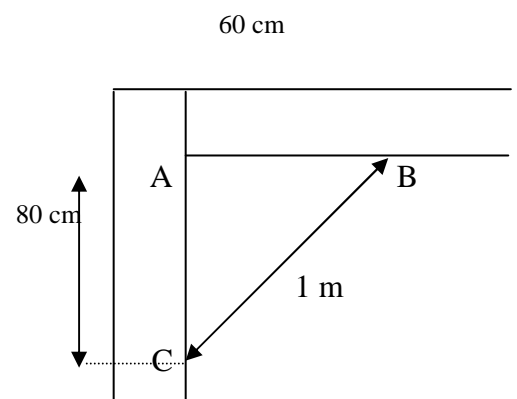
Dans le triangle ABC, on a :  $CB^2 = 100^2 = 10\,000$

$$\text{et } AC^2 + AB^2 = 80^2 + 60^2 = 6\,400 + 3\,600 = 10\,000$$

On constate que :  $CB^2 = AC^2 + AB^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

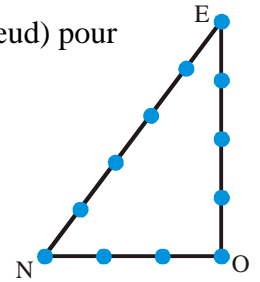
Conclusion : **Le menuisier peut-être satisfait.**



### Exercice n°6 :

En Mésopotamie, pendant l'antiquité on utilisait des cordes à nœuds (avec 1 m entre chaque nœud) pour obtenir des angles droits dans les constructions d'autels religieux.

Explique pourquoi cette corde à nœuds bien tendue donne un angle droit.

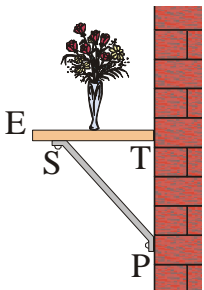


Dans le triangle ONE, on a :  $NE^2 = 5^2 = 25$   
et  $NO^2 + OE^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

On constate que :  $NE^2 = NO^2 + OE^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle NOE est rectangle en O.

**Conclusion :** le triangle NOE est rectangle en O.



### Exercice n°7 :

On a fixé au mur une étagère [ET] en la soutenant par un support [SP].

$ST = 17,6 \text{ cm}$                        $TP = 33 \text{ cm}$                        $SP = 37,4 \text{ cm}$ .

On suppose que le mur est vertical.

L'étagère est-elle horizontale ?

Dans le triangle STP rectangle en T, on a :  $SP^2 = 37,4^2 = 1\,398,76$   
Et  $ST^2 + TP^2 = 17,6^2 + 33^2 = 1\,398,76$

On constate que :  $SP^2 = ST^2 + TP^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle STP est rectangle en T.

**Conclusion :** l'étagère est horizontale.

### Exercice n°8 :

1. ABD est un triangle rectangle en D.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned} AB^2 &= AD^2 + BD^2 \\ 5^2 &= 4^2 + BD^2 \\ 25 &= 16 + BD^2 \\ BD^2 &= 25 - 16 \\ BD^2 &= 9 \\ BD &= \sqrt{9} \\ BD &= 3 \text{ m.} \end{aligned}$$

La hauteur du mur est bien de 3m.

2. CBD est un triangle rectangle en D.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

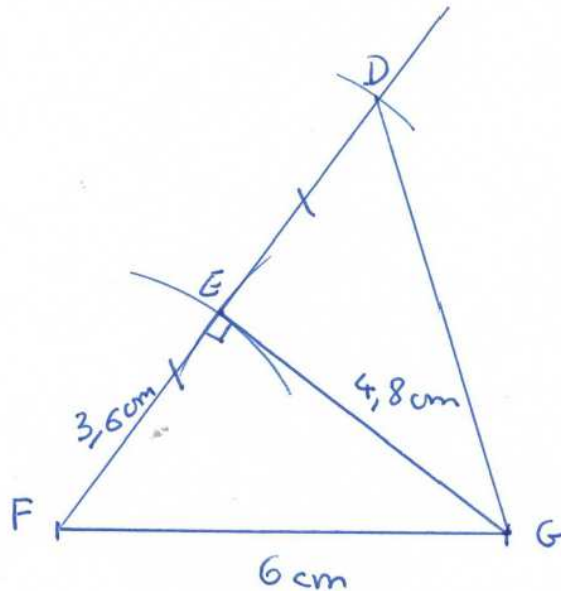
$$\begin{aligned} CB^2 &= CD^2 + BD^2 \\ CB^2 &= 6^2 + 3^2 \\ CB^2 &= 36 + 9 \\ CB^2 &= 45 \\ CB &= \sqrt{45} \\ CB &\approx 6,7 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$AB + BC \approx 5 + 6,7 \approx 11,7$$

La hauteur de l'arbre était d'environ 11,7 m.

### Exercice n°9 :

1. Construis un triangle EFG tel que :  $EF = 3,6 \text{ cm}$ ,  $EG = 4,8 \text{ cm}$  et  $FG = 6 \text{ cm}$  ?
2. Démontre que le triangle EFG est un triangle rectangle.
3. Construis le point D, symétrique du point F par rapport à E.
4. Calcule l'aire du triangle FGD.



2. Dans le triangle EFG, on a :  $FG^2 = 6^2 = 36$

$$EF^2 + EG^2 = 3,6^2 + 4,8^2 = 12,96 + 23,04 = 36$$

On constate que :  $FG^2 = EF^2 + EG^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en E.

**Conclusion : le triangle EFG est rectangle en E.**

4. Aire (FGD) =  $\frac{FD \times EG}{2} = \frac{(2 \times 3,6) \times 4,8}{2} = 17,28$

**Conclusion : L'aire du triangle FGD est égale à 17,28 cm<sup>2</sup>**