

Thème N°8 : CALCUL LITTERAL

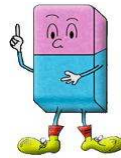
Développer et réduire une expression

La double distributivité

Utiliser des identités remarquables pour développer

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Réduire une expression littérale avec parenthèses
- ☞ Développer une expression littérale
- ☞ Développer en utilisant la double distributivité
- ☞ Utiliser des identités remarquables pour développer



A - REDUIRE UNE EXPRESSION LITTERALE

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y) \quad ; \quad k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

Exemples :

$$A = 2x + 3x$$

$$B = x + 4 - 5x + 7$$

$$A = 2 \times x + 3 \times x$$

$$B = x - \dots + \dots + \dots \quad \text{On regroupe les termes en } x$$

$$A = x \times (\dots + \dots)$$

$$B = x \times 1 - \dots + \dots + \dots \quad \text{(on compte les } x)$$

$$A = \dots$$

$$B = x (\dots) + \dots + \dots \quad \text{On factorise par } x$$

$$B = \dots + \dots$$

$$C = x - 3 + 3x^2 - 5x - 4x^2$$

$$C = 3x^2 - \dots + x - \dots - \dots$$

On regroupe les x^2 puis les x

$$C = x^2 (\dots) + x (\dots) - 3$$

On factorise par x^2 puis par x (on compte les x^2 et les x)

$$C = \dots$$

B - DEVELOPPER UNE EXPRESSION LITTERALE

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times (x + y) = \quad +$$

$$k \times (x - y) = \quad -$$

Exemples :

$$A = 5(2 + x)$$

$$B = -3(2x - 7)$$

$$A = \dots + \dots$$

$$B = \dots - \dots$$

$$A = \dots + \dots$$

$$B = \dots + \dots$$

C - SUPPRESSION DE PARENTHESES

1°) Parentèses précédées du signe +

Pour trois nombres relatifs x, y et z : $x + (y + z) = \dots\dots\dots$; $x + (y - z) = \dots\dots\dots$

On conserve les signes intérieurs aux parenthèses

Exemples :

$$A = 3 + (-2 + x) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$B = 2 + (5 + x) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

2°) Parentèses précédées du signe -

Pour trois nombres relatifs x, y et z : $x - (y + z) = \dots\dots\dots$; $x - (y - z) = \dots\dots\dots$

Soit on change tous les signes intérieurs aux parenthèses

Exemples :

$$C = 4 - (-3 + x)$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$D = 7 - (x - 1)$$

$$D = 7 - (+x - 1)$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$D = \dots\dots\dots$$

Soit on remplace le signe - par - 1 et on utilise la distributivité

Exemples : $E = 4 - (-3 + x)$

$$E = 4 - 1 \times (-3 + x)$$

$$E = \dots\dots\dots$$

$$E = \dots\dots\dots$$

$$F = 7 - (x - 1)$$

$$F = 7 - 1 \times (x - 1)$$

$$F = \dots\dots\dots$$

$$F = \dots\dots\dots$$

D - METHODES

Méthode 1 : Savoir réduire une expression littérale

Réduis l'expression : $A = 5x + (7 - 2x^2) - (6x^2 - 3x)$

On supprime les parenthèses \rightarrow $A = \dots\dots\dots$

On regroupe les termes ayant un facteur commun \rightarrow $A = \dots\dots\dots$

On factorise \rightarrow $A = \dots\dots\dots$

On réduit \rightarrow $A = \dots\dots\dots$

Méthode 2: Savoir développer et réduire une expression littérale

Développe et réduis l'expression : $B = x(7 - 2x) - 3(2x^2 - 3x)$

$$B = x(7 - 2x) - 3(2x^2 - 3x)$$

On applique la propriété de distributivité

→ $B = \dots\dots\dots$

On simplifie l'écriture

→ $B = \dots\dots\dots$

On réduit

→ $B = \dots\dots\dots$

$B = \dots\dots\dots$

Méthode 3 : Savoir la valeur d'une expression littérale

Soit $E = 6(x - 3) - x^2$ Calcule E pour $x = -2$

On remplace x par -2

→ $E = \dots\dots\dots$

On effectue l'enchaînement

→ $E = \dots\dots\dots$

$E = \dots\dots\dots$

$E = \dots\dots\dots$

Brevet des collèges : Amérique du Sud – novembre 2009- Exercice n°4

On donne $A = (x - 5)^2$ et $B = x^2 - 10x + 25$ 1. Calculer A et B pour $x = 5$

.....
.....
.....

2. Calculer A et B pour $x = -1$.

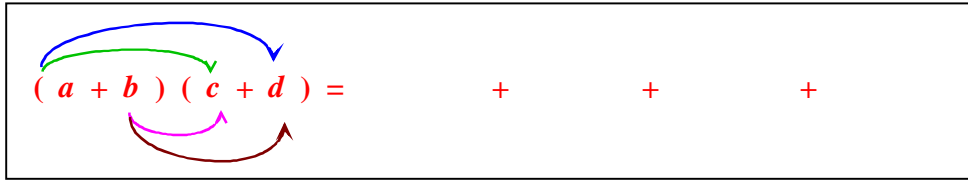
.....
.....
.....

3. On admettra que $(x - 5)^2 = x(x - 5) - 5(x - 5)$ Peut-on affirmer que $A = B$ quelle que soit la valeur de x ? Justifier

.....
.....
.....
.....

E - LA DOUBLE DISTRIBUTIVITE

Pour quatre nombres relatifs a , b , c et d :



Exemple :

$$(x + 5)(x - 2) = \dots\dots\dots$$

Méthode 4 : Développer et réduire une expression.

Développe et réduis l'expression : $C = (2x + 5)(3x - 4)$

$$C = (2x + 5)(3x - 4)$$

On applique la propriété de distributivité → $C = \dots\dots\dots$

On simplifie l'écriture → $C = \dots\dots\dots$

On réduit → $C = \dots\dots\dots$

$$C = \dots\dots\dots$$

Développe et réduis l'expression : $D = 3x^2 - (x - 7)(2x - 3)$

On commence par mettre des crochets → $D = 3x^2 - (x - 7)(2x - 3)$

On applique la propriété de distributivité dans les crochets → $D = \dots\dots\dots$

→ $D = \dots\dots\dots$

On supprime les crochets → $D = \dots\dots\dots$

On réduit → $D = \dots\dots\dots$

$$D = \dots\dots\dots$$

F- IDENTITES REMARQUABLES - Développement

Carré d'une somme :

$$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$$

Exemple : $(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$

Carré d'une différence :

$$(a - b)^2 = \dots\dots\dots$$

Exemple : $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

produit de la somme et de la différence:

$$(a + b)(a - b) = \dots\dots\dots$$

Exemple : $(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$

Méthode 5: Développer une expression avec des identités remarquables

- Développer une expression de la forme $(a + b)^2$.

Exemple : Développer l'expression $A = (2x + 3)^2$

$A = (2x + 3)^2$ ← ① On identifie les nombres a et b : a = et b =

$A = (\dots\dots)^2 + \dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots^2$ ← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$A = \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots$ ← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme $(a - b)^2$.

Exemple : Développer l'expression $B = (3x - 5)^2$

$B = (3x - 5)^2$ ← ① On identifie les nombres a et b : a = et b =

$B = (\dots\dots)^2 - \dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots^2$ ← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$B = \dots\dots - \dots\dots + \dots\dots$ ← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme $(a + b)(a - b)$.

Exemple : Développer l'expression $C = (5x + 6)(5x - 6)$

$C = (5x + 6)(5x - 6)$ ← ① On identifie les nombres a et b : a = et b =

$C = (\dots\dots)^2 - \dots\dots^2$ ← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$C = \dots\dots - \dots\dots$ ← ③ On calcule chacun des termes

Objectif brevet : *Extrait session septembre 2013 – exercice n°7 (Affirmation 3)*

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

Pour n'importe quel nombre entier n , $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de 4.

.....

.....

.....

.....

.....

.....