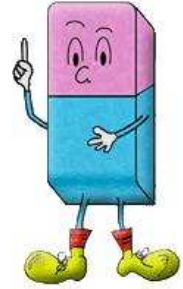


Thème N°3 : NOTION DE DEMONSTRATION

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ① Connaître les règles du débat mathématiques.
- ② Savoir énoncer la réciproque d'une propriété de la forme : Si ... alors
- ③ Savoir chercher et rédiger des chaînons déductifs.
- ④ Savoir effectuer des démonstrations simples.



A - NOTION DE DEMONSTRATION

Règles du débat mathématique

Règle ① : Un énoncé mathématique est soit *vrai* soit *faux*.

Règle ② : Des *exemples* qui vérifient un énoncé *ne suffisent pas* pour montrer qu'un énoncé est vrai.

Règle ③ : Pour qu'un énoncé soit vrai il faut qu'il soit *démontré* en utilisant des propriétés, ou vérifié pour *tous les cas possibles*.

Règle ④ : Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver qu'un énoncé est *faux*, on dit que l'on a trouvé un *contre-exemple*.

Règle ⑤ : Une *constatation* ou des *mesures sur une figure* ne suffisent pas pour prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai.

Démonstration

Une démonstration en géométrie est une succession de chaînons déductifs.

Un chaînon déductif peut se présenter sous la forme :

On sait que (Donnée ou conclusion précédente)

Si **alors** (Propriété)

Donc (Conclusion du chaînon)

Énoncé et réciproque

✧ En mathématique, on utilise très souvent des énoncés de la forme : « **Si ... alors ...** »

Exemple : Si **deux droites sont perpendiculaires** alors **elles sont sécantes**

Condition

conclusion

✧ On trouve la réciproque d'un énoncé en inversant la condition et la conclusion de cet énoncé.

Attention : La réciproque d'un énoncé vrai n'est pas toujours vraie.

Exemple : Si **deux droites sont sécantes** alors **elles sont perpendiculaires**. (énoncé faux).

Contre-exemple

Pour qu'un énoncé de la forme : « si ... alors ... », un contre-exemple est un cas qui vérifie la condition et qui ne vérifie pas la conclusion .

Exemple : « **Si** un nombre est divisible par 5 **alors** il se termine par 5 ».

- 10 est un contre exemple : - il vérifie la condition : 10 est divisible par 5 ;
- mais il ne vérifie pas la conclusion : 10 ne se termine par 5.

L'énoncé est donc faux.

Méthode 1 : Savoir chercher un contre exemple.

Énoncé : « quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3 alors il se termine par 3 ».
Parmi les nombres 63 ; 27 ; 13 ; 93 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.

Solution :

27 est un contre-exemple.

- il vérifie la condition « est divisible par 3 »
- il ne vérifie pas la conclusion : « se termine par 3 »

B - PROPRIETES DE GEOMETRIE (à savoir)

- DROITES : D1** • Si deux droites sont parallèles à une même troisième
alors elles sont parallèles entre elles.
- D2** • Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième
alors elles sont parallèles entre elles.
- D3** • Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une
alors elle est perpendiculaire à l'autre.

- CERCLE : Ce1** • Si un point M est sur un cercle de centre O et de rayon r
alors $OM = r$.

- MEDIATRICE : M1** • Si une droite est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB]
alors c'est la médiatrice du segment.
- M2** • Si une droite est la médiatrice d'un segment [AB]
alors elle est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB].

- TRIANGLE : T1** • Si un triangle a deux côtés de même longueur
alors c'est un triangle isocèle.
- T2** • Si un triangle est isocèle
alors il a deux côtés de même longueur.
- T3** • Si un triangle a trois côtés de même longueur
alors c'est un triangle équilatéral.
- T4** • Si un triangle est équilatéral
alors il a trois côtés de même longueur.

T5 • Si un triangle est rectangle
alors il a un angle droit.

T6 • Si un triangle a un angle droit
alors il est rectangle.

LOSANGE : **L1** • Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur
alors c'est un losange.

L2 • Si un quadrilatère est un losange
alors il a quatre côtés de même longueur.

RECTANGLE : **R1** • Si un quadrilatère a quatre angles droits
alors c'est un rectangle.

R2 • Si un quadrilatère est un rectangle
alors il a quatre angles droits.

Carré : **C1** • Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur et quatre angles droits
alors c'est un carré.

C2 • Si un quadrilatère est un carré.
alors il a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

Méthode 2 : Savoir compléter une démonstration.

Données :

- $(AG) \parallel (EH)$ - $(GH) \perp (AG)$ - $(BD) \perp (AC)$ -
- $(CF) \perp (AC)$ - $(AE) \parallel (BD)$

1. Code la figure.

2. Démontre que (GH) et (EH) sont
perpendiculaires :

On sait que : $(AG) \parallel (EH)$ et $(AG) \perp (GH)$

d'après la propriété **D3** ,

on a : $(GH) \perp (EH)$

3. Démontre que (BD) et (CF) sont parallèles :

On sait que : $(BD) \perp (AC)$ et $(CF) \perp (AC)$

d'après la propriété **D2** ,

on a : $(BD) \parallel (CF)$

4. Démontre que (AE) et (CF) sont
parallèles :

On sait que : $(AE) \parallel (BD)$ et $(BD) \parallel (CF)$ (d'après la question 3.)

d'après la propriété **D1** , on a : $(AE) \parallel (CF)$

