

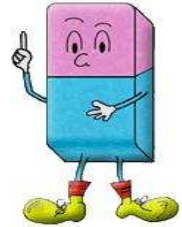
## 4-EME

# Thème N°15 : PUISSANCE D'UN NOMBRE

## Puissance d'un nombre avec exposant entier positif

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Notation puissance avec exposant positif ou négatif
- ☞ Calculs avec les notations puissances avec exposants positifs ou négatifs
- ☞ Calculer une expression avec exposants positifs ou négatifs
- ☞ Ecritures décimales
- ☞ Transformer un nombre en écriture scientifique
- ☞ Préfixes de nano à giga
- ☞ Utiliser les puissances de 10 pour convertir
- ☞ Calculer avec les propriétés



### A - PUISSANCE D'EXPOSANT ENTIER POSITIF

**Définition :**

Si  $n$  est un entier supérieur ou égal à 2, alors :  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

De plus ,  $a^1 = \dots$  et pour  $a \neq 0$  ,  $a^0 = \dots$

**Vocabulaire :**  $a^n$  se lit «  $a$  .....  $n$  » ou «  $a$  .....  $n$  »

Exemples :

$$5^4 = \dots = \dots \quad (-6)^3 = \dots = \dots$$

$$3^9 = \dots \quad (-3)^0 = \dots \quad ; \quad (5,7)^1 = \dots$$

### B - AVEC LA CALCULATRICE

Avec la calculatrice

Avec la Casio 2D, on utilise la touche  $x^\square$  et avec la TI-Collège, la touche  $\wedge$  , ou .....

Exemple : Calcule de  $(-7)^5$

Casio 2D :  $($   $(-)$   $7$   $)$   $x^\square$   $5$   $EXE$   $- 16\,807$

TI-Collège :  $($   $(-)$   $7$   $)$   $\wedge$   $5$   $ENTER$   $- 16\,807$

## C - PRIORITES OPERATOIRES

- Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les ....., puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions.
- Dans une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs .....

**Méthode :** Savoir donner l'écriture décimale d'un nombre

**Exemple 1 :** Donne l'écriture décimale des nombres  $A = 4^2 \times 4^3$  et  $B = \frac{5^3}{5^5}$ .

$$A = 4^2 \times 4^3 = (\dots\dots\dots) \times (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$B = \frac{5^3}{5^5} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{\dots \times \dots} = \frac{1}{\dots} = \dots\dots\dots$$

**Exemple 2 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $C = 6^3 + 126 \times 3^2 - 8$

$$C = 6^3 + 126 \times 3^2 - 8$$

$$C = \dots\dots\dots + 126 \times \dots\dots\dots - 8$$

☞ On effectue d'abord les puissances

$$C = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots - 8$$

☞ On effectue la multiplication

$$C = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots - 8$$

☞ On effectue un calcul de la gauche vers la droite

$$C = \dots\dots\dots$$

**Exemple 3 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$

$$D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$$

$$D = \dots\dots\dots^3 - \dots\dots\dots^2$$

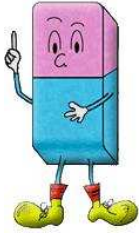
☞ On effectue d'abord dans les parenthèses

$$D = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

☞ On applique la définition des puissances

$$D = \dots\dots\dots$$

☞ On effectue la soustraction



## 4-EME

# Thème N°15 : PUISSANCE D'UN NOMBRE

## Puissance d'un nombre d'exposant entier négatif

### Puissance de 10

#### A - PUISSANCES D'EXPOSANT ENTIER NEGATIF

**Définition :** Si  $a \neq 0$ , alors le nombre  $a^{-n}$  est l'inverse de  $a^n$ . C'est-à-dire :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

**Exemples :**

$$4^{-1} = \frac{1}{4^{\dots}} = \dots ; \quad 5^{-2} = \frac{1}{5^{\dots}} = \frac{1}{\dots} = \dots ; \quad (-2)^{-3} = \frac{1}{\dots^3} = \frac{1}{-\dots} = \dots$$

**Méthode 1 :** Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire

**Exemple 1 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$

$$C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$$

$$C = \dots + 126 \times \frac{\dots}{\dots} - 8 \quad \Rightarrow \text{On effectue d'abord les puissances}$$

$$C = \dots + 126 \times \frac{1}{\dots} - 8 \quad \Rightarrow \text{On effectue la multiplication}$$

$$C = \dots + \dots - 8 \quad \Rightarrow \text{On effectue un calcul de la gauche vers la droite}$$

$$C = \dots$$

#### B - REGLES DE CALCULS

Si  $a \neq 0$  et si  $m$  et  $n$  sont des entiers relatifs, alors :

$$a^m \times a^n = a^{\dots} \quad \text{et} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{\dots} ; \quad (a^n)^p = a^{\dots}$$

Si  $a$  et  $b$  sont des nombres différents de 0 et si  $n$  est un entier relatif, alors :

$$(ab)^n = \dots ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots$$

## Méthode 2: Utiliser les règles de calculs pour calculer

### Exemples :

$$3^4 \times 3^2 = 3^{\dots\dots\dots} = \dots\dots ; \quad 9^5 \times 9^{-3} = 9^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots ; \quad 2^{-6} \times 2^5 = 2^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

$$(-4)^{-2} \times (-4)^5 = (-4)^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots ; \quad \frac{7^5}{7^3} = 7^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots ; \quad \frac{2^{12}}{2^{15}} = 2^{\dots\dots\dots} = 2^{\dots\dots\dots} = \frac{1}{2^{\dots\dots\dots}} = \dots\dots\dots$$

$$(5^2)^3 = 5^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots ; \quad ((-8)^4)^7 = (-8)^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots ; \quad (7^{-5})^2 = 7^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

$$(2 \times 3)^2 = 2^{\dots\dots} \times 3^{\dots\dots} = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots\dots ; \quad (5 \times 10^{-3})^2 = 5^{\dots\dots} \times (10^{\dots\dots})^{\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

$$(5x)^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots\dots ; \quad (2\sqrt{5})^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots \times \dots = \dots\dots ; \quad \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^{\dots\dots}}{5^{\dots\dots}} = \dots\dots\dots$$

## C - PUISSANCES DE DIX

### 1°) Cas ou l'exposant est positif

Pour tout entier positif  $n$ , l'écriture décimale de  $10^n$  est un 1 suivi de  $n$  zéros

Pour tout entier  $n$  supérieur ou égal à 2,  $10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10 = 10^n$   
 $n$  facteurs

Exemples :  $1\ 000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^{\dots\dots}$  ;  $1 = 10^{\dots\dots}$

### 2°) Cas ou l'exposant est négatif

Pour tout entier positif  $n$ ,  $10^{-n} = \frac{1}{10^{\dots\dots\dots}} = \frac{1}{10^{\dots\dots\dots 0}} = 0,000 \dots 01$  ( $n$  zéros précédent le 1, sans oublier la virgule)

Exemple :  $10^{-3} = \frac{1}{10^{\dots\dots\dots}} = \frac{1}{1^{\dots\dots\dots}} = \dots\dots\dots$

## D - ECRITURE SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE DECIMAL

Nombre décimal non nul pouvant s'écrire sous la forme  $a \times 10^n$ , avec  $a$  un nombre décimal non nul ne comportant qu'un seul chiffre non nul avant la virgule et  $n$  un entier relatif.

### Méthode 3: Savoir écrire un nombre en notation scientifique

Exemples : Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

$$A = 0,000\ 256 ; \quad B = 783,9 \times 10^3 ; \quad C = 18 \times 10^{-5} \times 5,6 \times 10^7$$

$$A = 0,000\ 256$$

$$B = 783,9 \times 10^3$$

$$A = \dots\dots\dots \times 10^{\dots\dots\dots}$$

$$B = (\dots\dots\dots \times 10^{\dots\dots\dots}) \times 10^{\dots\dots\dots}$$

$$B = \dots\dots\dots \times (10^{\dots\dots\dots} \times 10^{\dots\dots\dots})$$

$$B = \dots\dots\dots \times 10^{\dots\dots\dots}$$

$$C = 18 \times 10^{-5} \times 5,6 \times 10^7$$

$$C = ( \dots \times \dots ) \times (10^{\dots} \times 10^{\dots})$$

$$C = \dots \times 10^{\dots}$$

$$C = (\dots \times 10^{\dots}) \times 10^{\dots}$$

$$C = \dots \times (10^{\dots} \times 10^{\dots})$$

$$C = \dots \times 10^{\dots}$$

**Méthode 4: Comment organiser un calcul avec des puissances**

Donne les écritures décimale et scientifique du nombre suivant :  $A = \frac{7 \times 10^7 \times 25 \times 10^{-5}}{14 \times 10^8 \times 10^{-2}}$ .

On rassemble les nombres et les puissances de dix       $A = \dots$

On simplifie les nombres et les puissances de dix       $A = \dots$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

L'écriture scientifique est       $A = \dots$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

L'écriture décimale est       $A = \dots$

$$A = \dots$$

**E - LES PREFIXES**

Puissance de dix	Préfixe	Symbole
$10^9$	giga	G
$10^6$	méga	M
$10^3$	kilo	k
$10^2$	hecto	h
$10^1$	déca	da
$10^{-1}$	déci	d
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	milli	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n

Exemples :

7 kilogrammes = ..... kg = .....g = .....g

8 mégaoctets = ..... Mo = .....octets

9 micromètres = .....  $\mu$ m = .....m

12 cL = .....L = .....L

**Méthode 5: Utiliser les puissances de dix pour convertir.**

**Enoncé :** Le rayon d'un atome de plomb est  $1,8 \times 10^{-10}$  m. Le convertir en nanomètre

**Solution :**

On sait que :  $10^{-9}$  m = ..... nm

Donc :  $1 \text{ m} = \frac{1}{10^{-9}} \text{ nm} = \dots\dots\dots \text{ nm}$

En utilisant un tableau de proportionnalité, on a :

Distance (en m )	1	$1,8 \times 10^{-10}$
Distance ( en nm )	$10^9$	$x$

Soit :  $x = \frac{\dots\dots\dots}{1} = \dots\dots\dots = 0,18$

Conclusion : .....

**Objectif brevet : Amérique du Nord – Juin 2010 (Extrait)**

Donner l'écriture scientifique du nombre  $\frac{6 \times 10^{12} \times 35 \times 10^{-4}}{14 \times 10^3}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....