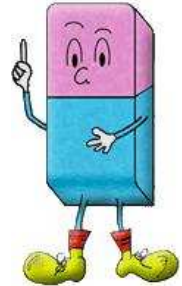


# Thème N°18 : THEOREME DE THALES

*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Calculer une longueur avec le théorème de Thalès
- ☞ Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver ou réfuter une conjecture



## A - RAPPELS SUR LA NOTION DE DEMONSTRATION

Une démonstration en géométrie est une succession de chaînons déductifs.

Un chaînon déductif peut se présenter sous la forme :

<b>On sait que</b> .....	( Donnée ou conclusion précédente )
<b>Si</b> ..... <b>alors</b> .....	( Propriété )
<b>Donc</b> .....	( Conclusion du chaînon )

### Énoncé et réciproque

✧ En mathématiques, on utilise très souvent des énoncés de la forme : « **Si ... alors ...** »

Exemple : **Si** deux droites sont perpendiculaires **alors** elles sont sécantes,

condition

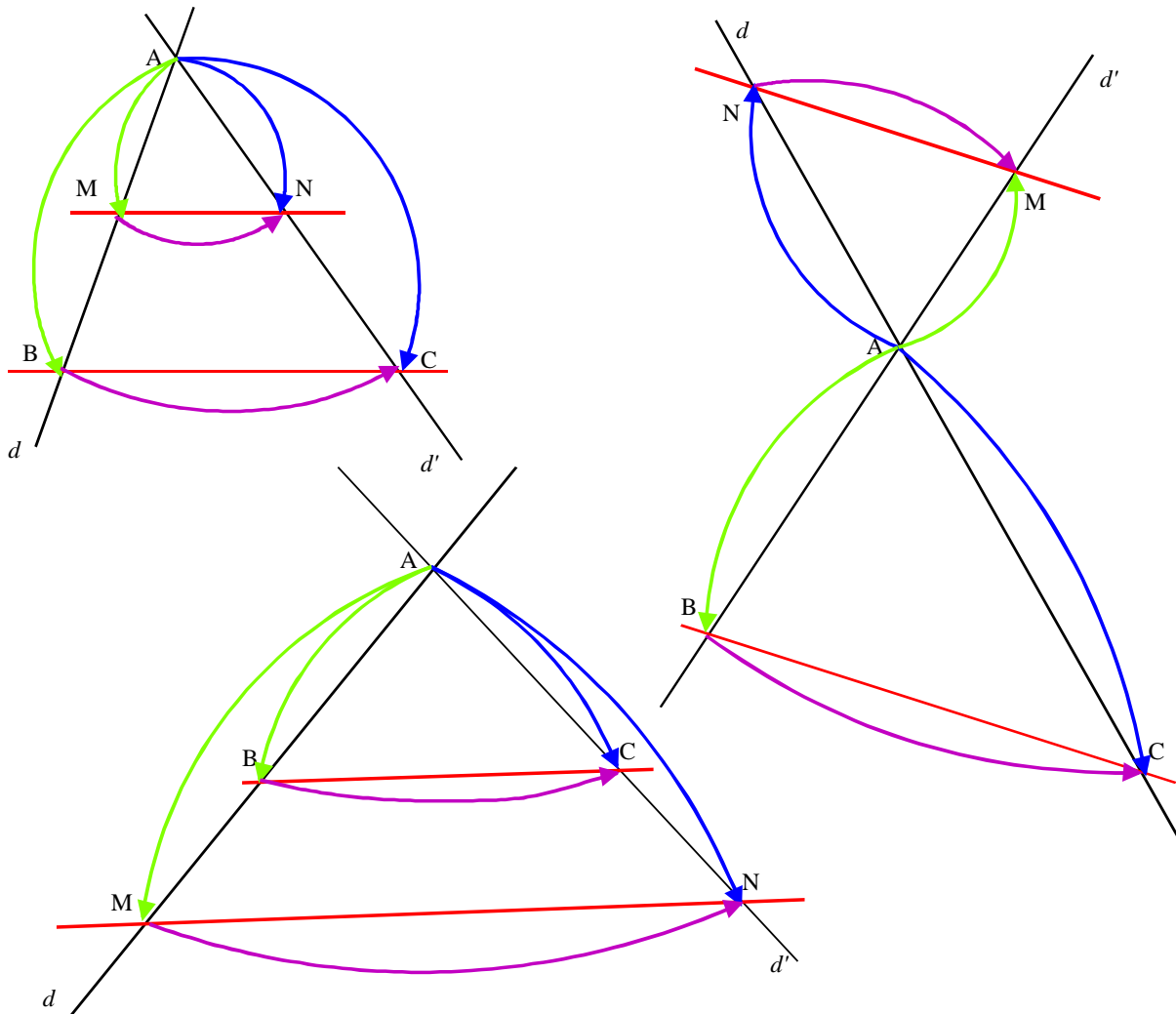
conclusion

✧ On trouve la réciproque d'un énoncé en inversant la condition et la conclusion de cet énoncé.

Attention : La réciproque d'un énoncé vrai n'est pas toujours vraie.

Exemple : **Si** deux droites sont sécantes **alors** elles sont perpendiculaires

## B - THEOREME DE THALES



**Soit :**

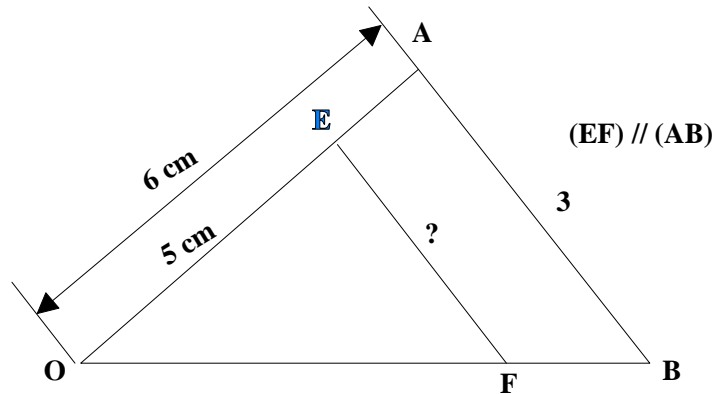
- Deux droites  $d$  et  $d'$  sécantes en  $A$  ;
- Deux points  $B$  et  $M$  de  $d$  distincts de  $A$  ;
- Deux points  $C$  et  $N$  de  $d'$  distincts de  $A$  ;
- $(BC)$  parallèle à  $(MN)$

**Alors, d'après le théorème de THALES, on a :**

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

## Méthode : Comment calculer la longueur d'un segment

**Exemple 1** : On veut calculer EF.



Les droites (EA) et (FB) sont sécantes en O et les droites (EF) et (AB) sont **parallèles**

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{OE}{OA} = \frac{OF}{OB} = \frac{EF}{AB}$

$$\frac{5}{6} = \frac{EF}{3}$$

$$EF \times 6 = 5 \times 3$$

$$EF = \frac{15}{6} = 2,5$$

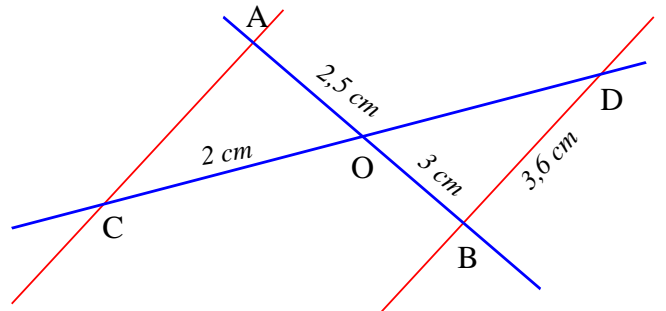
**Conclusion** : EF = 2,5 cm

## **Exemple 2** :

**Enoncé** : Sur la figure ci-contre, les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

On donne : OA = 2,5 cm ; OB = 3 cm ; OC = 2 cm et BD = 3,6 cm.

Calcule OD et AC



**Solution** :

Les droites (AB) et (DC) sont sécantes en O et les droites (AC) et (DB) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :  $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{DB}$

$$\text{Soit : } \frac{2,5}{3} = \frac{2}{OD} = \frac{AC}{3,6}$$

• **Calcul de OD** :

$$\text{On a } \frac{2,5}{3} = \frac{2}{OD}$$

$$\text{soit } OD = \frac{2 \times 3}{2,5} = 2,4.$$

**Conclusion** : OD = 2,4 cm

• **Calcul de AC** :

$$\text{On a } \frac{2,5}{3} = \frac{AC}{3,6}$$

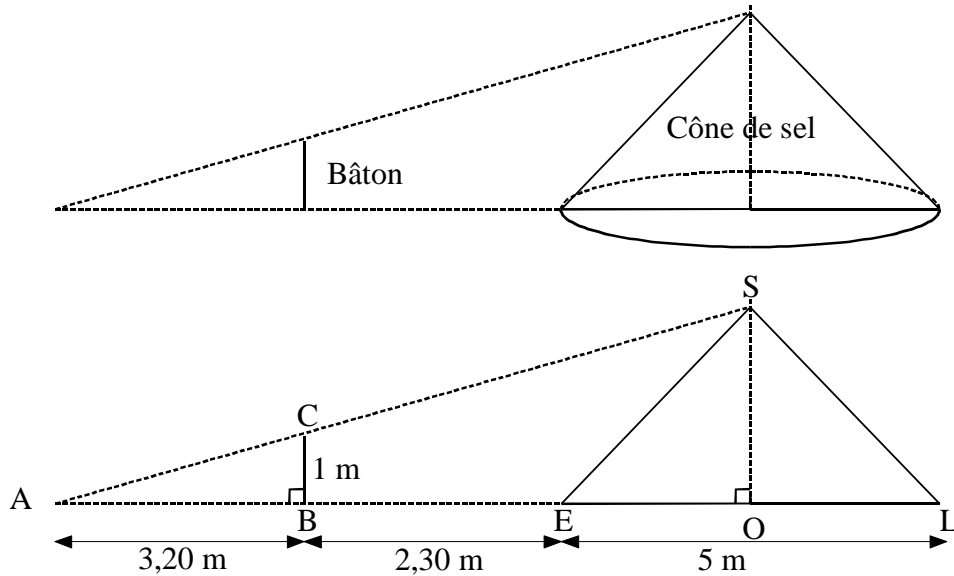
$$\text{soit } AC = \frac{2,5 \times 3,6}{3} = 3.$$

**Conclusion** : AC = 3 cm

Brevet des collèges : Extrait session 2013 – exercice n°6 – question 1a)

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane comme l'illustre la photo ci-dessous. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1) a) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :



Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 mètres

• Démontrons que les droites (SO) et (CB) sont parallèles

On sait que : (CB) perpendiculaire à (AL)  
(SO) perpendiculaire à (AL)

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Conclusion : (SO) et (CB) sont parallèles

• Calcul de la hauteur du cône

On sait que : (SC) et (OB) sont sécantes en A  
(CB) et (SO) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AC}{AS} = \frac{AB}{AO} = \frac{CB}{SO}$

Calcul de AO :  $AO = AB + BE + EO$

$$AO = 3,2 + 2,3 + \frac{5}{2} = 8 \text{ ( m )}$$

$$\text{Soit : } \frac{3,2}{8} = \frac{1}{SO}, \text{ d'où } SO = \frac{8 \times 1}{3,2} = 2,5$$

Conclusion : La hauteur du cône de sel est égale à 2,50 m