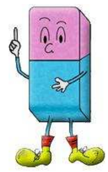
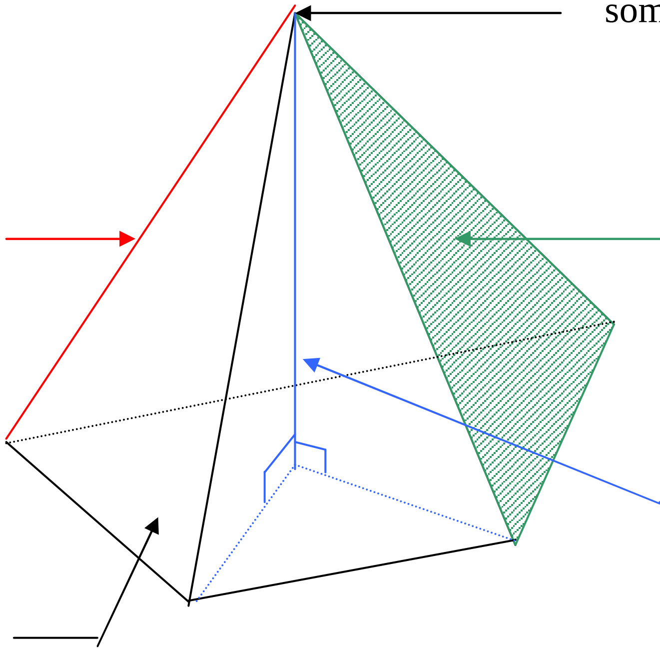
Thème N°14 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE (2)
Cône de révolution – Pyramides - Volumes

A la fin du thème, tu dois savoir :
- Représentation du cône de révolution et d'une pyramide dans l'espace
- Définition du cône de révolution et d'une pyramide
- Patron du cône de révolution et d'une pyramide
- Volume du cône de révolution et d'une pyramide.



A - PYRAMIDE

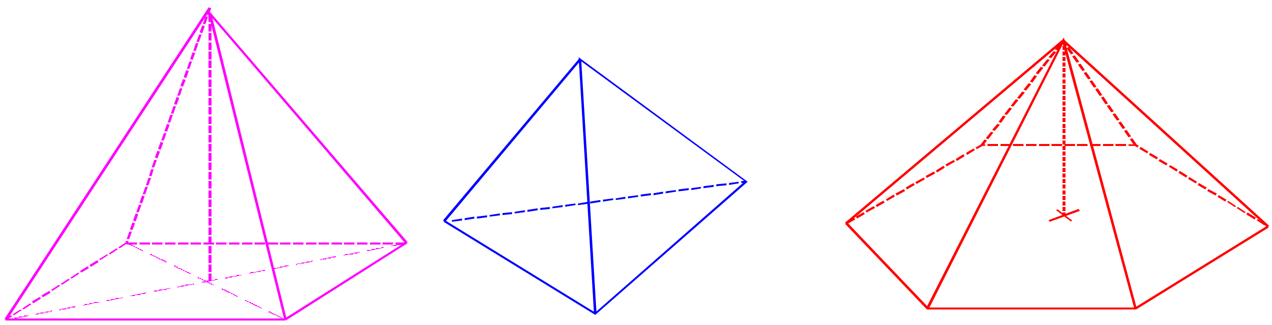
Une pyramide est un solide composé :
- d'une **base** de forme **polygonale** ;
- de faces latérales **triangulaires** , ayant un **sommet** commun qui est le **sommet** de la pyramide.



Remarque : 1. On appelle l'ensemble des faces latérales la ***surface latérale***.

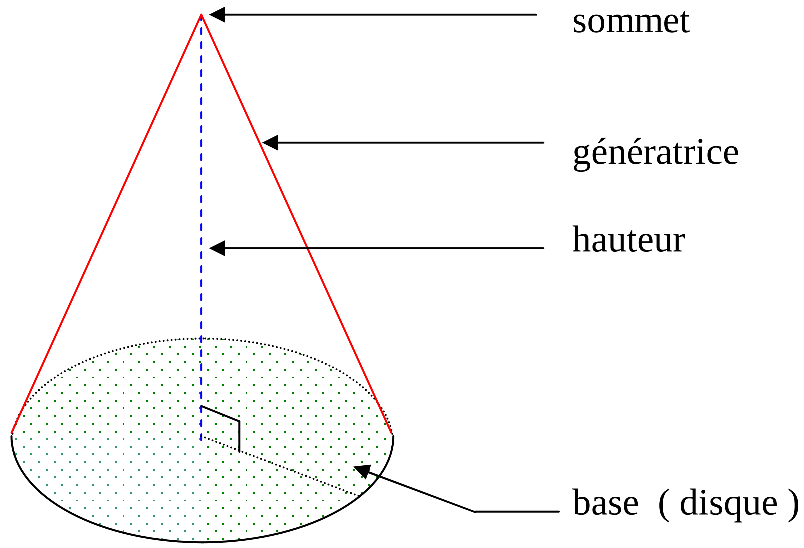
2. Une pyramide est dite **régulière** lorsque :
- La base est un **polygone** régulier, c'est-à-dire que ses sommets sont sur un même **cercle** et ses côtés sont **égaux**.
- La hauteur passe par le **centre** de la base.

Exemples :



Pyramide régulière à base carrée — Tétraèdre régulier — Pyramide régulière à base hexagonale

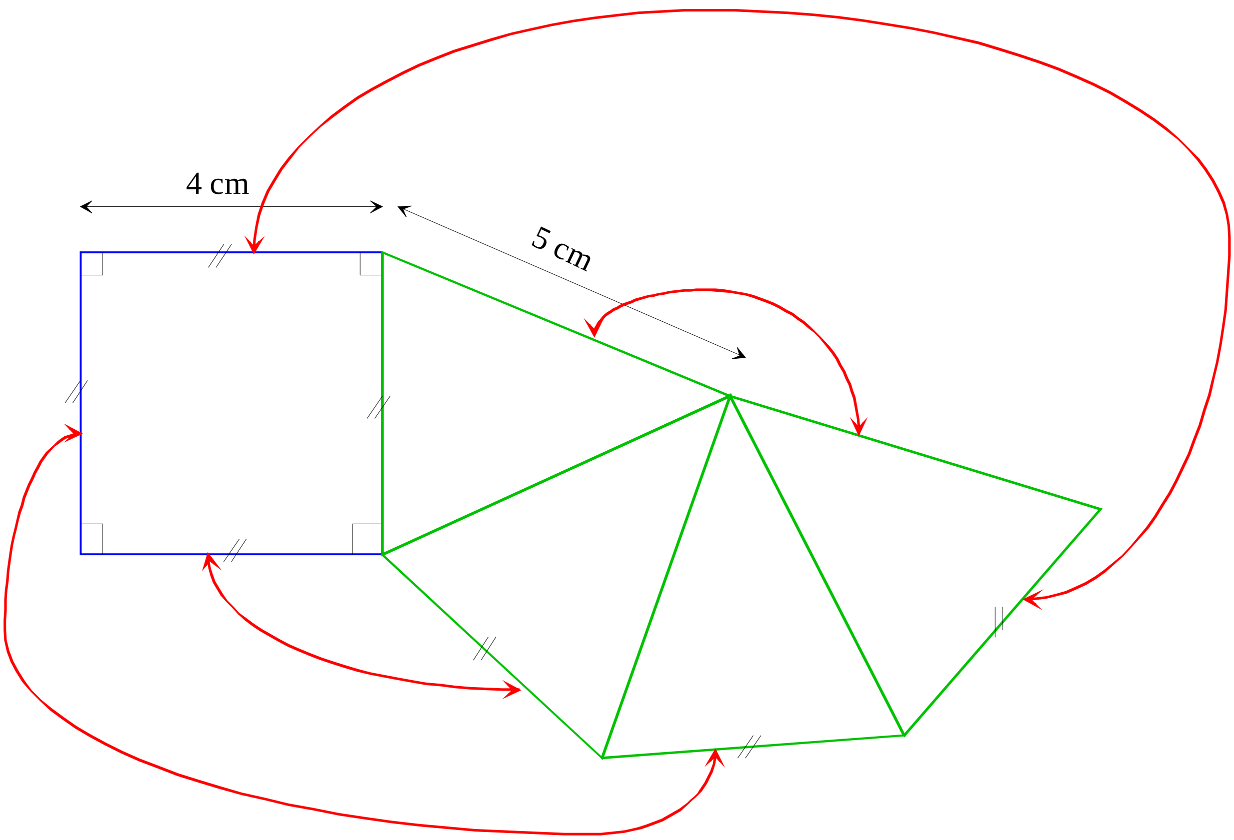
B - CONE DE REVOLUTION



Un cône de révolution est un solide engendré par un triangle rectangle effectuant un tour complet autour d'un côté de l'angle droit.

C - PATRON D'UNE PYRAMIDE

Exemple : Patron d'une pyramide régulière à base carré dont le côté mesure 4 cm et l'arête latérale 5 cm.

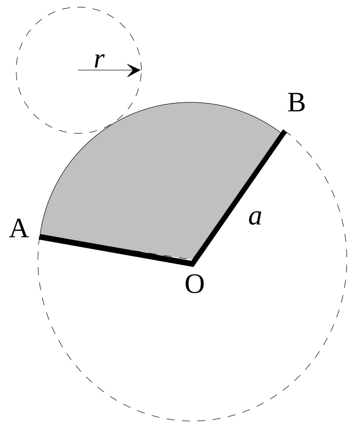


D - PATRON D'UN CONE DE REVOLUTION

Le périmètre du cercle de base (ici de rayon *r*) *est* égal

à la longueur de l'arc de cercle AB

Cette égalité permet de calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.



Il y a proportionnalité entre la mesure de l'angle et la longueur de l'arc de cercle correspondant

Exemple : Construction du patron d'un cône de révolution ayant une base de 3 cm de rayon et dont une génératrice mesure 8 cm.

<u>Méthode :</u> On a OA = *a* = 8 cm et r = 3 cm.

1. On calcule le périmètre du disque de base (valeur exacte) : P = $2\pi \times r = 2\pi \times 3 = 6\pi (cm)$.

Ce résultat représente la longueur de l'arc de cercle AB.

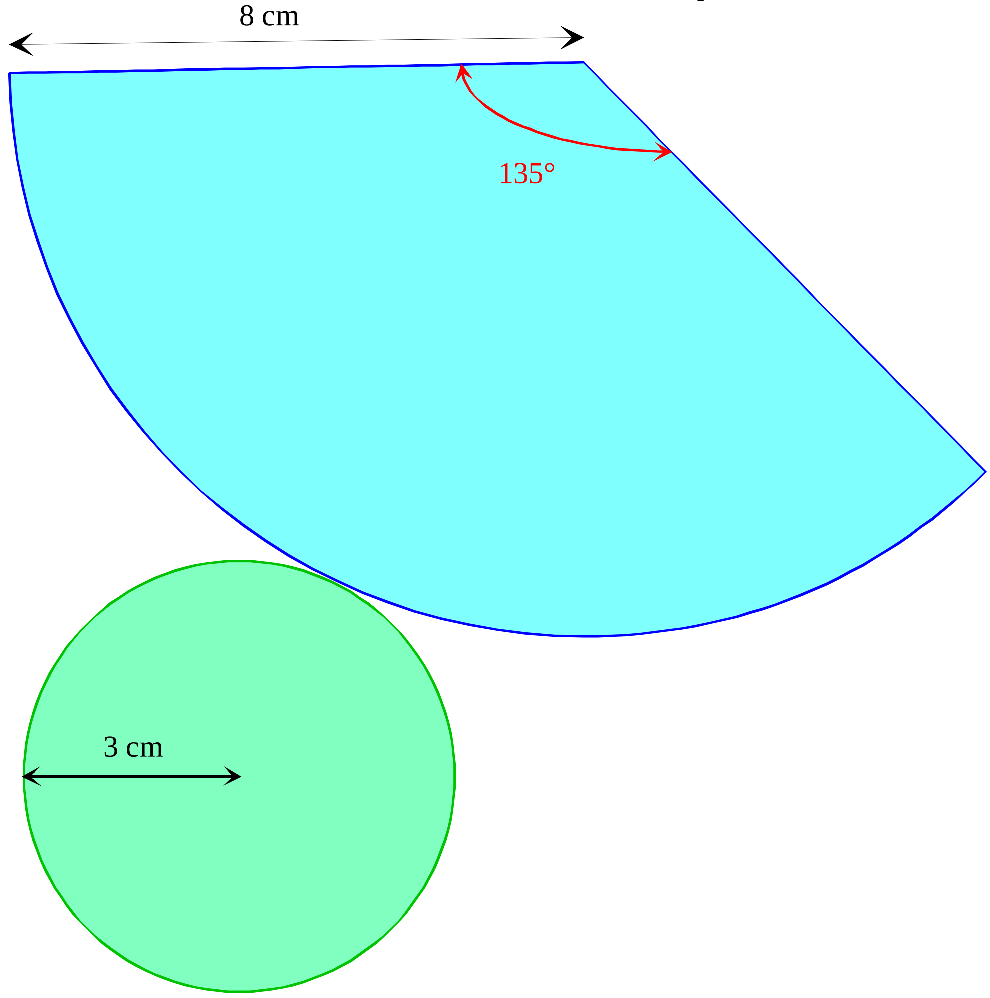
2. On calcule l'angle $\widehat{AOB}$, en degrés, correspondant à ce secteur circulaire de 8 cm de rayon.

On utilise un tableau de proportionnalité :

Mesure de l'angle (en°)	360°	*x*
Longueur de l'arc de cercle (en cm)	$2 \times \pi \times 8$	6π

$$x = \frac{360 \times 6\pi}{2 \times \pi \times 8} = \frac{360 \times 2\pi \times 3}{2\pi \times 8} = \frac{1080}{8} = 135°$$

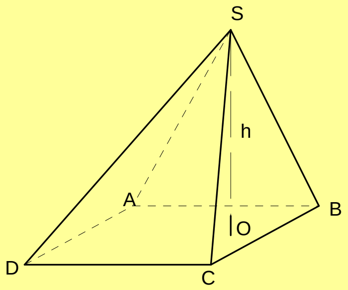
3. On construit le secteur circulaire latéral et le disque de base.

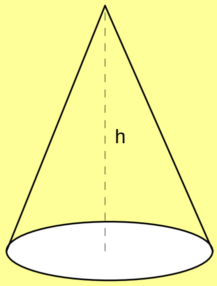


E - VOLUME : PYRAMIDE et CONE DE REVOLUTION

Pour une Pyramide ou un cône de révolution, le volume V est donné par:

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$





Si B est l'aire de la base et h la hauteur, alors le volume V s'écrit: $V = \frac{1}{3} \times B \times h$

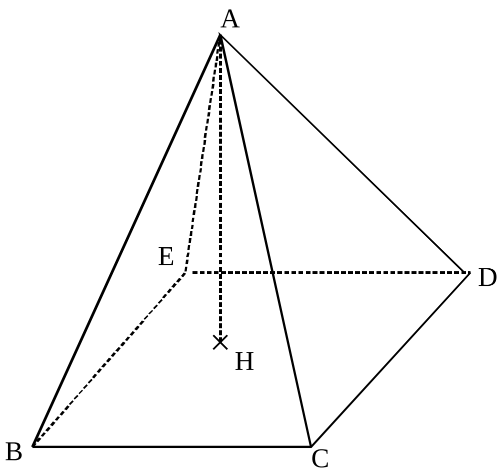
Dans le cas **d'un cône de révolution** de hauteur h et dont le rayon de base est r,

on remplace B par πr^2 et on obtient: $V = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$.

Méthode 3 : Comment calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution.

Exemple 1 :

La pyramide ci-dessous a pour base un carré de côté 5 cm et pour hauteur AH = 6 cm.



Calcule le volume de la pyramide en cm^3

Etape 1 : On écrit la formule

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Etape 2 : On remplace par les données du problème.

$$V = \frac{BE^2 \times AH}{3}$$

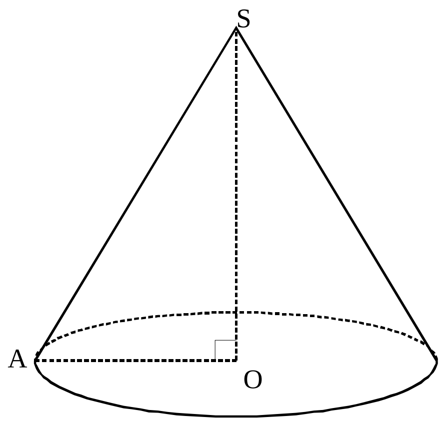
Etape 3 : On calcule et on conclut.

$$V = \frac{5^2 \times 6}{3} = 50$$

Le volume de la pyramide est 50 cm^3

Exemple 2 :

Le cône de révolution ci-dessous a pour hauteur 5 cm et pour rayon de base 3 cm.



Calcule l'arrondi du volume du cône au dixième de cm^3

Etape 1 : On écrit la formule

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Etape 2 : On remplace par les données du problème.

$$V = \frac{\pi \times OA^2 \times SO}{3}$$

Etape 3 : On calcule et on conclut.

$$V = \frac{\pi \times 3^2 \times 5}{3} = 15\pi$$

Le volume du cône de révolution est 15π cm^3 **et l'arrondi demandé est 47,1** cm^3**.**

Brevet des collèges : *Extrait session 2013 – exercice n°6 – question 1)b)*

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane comme l'illustre la photo ci-dessous. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1) b) Le cône de sel a pour hauteur 2,50 mètres et un diamètre 5 mètres.

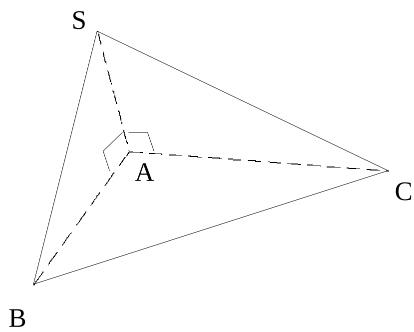
A l'aide de la formule $V_{cône} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$, déterminer, en m^3, le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m^3 près.

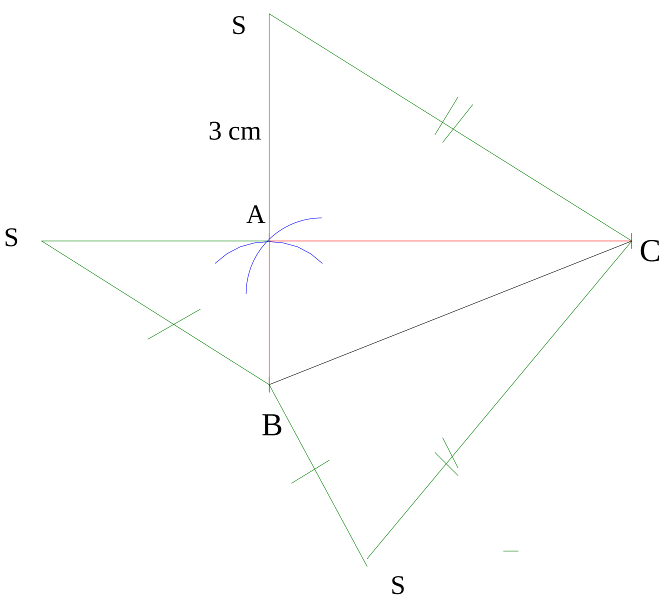
$$V_{cône} = \frac{\pi \times 2{,}5^2 \times 2{,}5}{3} \approx 16{,}36$$

Conclusion : Le volume de sel au m^3 près est environ 16 m^3.

Brevet des collèges : *France métropolitaine – Juin 2010 – Exercice 2*

SABC est une pyramide de base rectangulaire ABC telle que :
AB = 2 cm ; AC = 4,8 cm et BC = 5,2 cm.
La hauteur SA de cette pyramide est 3 cm.
1. Dessiner en vraie grandeur le triangle ABC à partir des deux points B et C donnés ci-dessous





2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier

Dans le triangle ABC, on a : $BC^2 = 5,2^2 = 27,04$

Et $AB^2 + AC^2 = 2^2 + 4,8^2 = 4 + 23,04 = 27,04$

On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Donc l'égalité de Pythagore est vérifiée

Conclusion : Le triangle ABC est rectangle en A

3. Compléter le dessin ci-dessus pour obtenir le patron complet en vraie grandeur de la pyramide.

4. Sachant que la formule pour calculer le volume d'une pyramide est : $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur associée}$, calculer le volume de la pyramide.

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{AC \times AB}{2} \times 3$$

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{4,8 \times 2}{2} \times 3$$

$$V = 4,8$$

Conclusion : Le volume de la pyramide est 4,8 cm^3