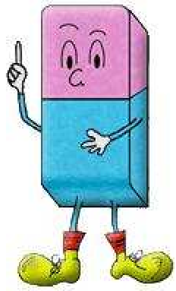
Thème N°3 : NOTION DE DEMONSTRATION

A la fin du thème, tu dois savoir :

① Connaître les règles du débat mathématiques.
② Savoir énoncer la réciproque d'une propriété de la forme : Si … alors ….
③ Savoir chercher et rédiger des chaînons déductifs.
④ Savoir effectuer des démonstrations simples.



A - NOTION DE DEMONSTRATION

Règles du débat mathématique

Règle ① : Un énoncé mathématique est soit *vrai* soit *faux.*
Règle ② : Des *exemples* qui vérifient un énoncé *ne suffisent pas* pour montrer qu'un énoncé est vrai .
Règle ③ : Pour qu'un énoncé soit vrai il faut qu'il soit *démontré* en utilisant des propriétés,
ou vérifié pour *tous les cas possibles*.
Règle ④ : Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver qu'un énoncé est *faux*,
on dit que l'on a trouvé un *contre-exemple*.
Règle ⑤ : Une *constatation* ou *des mesures sur une figure* ne suffisent par pour prouver
qu'un énoncé de géométrie est vrai.

Démonstration

Une démonstration en géométrie est une succession de chaînons déductifs.
Un chaînon déductif peut se présenter sous la forme :

On sait que ………………….. (……………………………..……………….)
Si ……….. **alors** ………… (……………………….)
Donc ……………. (…………………………………………..)

Enoncé et réciproque

✧ En mathématique, on utilise très souvent des énoncés de la forme : « **Si** … **alors** … »

Exemple : **Si** ……………………………………………… **alors** …………………………………….

Condition **conclusion**

✧ On trouve **la réciproque** d'un énoncé en inversant la condition et la conclusion de cet énoncé.

Attention : La réciproque d'un énoncé vrai n'est pas toujours vraie.

Exemple : ……………………………………………………………………………………...(énoncé faux).

Contre-exemple

Pour qu'un énoncé de la forme : « si … alors … », un contre-exemple est un cas qui vérifie la condition et qui ne vérifie pas la conclusion .

Exemple : « **Si** ……………………………………………… **alors** ………………………………… ».

10 est un contre exemple : - il vérifie la condition : ……………………………;
- mais il ne vérifie pas la conclusion : ……………………………

L'énoncé est donc faux.

Méthode 1 : Savoir chercher un contre exemple.

Enoncé : « quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3 alors il se termine par 3 ».
Parmi les nombres 63 ; 27 ; 13 ; 93 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.

Solution :

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

B. PROPRIETES DE GEOMETRIE (à savoir)

DROITES : **D1**
- **Si** deux droites sont parallèles à une même troisième
  alors ………………………………………………………………………………

D2
- **Si** deux droites sont perpendiculaires à une même troisième
  alors ………………………………………………………………………………

D3
- **Si** deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'autre
  alors ………………………………………………………………………………

CERCLE : **Ce1**
- **Si** un point est sur un cercle de centre O et de rayon *r*
  alors ………………………………………………………………………………

MEDIATRICE : **M1**
- **Si** une droites est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB]
  alors ………………………………………………………………………………

M2
- **Si** ………………………………………………………………………………
  alors elle est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB].

TRIANGLE : **T1**
- **Si** un triangle a deux côtés de même longueur
  alors ………………………………………………………………………………

T2
- **Si** ………………………………………………………………………………
  alors il a deux côtés de même longueur.

T3
- **Si** un triangle a trois côtés de même longueur
  alors ………………………………………………………………………………

T4
- **Si** ………………………………………………………………………………
  alors il a trois côtés de même longueur.

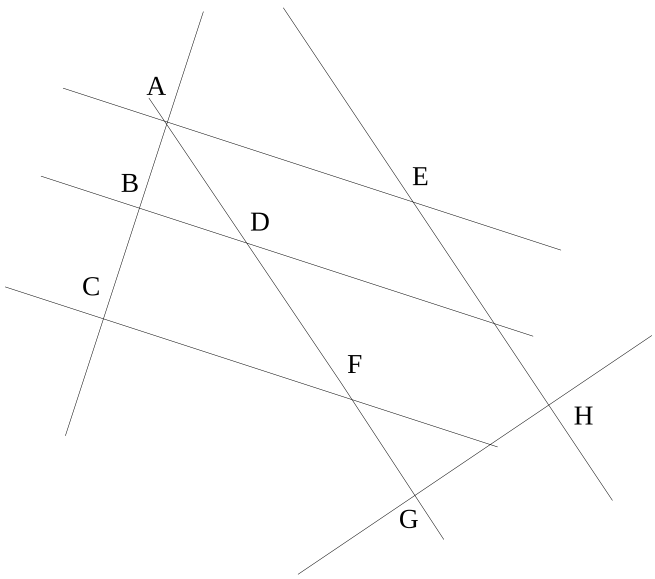
T5	• **Si** ………………………………………………………………………… **alors** il a un angle droit.
T6	• **Si** un triangle a un angle droit **alors** …………………………………………………………………

LOSANGE :	**L1**	• **Si** un quadrilatère a quatre côtés de même longueur **alors** ………………………………………………………………………………
	L2	• **Si** un quadrilatère est un losange **alors** …………………………………………………………………………………

RECTANGLE :	**R1**	• **Si** un quadrilatère a quatre …………………………………. **alors** …………………………………………………………………………….
	R2	• **Si** un quadrilatère est un rectangle **alors** ………………………………………………………………………………

Carré :	**C1**	• **Si** un quadrilatère a quatre côtés de même ……………….. et un angle ………… **alors** ……………………………………………………………………….
	C2	• **Si** ……………………………………………………….. **alors** il a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

<u>Méthode 2</u> : Savoir compléter une démonstration.



<u>Données :</u>

- (AG) // (EH) - (GH) ⊥ (AG) - (BD) ⊥ (AC) - (CF) ⊥ (AC) - (AE) // (BD)

1. Code la figure.

2. Démontre que (GH) et (EH) sont perpendiculaires :

On sait que : …………………………………………..

d'après la propriété $\boxed{\ldots}$, on a : ……………………………

3. Démontre que (BD) et (CF) sont parallèles :

On sait que : ………………………………………..

d'après la propriété $\boxed{\dots}$, on a : ……………………………

4. Démontre que (AE) et (CF) sont parallèles :

On sait que : ………………………………………..

d'après la propriété $\boxed{\dots}$, on a : ……………………………