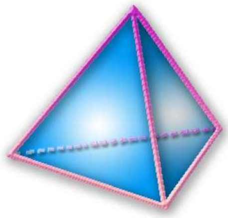
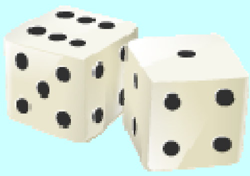




THEME 9 :
CORRIGE DES EXERCICES
PROBABILITES

Calculer la probabilité d'un événement

Exercice n°1:

Un sachet contient 2 bonbons à la menthe, 3 à l'orange et 5 au citron. On tire, au hasard, un bonbon du sachet et on définit les événements suivants :

A : « le bonbon est à la menthe » ;

B : « le bonbon est à l'orange » ;

C : « le bonbon est au citron ».

1. Détermine les probabilités $p(A)$ puis $p(B)$ et $p(C)$.
2. Représente l'expérience par un arbre pondéré (on fait figurer sur chaque branche la probabilité associée).

Solution :

1. Calcul de probabilités.

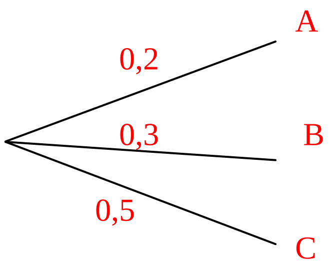
Comme le bonbon est tiré au hasard, alors chaque bonbon a la même chance d'être tiré.
Le nombre d'issues possibles est de 10 (2 + 3 + 5 = 10).

L'événement A est constitué de deux issue favorables, on a donc : $p(A) = \dfrac{2}{10}$.

L'événement B est constitué de trois issue favorables, on a donc : $p(B) = \dfrac{3}{10}$.

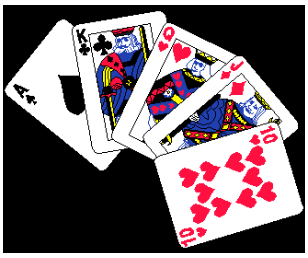
L'événement C est constitué de cinq issue favorables, on a donc : $p(C) = \dfrac{5}{10}$.

2. Arbre des possibles



On vérifie que 0,2 + 0,3 + 0,5 = 1

Exercice n°2 :



Un jeu de 32 cartes à jouer est constitué de quatre « familles » : trèfle et pique, de couleur noire ; carreau et cœur, de couleur rouge. Dans chaque famille, on trouve trois « figures » : valet, dame, roi. On tire une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.
Quelle est la probabilité des événements suivants :

1. « La carte tirée est une dame. »
2. « La carte tirée est une figure rouge. »
3. « La carte tirée n'est pas une figure rouge. »

Solution :

1. « La carte tirée est une dame. »

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 dames, soit 4 possibilités, ou cas favorables, pour l'événement A.
Le nombre de cas possibles est égal au nombre total de cartes, soit 32.

D'où $p(\mathrm{A}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

Conclusion : La probabilité de tirer une dame est $\frac{1}{8}$

2. « La carte tirée est une figure rouge. »

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 3 figures carreaux et 3 figures cœurs, 6 possibilités, ou cas favorables, pour l'événement B.

D'où $p(\mathrm{B}) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$

Conclusion : La probabilité de tirer une figure rouge est $\frac{3}{16}$

3. « La carte tirée n'est pas une figure rouge. »

L'événement C est l'événement contraire de B.

Donc $p(\mathrm{C}) = 1 - p(\mathrm{B})$

$$p(\mathrm{C}) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{16-3}{16} = \frac{13}{16}$$

Conclusion : La probabilité de ne pas tirer une figure rouge est $\frac{13}{16}$

Exercice n°3 :

Déterminer la probabilité de tirer un as ou un cœur dans un jeu de 32 cartes.

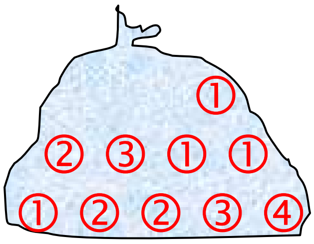
Solution :

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 3 as (le carreau, le trèfle, le pic), 1 as cœur et 7 cœurs .

Il y a donc 11 chances sur 32 de tirer un as ou un coeur soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.

Exercice n°4:

Un sac opaque contient les boules représentées ci-dessous ; un nombre de points est indiqué sur chacune d'elles. On tire au hasard une boule et on lit le nombre de points.



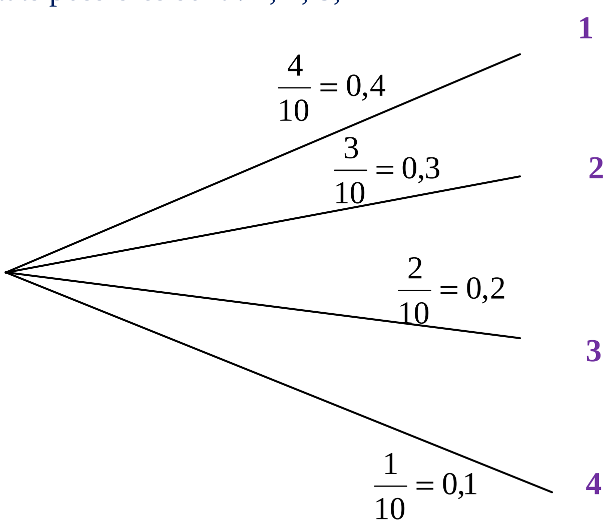
1. Dessine l'arbre des possibles par les probabilités données sous forme fractionnaire et décimale.

2. Calcule la probabilité de l'événement A : « obtenir au moins 2 points ».

Solution :

1. L'arbre pondéré des possibles.

Les résultats possibles sont : 1, 2, 3, 4



On remarque que la somme des probabilités est égale à 1 : 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1 = 1

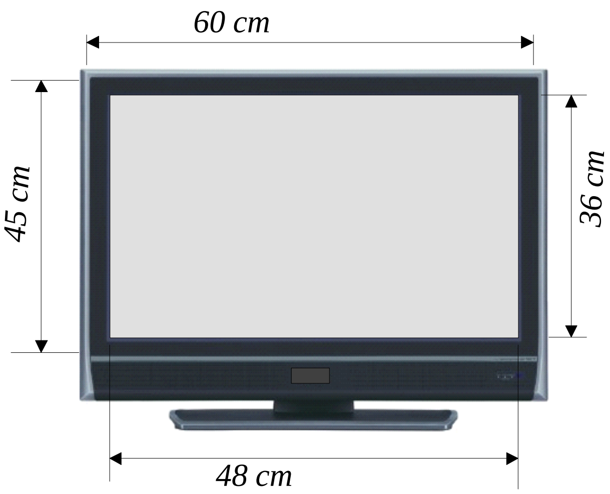
2. Probabilité de l'événement A : « obtenir au moins 2 points »

L'événement contraire de A est : « obtenir 1 point »

On a donc $p(\text{non A}) = 0,4$

Comme $p(A) + p(\text{non A}) = 1$, alors $p(A) = 1 - p(\text{non A}) = 1 - 0,4 = 0,6$

Conclusion : La probabilité de l'événement Aest 0,6



Exercice n°5 :

Un écran LCD de forme rectangulaire a pour dimensions 60 cm × 45 cm. La partie principale de l'écran est elle-même représentée par un rectangle de dimensions 48 cm × 36 cm.

Sachant qu'un pixel de l'écran est défectueux, détermine la probabilité de l'événement A défini par : « le pixel défectueux se trouve sur la partie principale de l'écran ».

Solution :

La probabilité cherchée est : $p(A) = \dfrac{\text{aire de la partie principale}}{\text{aire totale de l'écran}}$.

Avec aire de la partie principale = 48 cm $\times$ 36 cm = 1 728 cm^2

et aire totale de l'écran = 60 cm $\times$ 45 cm = 2 700 cm^2

D'où $p(A) = \dfrac{1\,728}{2\,700} = 0{,}64$.

Conclusion : $p(A) = 0{,}64$

Expérience à deux épreuves

Exercice n°6:

Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu.

Gwladys réussit sa première balle de service dans 65 % des cas. Quand elle échoue, elle réussit la seconde dans 80 % des cas.

Quelle est la probabilité pour qu'elle commette une double faute (c'est-à-dire qu'elle échoue deux fois de suite) ?

Solution :

Pour la première balle de service elle réussit dans 65 % des cas, donc elle échoue dans 35 % des cas.

Pour la seconde balle de service elle réussit dans 80 % des cas, donc elle échoue dans 20 % des cas.

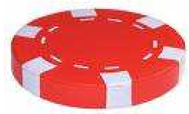
Donc 20 % de 35 % des mises en jeu effectuées ne sont pas réussies.

On a : $\dfrac{20}{100} \times \dfrac{35}{100} = 0{,}2 \times 0{,}35 = 0{,}07 = \dfrac{7}{100}$

Conclusion : La probabilité pour que Gwladys commette une double faute est de $\dfrac{7}{100}$

Exercice n°7 :

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : deux bleues « B » et trois rouges « R ».
On dispose également de deux sacs contenant des jetons : l'un est bleu et contient un jeton bleu « b » et trois jetons rouges « r », l'autre est rouge et contient deux jetons bleus « b » et deux jetons rouge « r ».



On extrait une boule de l'urne, puis on tire un jeton dans le sac qui est de la même couleur que la boule tirée.

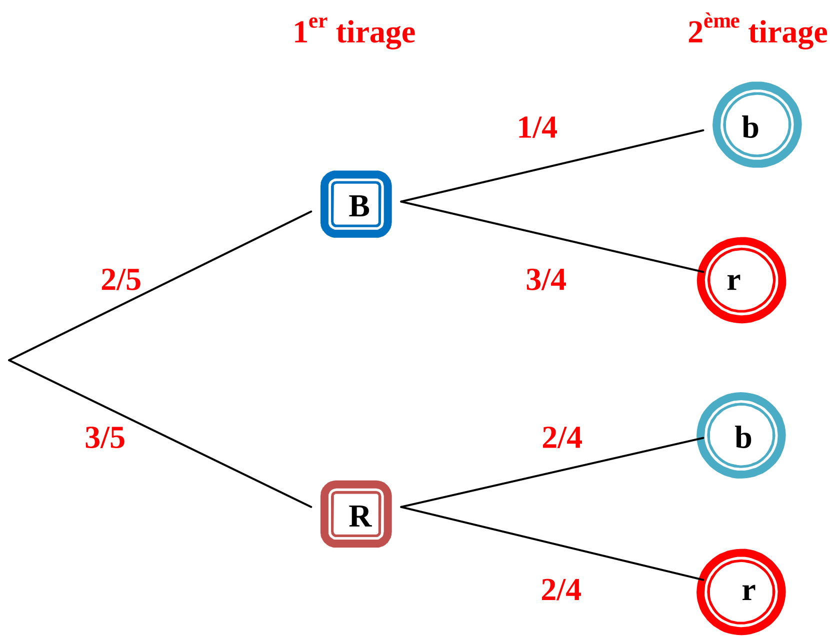
1. Combien y a-t-il d'issues possibles ?
2. A l'aide d'un arbre pondéré, détermine la probabilité de chacune de ses issues.
3. Détermine la probabilité d'événement A : « la boule et le jeton extraits sont de la même couleur »

Solution :

1. Nombre d'issues possibles.

Si la première tirée est bleue, le jeton tiré peut-être bleu ou rouge, soit deux résultats possibles (B, b) et (B, r)
Si la première tirée est rouge, le jeton tiré peut-être bleu ou rouge, soit deux résultats possibles (R, b) et (R, r).
Conclusion : Il y a 4 issue possible.

2. Arbre pondéré des possibles



Isssues	Probabilités
(B, b)	$p(\text{B,b}) = \frac{2}{5}\times\frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$
(B, r)	$p(\text{B,r}) = \frac{2}{5}\times\frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
(R, b)	$p(\text{R,b}) = \frac{3}{5}\times\frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
(R, r)	$p(\text{R,r}) = \frac{3}{5}\times\frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

3. Probabilité de l'événement A : « la boule et le jeton extraits sont de la même couleur »

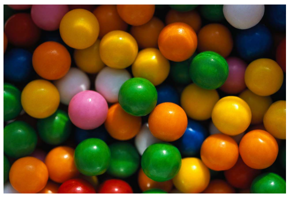
L'événement A est constitué de deux événement élémentaires (B, b) et (R, r).

$p(A) = p(\text{B, b}) + p(\text{R, r}) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Conclusion : La probabilité de l'événement A est $\frac{2}{5}$

Exercice n°8 :

Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher.



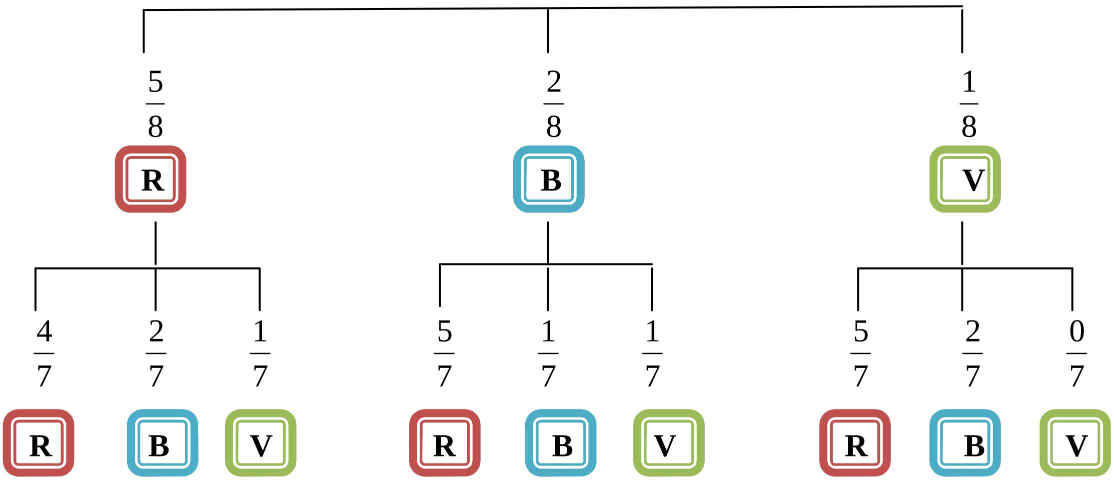
On tire successivement et sans remise deux boules.

On veut déterminer la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

1. Représente sur un arbre tous les possibles en indiquant sur les branches correspondantes la probabilité de tirer deux boules de chaque tirage lors des deux tirages.
2. En déduire la probabilité d'avoir : le couple (R, R),
   le couple (B, B) ,
   le couple (V, V).
3. En déduire la probabilité de tirer deux boules de même couleur.

Solution :

1. Représentation de l'arbre pondéré des possibles



2. Probabilité d'avoir le couple (R, R)

On a : $\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{20}{56}$ soit $\frac{20}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (R, R)

Probabilité d'avoir le couple (B, B)

On a : $\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{2}{56}$ soit $\frac{2}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (B, B)

Probabilité d'avoir le couple (V, V)

On a : $\frac{1}{8}\times\frac{0}{7}=0$ soit aucune expérience qui donnera comme résultat (V, V)

3. Probabilité de tirer deux boules de même couleur.

Comme ces issues sont incompatibles, pour calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur, on ajoute les probabilités de ces issues.

On a : $\frac{20}{56}+\frac{2}{56}=\frac{22}{56}$

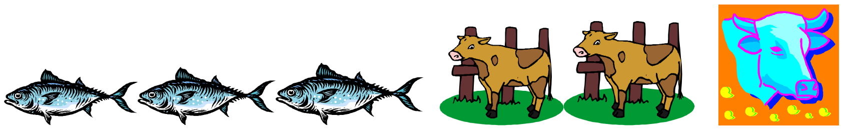
Conclusion : **La probabilité d'obtenir deux boules de même couleur est de** $\frac{22}{56}$

Exercice n°9 :

A bord d'un bateau, le tiroir des féculents contient deux sachets de riz et trois sachets de pâtes, et le tiroir des protéines contient trois boites de thon, deux boites de veau et une boîte de viande de bœuf.

Tiroir des féculents 

R R P P P

Tiroir des protéines 

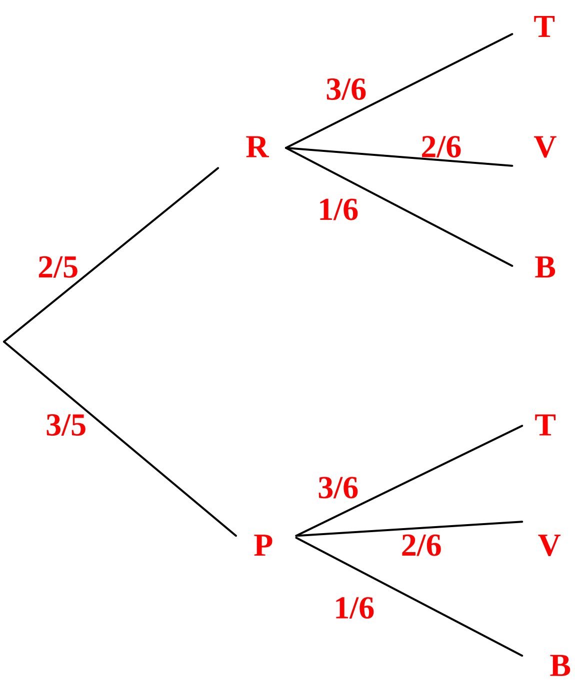
T T T V V B

Pour composer son repas, un matelot prend d'abord un sachet au hasard dans le tiroir des féculents puis, toujours au hasard, une boîte dans le tiroir des protéines.

Construis l'arbre pondéré des possibles de cette expérience à deux épreuves puis le compléter en calculant les probabilités associées à chaque issue.

Solution :

1ere épreuve **2ème épreuve** **Isssues** **Probabilités**



Isssues	Probabilités
(R, T)	p (R, T) = $\frac{2}{5}\times\frac{3}{6}=\frac{6}{30}=\boxed{\frac{1}{5}}$
(R, V)	p (R, V) = $\frac{2}{5}\times\frac{2}{6}=\frac{4}{30}=\boxed{\frac{2}{15}}$
(R, B)	p (R, B) = $\frac{2}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{2}{30}=\boxed{\frac{1}{15}}$
(P, T)	p (P, T) = $\frac{3}{5}\times\frac{3}{6}=\frac{9}{30}=\boxed{\frac{3}{10}}$
(P, V)	p (P, V) = $\frac{3}{5}\times\frac{2}{6}=\frac{6}{30}=\boxed{\frac{1}{5}}$
(P, B)	p (P, B) = $\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{3}{30}=\boxed{\frac{1}{10}}$

Exercice n°10 :

1. **Question de cours**

a. Qu'appelle-t-on des événements incompatibles ?

b. Comment calcule-t-on la probabilité de l'évènement contraire de A (non A)) connaissant celle de A ?

2. **Applications**

a. On donne $p(B)= = 0,27$. Calcule $p(\text{non } B)$.

b. On lance un dé à 6 faces bien équilibré. Les évènements A : « obtenir un multiple de 2 » et B : »obtenir un multiple de 3 » sont-ils incompatibles ? Justifie.

Solution :

1. a. Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent se produire en même temps.

b. La somme des probabilités de A et de son contraire est 1 : $p(A) + p(\text{non } A) = 1$
Donc $p(\text{non } A) = 1 - p(A)$

2. a. $p(\text{non } B) = 1 - p(B) = 1 - 0,27 = 0,73$.
$p(\text{non } b) = 0,73$

b. L'évènement A «obtenir un multiple de 2 » est constitué de 3 issues : 2 , 4 et 6
L'évènement B «obtenir un multiple de 3 » est constitué de 2 issues : 3 et 6

Comme les événements A et B ont une issue commune, le chiffre 6, alors A et B ne sont pas incompatibles.

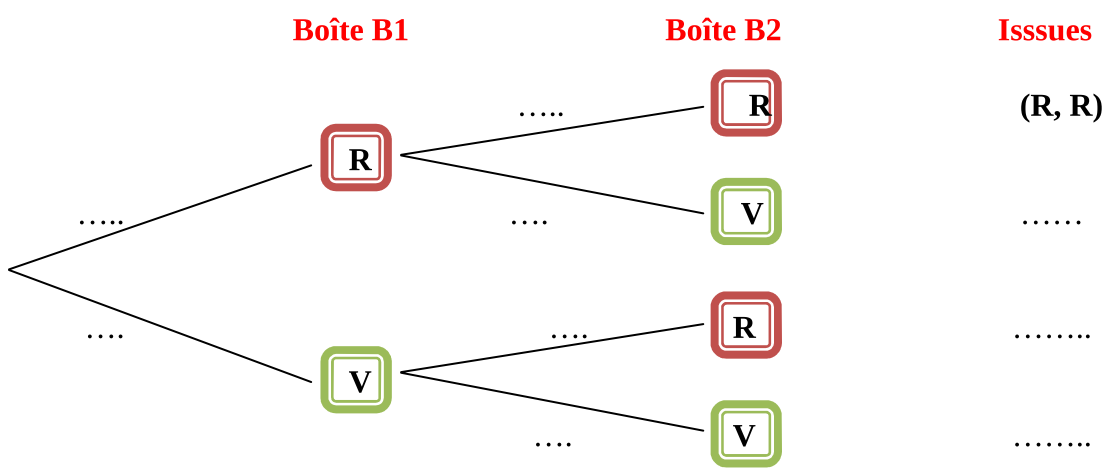
Exercice n°11 :

On dispose de deux boîtes B1 et B2 contenant chacune 5 boules.

- La boîte B1 contient 3 boules rouges et 2 boules vertes.
- La boîte B2 contient 2 boules vertes et 3 boules rouges.

Le jeu consiste à tirer au hasard une boule dans la boîte B1 puis une boule dans la boîte B2.

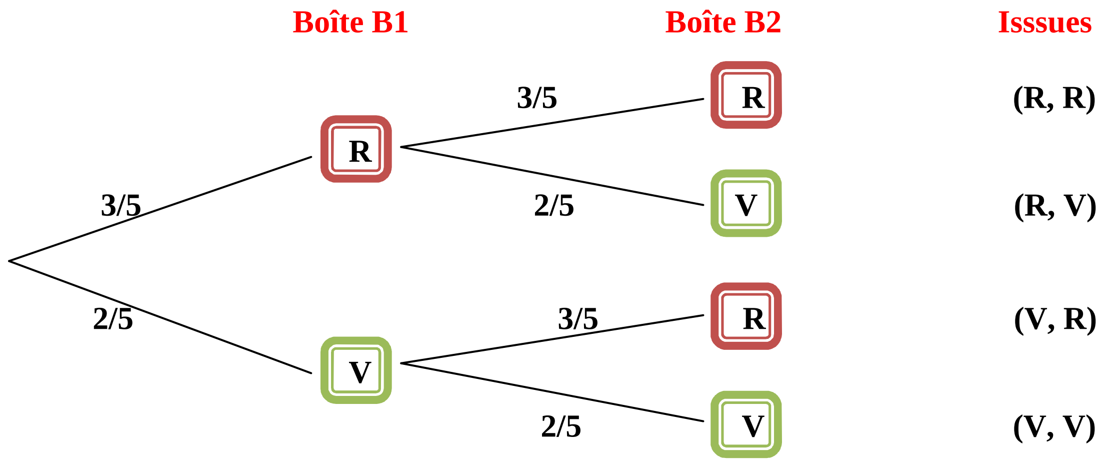
1. Complète les branches de l'arbre suivant en indiquant les probabilités sur chacune des branches ainsi que les résultats de l'expérience.



2. **a.** Calcule la probabilité de tirer 2 boules vertes.
   b. A-t-on plus de chance d'obtenir 2 boules rouges ou deux boules vertes quand on joue à ce jeu ? Justifie.
3. Calcule la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.
4. On gagne à ce jeu lorsqu'on tire 2 boules de même couleur. Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?

Solution :

1. Arbre pondéré des possibles **:**



2. **a. Probabilité de tirer deux boules vertes**

Il s'agit de calculer la probabilité dont l'issue est (V, V)

On a : $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0{,}16$

Conclusion : La probabilité de tirer deux boules vertes est 0,16.

b. A-t-on plus de chance d'obtenir 2 boules rouges ou deux boules vertes quand on joue à ce jeu ? Justifie.

Cherchons la probabilité d'obtenir deux boules rouges (R , R)

On a : $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0{,}36$

Comme 0,36 > 0,16, on a donc plus de chance d'obtenir deux boules rouges

3. **Probabilité de tirer deux boules de couleur différentes**

Il s'agit de calculer la probabilité dont les issues sont (R, V) et (V, R).
Comme ces deux issues sont incompatibles, pour calculer la probabilité de tirer deux boules de couleur différentes, on ajoute les probabilités de ces issues.

On a : $\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}=0{,}48$

Conclusion : La probabilité de tirer deux boules de couleur différentes est 0,48.

4. **Probabilité de tirer deux boules de même couleur**

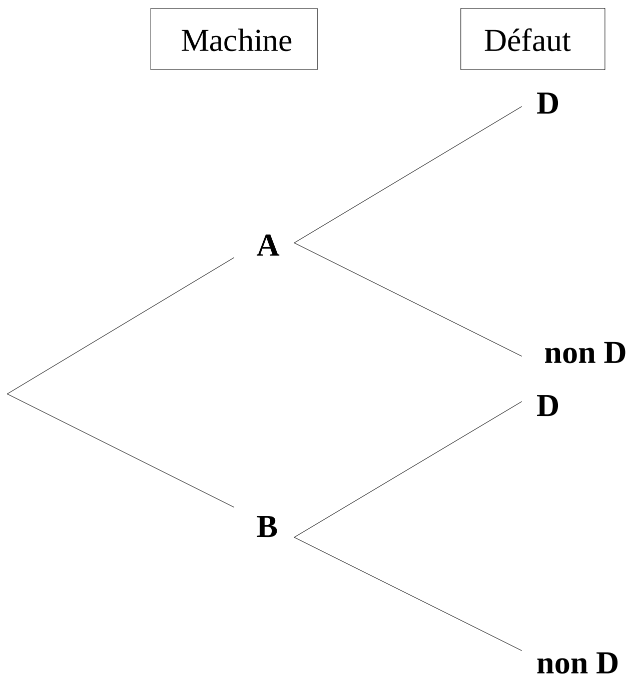
Il s'agit de calculer la probabilité dont les issues sont (R, R) et (V, V).
Comme ces deux issues sont incompatibles, pour calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur, on ajoute les probabilités de ces issues.
On a : 0,16 + 0,36 = 0,52.

Conclusion : La probabilité de gagner à ce jeu est 0,52.

Exercice n°12 :

Une entreprise de fabrication de jouets possède deux machines A et B.
Durant une semaine complète, les machines A et B fabriquent le même jouet.
La machine A produit 60% de la totalité de ces jouets. La machine B fabrique le reste.
A la suite d'une étude en bout de chaîne, on s'est rendu compte que 5% des jouets fabriqués par la machine A ont le défaut D et 2% des jouets fabriquée par la machine B ont le défaut D.
On rassemble tous les jouets fabriqués durant la semaine et on prélève au hasard un jouet.

1. Donne la probabilité que le jouet ait été fabriqué par la machine A. Le résultat sera donné sous forme de fraction irréductible, puis sous forme décimale.
2. Complète l'arbre suivant avec des probabilités sous forme décimale.



3. Quelle est la probabilité que le jouet provienne de la machine A et possède le défaut D ?
4. Le nombre de jouets fabriqué est 50 000.
Complète le tableau suivant.

	Défaut D	**Pas de défaut D**	**Total**
Machine A			
Machine B			
Total			**50 000**

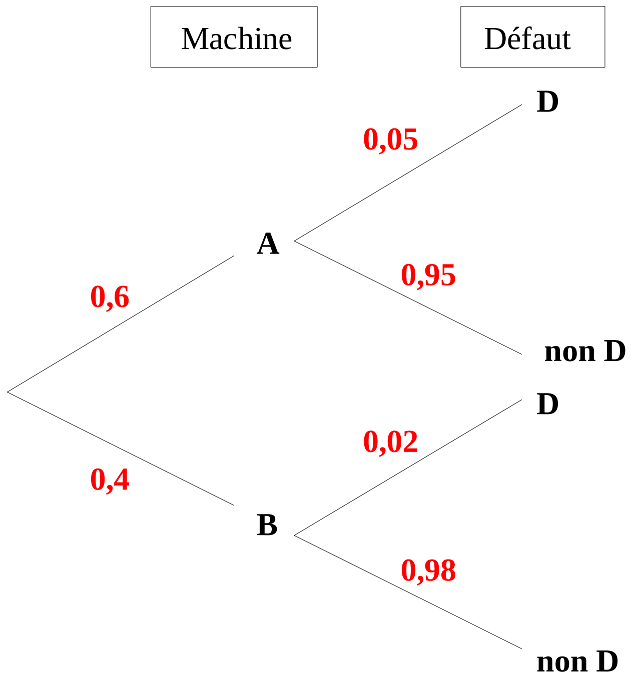
Solution :

1. Donne la probabilité que le jouet ait été fabriqué par la machine A. Le résultat sera donné sous forme de fraction irréductible, puis sous forme décimale.

La machine A produit 60% de la totalité de ces jouets, c'est-à-dire $\frac{60}{100} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

La probabilité que le jouet est été fabriqué par la machine A est $\frac{3}{5}$ ou 0,6

2. Arbre pondéré .



3. Quelle est la probabilité que le jouet provienne de la machine A et possède le défaut D

On a : $0{,}6 \times 0{,}05 = 0{,}03$

La probabilité que le jouet provienne de la machine A et possède le défaut est 0,03 ou $\frac{3}{100}$

4. Le nombre de jouets fabriqué est 50 000.

	Défaut D	**Pas de défaut D**	**Total**
Machine A	**1 500**	**28 500**	**30 000**
Machine B	**400**	**19 600**	**20 000**
Total	**1 900**	**48 100**	**50 000**

Calculs : $0{,}6 \times 0{,}05 \times 50\,000 = 1\,500$
$0{,}6 \times 0{,}95 \times 50\,000 = 28\,500$

$0{,}4 \times 0{,}02 \times 50\,000 = 400$
$0{,}4 \times 0{,}98 \times 50\,000 = 19\,600$