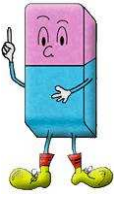


Thème N°4 : TRIANGLE RECTANGLE (1)

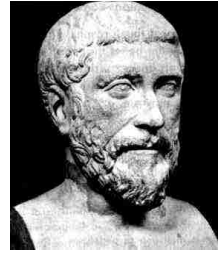
RACINE CARREE D'UN NOMBRE POSITIF

LE THEOREME DE PYTHAGORE

A la fin du thème, tu dois savoir :



- ☞ Définition de la racine carrée d'un nombre positif
- ☞ Les carrés parfaits
- ☞ Calculer avec des racines carrées (utiliser les carrés parfaits) + réduction
- ☞ Propriété de Pythagore
- ☞ Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de l'hypoténuse.



☞ Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit.

A - DEFINITION DE LA RACINE CARREE

Définition : Soit a un nombre positif, la racine carrée de a est le nombre **positif** dont le carré est a .

La racine carrée de a se note \sqrt{a} .

Le symbole « $\sqrt{\quad}$ » s'appelle le radical.

Exemples :

- La racine carrée de 49 est 7, car $7^2 = 49$ et 7 est positif. On note $\sqrt{49} = 7$.
- La racine carrée de 1 est 1, car $1^2 = 1$ et 1 est positif. On note $\sqrt{1} = 1$.
- La racine carrée de 17,64 est 4,2, car $4,2^2 = 17,64$ et 4,2 est positif. On note $\sqrt{17,64} = 4,2$.

Attention : la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas, car le carré d'un nombre est **toujours positif !**

Quel que soit le nombre a positif : $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$

- Par exemple : $\rightarrow (\sqrt{7})^2 = \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$
 $\rightarrow 5 \times 5 = 5^2 = 25$, donc $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier, sa racine carrée est un nombre entier

- 16 est un carré parfait car $\sqrt{16} = 4$ et 4 est un entier
- 625 est un carré parfait car $\sqrt{625} = 25$ et 25 est un entier

Méthode 1 : Comment réduire une somme de racines carrées

Exemple : $A = 5\sqrt{7} + 8\sqrt{7} - 15\sqrt{7}$ ← On remarque que $\sqrt{7}$ est un facteur commun au trois termes.

$A = (5 + 8 - 15)\sqrt{7}$ ← On factorise par $\sqrt{7}$.

$A = -2\sqrt{7}$

B - (Pour aller plus loin) : PRODUIT DE DEUX RACINES CARREES

Si a et b sont deux nombres positifs, alors on a : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

Exemples : $\sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{7 \times 3} = \sqrt{21}$ $\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{18 \times 2} = \sqrt{36} = 6$

ATTENTION : $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

Méthode 2 : Comment calculer une somme de nombres écrits avec des radicaux.

Calculer l'expression $A = \sqrt{45} + 3\sqrt{20} - 11\sqrt{5}$ **en donnant le résultat sous la forme** $a\sqrt{b}$, où a est un entier relatif et b un entier positif le plus petit possible.

On remarque que : $45 = 9 \times 5$ et $20 = 4 \times 5$

On écrit donc $\sqrt{45}$ et $\sqrt{20}$ en fonction de $\sqrt{5}$

$$A = \sqrt{9 \times 5} + 3\sqrt{4 \times 5} - 11\sqrt{5}$$

$$A = \sqrt{9} \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} - 11 \times \sqrt{5}$$

$$A = 3 \times \sqrt{5} + 3 \times 2 \times \sqrt{5} - 11 \times \sqrt{5}$$

$$A = 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 11\sqrt{5}$$

On factorise par $\sqrt{5}$

$$A = (3 + 6 - 11) \times \sqrt{5}$$

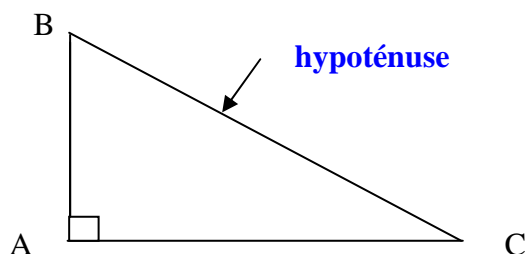
On écrit le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$

$$A = -2\sqrt{5} \quad (a = -2 \text{ et } b = 5)$$

C - LE THEOREME DE PYTHAGORE POUR CALCULER UNE LONGUEUR

ENONCE :

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Si l'on sait que ABC est un triangle rectangle en A, alors on peut écrire : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Ceci permet de calculer un côté lorsque les deux autres sont connus.

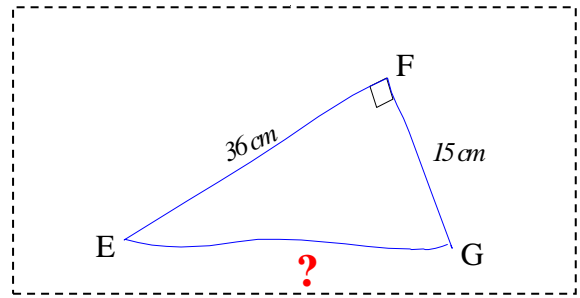
Remarque : L'hypoténuse est le plus long côté d'un triangle rectangle.

Méthode 3 : Savoir calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

Exemple : Soit EFG un triangle rectangle en F tel que $EF = 36$ cm et $FG = 15$ cm.

Calcule EG

Commence par faire un croquis



Le triangle EFG est rectangle en F. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

$$EG^2 = 36^2 + 15^2$$

$$EG^2 = 1\,296 + 225$$

$$EG^2 = 1\,521$$

$$EG = \sqrt{1521}$$

$$EG = 39 \quad \text{Conclusion :}$$

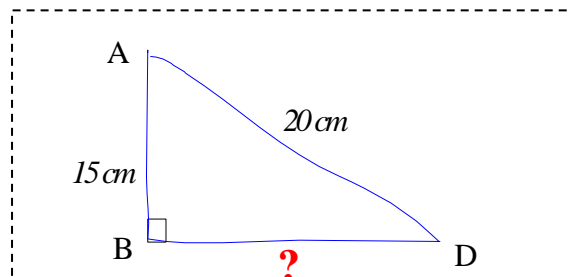
$$EG = 39 \text{ cm}$$

Méthode 4 : Savoir calculer la longueur de l'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle

Exemple : Soit ABD un triangle rectangle en B. On sait que $AD = 20$ cm et $AB = 15$ cm.

Calcule BD (donne la valeur exacte, puis une valeur arrondie au millimètre près).

Commence par faire un croquis.



Le triangle ABD est rectangle en B. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$AD^2 = BD^2 + BA^2$$

$$20^2 = BD^2 + 15^2$$

$$400 = BD^2 + 225$$

$$BD^2 = 400 - 225$$

$$BD^2 = 175$$

$$BD = \sqrt{175}$$

$$BD \approx 13,228$$

Conclusion :

La valeur exacte de BD est $\sqrt{175}$ cm

La valeur arrondie au mm près est 13,2 cm