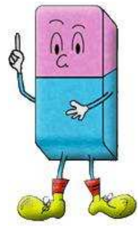
Thème N°6 : ECRITURES FRACTIONNAIRES
La division

<u>A la fin du thème, tu dois savoir</u> :

- Signe d'un quotient
- Quotients égaux et produit en croix
- Diviser une fraction
- Multiplier plusieurs fractions



A - <u>SIGNE D'UN QUOTIENT</u>

La règle des signes pour la division sont les …………. que pour la multiplication

a et b étant deux nombres relatifs, $b \neq 0$, on a :

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{\text{.........}} = \text{......}\frac{a}{b} \quad ; \quad \frac{-a}{-b} = \frac{\text{......}}{\text{......}}$$

<u>Exemples :</u> $\frac{-3}{5} = \frac{\text{.........}}{-\text{........}} = -\frac{\text{..........}}{\text{.........}}$; $\frac{-9}{-7} = \frac{\text{.........}}{\text{.........}}$

B - <u>QUOTIENTS EGAUX</u>

Si a , b et k sont non nuls : $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{\text{........}}{\text{.........}}$

<u>Méthode 1 :</u> Simplifier une écriture fractionnaire.

Exemple : $\frac{15}{12} = \frac{\text{.........}\times\text{.........}}{\text{.........}\times\text{.........}} = \frac{\text{.........}}{\text{.........}}$ *autre rédaction :* $\frac{15}{12} = \frac{\text{.........}}{\text{.........}}$

On Commence par utiliser les critères de divisibilités ci-dessous :

<u>Critères de divisibilité</u> : comment reconnaître si un nombre entier est divisible par un autre ?

- Examine le dernier chiffre du nombre :
  Si c'est un nombre pair (0 , 2 , 4 , 6 , 8), le nombre est divisible par 2.
  Si c'est 0 ou 5, le nombre est divisible par 5.
  Si c'est 0, le nombre est divisible par 10.
- Additionne tous les chiffres qui ont permis d'écrire le nombre :
  Si la somme trouvée est divisible par 3, le nombre en question est aussi divisible par 3.
  Si la somme trouvée est divisible par 9, le nombre en question est aussi divisible par 9.

Méthode 2 : Ecrire deux quotients avec le même dénominateur.

On veut écrire les deux quotients avec le même dénominateur. Exemple : $\frac{1}{3}$ *et* $\frac{2}{5}$

On cherche un multiple commun à 3 et à 5 : ici ………..

$$\frac{1}{3}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \quad et \quad \frac{2}{5}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

C – PROPRIETE DU « PRODUIT EN CROIX »

Quels que soient les nombres a, b, c et d ($b\neq 0$ et $d\neq 0$) , si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ alors ……………………..

Quels que soient les nombres a, b, c et d ($b\neq 0$ et $d\neq 0$) , si …………………….. alors $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

Méthode 3 : Vérifier l'égalité de deux écritures fractionnaires. $\frac{56}{14}$ et $\frac{72}{18}$ sont-elles égales ?

On a …… × ………. = ………… et ………. × ……… = …………

Donc $\frac{56}{14}$ ..... $\frac{72}{18}$

Méthode 4 : Trouver un nombre inconnu. Résolution de l'équation $\frac{7{,}1}{x}=\frac{5}{8}$

① On applique la règle du produit « en croix » ………..× ………. = ……….. × ……….

② On résous l'équation ………… = …………

………….. = …………

………….. = …………

③ On conclut La solution de l'équation est …………..

D – INVERSE

On dit que deux nombres non nuls sont inverses si leur produit est égal à 1.

* Si $a\neq 0$, a et $\frac{1}{a}$ sont inverses car $a\times\frac{1}{a}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots$.

* Si $a\neq 0$ et $b\neq 0$ $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{b}{a}$ sont inverses car $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots$

Méthode 5 : Prouver que deux nombres sont inverses l'un par rapport à l'autre

Exemples : 5 *et* $\frac{1}{5}$ sont inverses car $5\times\frac{1}{5}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots$.

$\frac{2}{3}$ *et* $\frac{3}{2}$ sont inverses car $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots$

E - QUOTIENT

Pour diviser une fraction par une autre fraction, on multiplie la première fraction

par <u>l'inverse</u> de la deuxième fraction.

Pour b, c et d non nuls : $\dfrac{a}{b} \div \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{\text{.........}}{\text{..........}}$ ou $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{\text{.........}}{\text{..........}}$

<u>Méthode 6 :</u> Diviser deux nombres en écritures fractionnaires

$$\frac{4}{7} \div \frac{5}{8} = \frac{\text{..........}}{\text{..........}} \times \frac{\text{..........}}{\text{..........}} = \frac{\text{..................}}{\text{....................}} = \frac{\text{...........}}{\text{..........}}$$

$$\frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{27}} = \frac{\text{..........}}{\text{..........}} \div \frac{\text{..........}}{\text{..........}} = \frac{\text{..........}}{\text{..........}} \times \frac{\text{..........}}{\text{..........}} = \frac{\text{..........} \times \text{..........} \times \text{.........}}{\text{..........} \times \text{..........}} = \text{..........}$$

F - LA MULTIPLICATION DE PLUSIEURS FRACTIONS

<u>Méthode 7 :</u> Savoir simplifier avant de faire des calculs dans un produit

Exemple : Simplifier $\dfrac{14}{5} \times \dfrac{6}{7} \times \dfrac{3}{9}$

① On observe les nombres aux numérateurs et aux dénominateurs et on essaye de voir si on peut simplifier avant de faire les calculs.

② On constate que 14 est un multiple de 7 et que 9 et 6 sont des multiples de 3.

③ On simplifie au numérateur et au dénominateur :

$$\frac{14}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{3}{9} = \frac{\text{........} \times \text{........} \times \text{........} \times \text{........} \times \text{.........}}{5 \times \text{........} \times \text{........} \times \text{...........}} = \frac{\text{........} \times \text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$$

Autres exemples:

$$\frac{2}{7} \times \frac{21}{4} = \frac{\text{....................}}{\text{....................}} = \frac{\text{..........}}{\text{..........}} = \frac{\text{....................}}{\text{....................}} = \frac{6}{4} = \frac{\text{.....................}}{\text{....................}} = \frac{\text{..........}}{\text{..........}}$$

ou $\dfrac{2}{7} \times \dfrac{21}{4} = \dfrac{\text{.....................}}{\text{.....................}} = \dfrac{\text{..........} \times \text{..........} \times \text{..........}}{\text{..........} \times \text{..........} \times \text{..........}} = \dfrac{\text{...........}}{\text{..........}}$

$$4 \times \frac{3}{5} = \frac{\text{....................}}{\text{..........}} = \frac{\text{..........}}{\text{..........}}$$

G - LES PRIORITES

Les règles de priorités s'appliquent aux calculs comportant des fractions.

Méthode 8 : Calculer une expression

$A=\frac{4}{5}-\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\times\frac{1}{4}\right)$

$A=\frac{4}{5}-\left(\frac{1}{2}+\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}\right)$ ⇨ Lorsque le calcul comporte des parenthèses, on effectue d'abord les

$A=\frac{4}{5}-\left(\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}+\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}\right)$ calculs entre les parenthèses en veillant aux priorités.

$A=\frac{4}{5}-\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$ ⇨ Lorsque le calcul ne comporte plus de parenthèses, on effectue en

$A=\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}-\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$ priorité division et multiplication puis addition et soustraction.

$A=\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Remarque : On effectue dons d'abord les calculs au numérateur et au dénominateur avant de diviser.

$$B=\frac{3+\frac{4}{5}}{2-\frac{6}{7}}=\left(3+\frac{4}{5}\right)\div\left(2-\frac{6}{7}\right)$$

Méthode 9 : Travailler avec des nombres relatifs dans des calculs fractionnaires

Ecrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible

A = $\frac{-2}{7}\times\frac{-21}{4}=$ ……………………………………………………………………

B = $(-4)\times\frac{3}{(-5)}=$ ……………………………………………………………………

C = $\frac{-14}{9}\times\frac{6}{-5}\times\frac{-3}{7}=$ ……………………………………………………………………

D = $\frac{-9}{7}+\frac{4}{7}=$ ……………………………………………………………………

E = $\frac{1}{3}-2=$ ……………………………………………………………………

F = $4\div\frac{-14}{5}=$ ……………………………………………………………………

G = $\frac{-5}{-3}\div\frac{-6}{5}=$ ……………………………………………………………………

$H = \frac{2}{3} - 3 \times \frac{5}{7}$

$I = \frac{3 + \frac{-2}{5}}{-5 + \frac{-2}{5}}$

Brevet des collèges :

1. Calculer $A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7}$ et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

....

....

....

....

....

....

2. Calculer $B = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5} \right)$ et écrire le résultat sous la forme d'un entier

....

....

....

....

....

....

Brevet des collèges : *Extrait Grenoble, juin 1996*

Quatre enfants se partagent une tablette de chocolat.
Le premier prend le tiers de la tablette et le second le quart.
Le troisième prend les $\frac{2}{5}$ de ce qui reste après que le premier et le deuxième se soient servis.

1) Lequel de ces calculs permet de trouver la part de chacun ?

$A = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$ $B = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$ $C = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{2}{5}$ $D = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$

....

2) Effectue le calcul choisi.

....

....

....

....

....

....

....

....