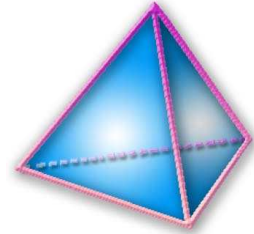


3- EME

Thème N°6 : TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Connaître les relations trigonométriques.
- ☞ Calculer une longueur avec une formule trigonométrique.
- ☞ Calculer la mesure d'un angle avec la trigonométrie.



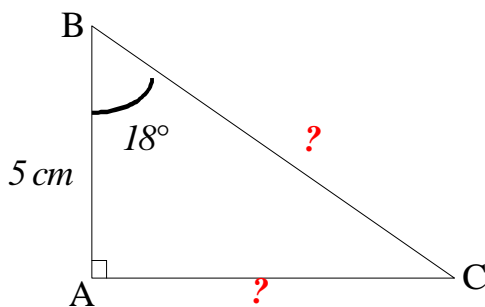
Calculs de longueurs

Exercice n°1: Le triangle ABC est rectangle en A; l'unité de longueur est le centimètre.

A l'aide des indications données, calculer une valeur approchée de la longueur des deux autres côtés.

a) $\hat{B} = 18^\circ$ et $AB = 5$; b) $\hat{B} = 32^\circ$ et $AC = 9$; c) $\hat{B} = 68^\circ$ et $BC = 12$

d) $\hat{C} = 25^\circ$ et $AB = 3,5$; e) $\hat{C} = 50^\circ$ et $AC = 4$; f) $\hat{C} = 68^\circ$ et $BC = 10$



a) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \text{ donc } \cos 18^\circ = \frac{5}{BC}$$

$$\text{donc } BC = \frac{5}{\cos 18^\circ}$$

$$\text{d'où } \boxed{BC \approx 5,26 \text{ cm}}$$

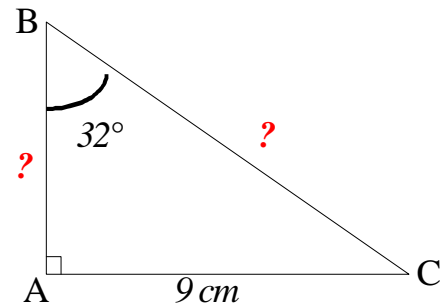
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \text{ donc } \tan 18^\circ = \frac{AC}{5}$$

$$\text{donc } AC = 5 \times \tan 18^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AC \approx 1,62 \text{ cm.}}$$



b) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \text{ donc } \sin 32^\circ = \frac{9}{BC}$$

$$\text{donc } BC = \frac{9}{\sin 32^\circ}$$

$$\text{d'où } \boxed{BC \approx 16,98 \text{ cm}}$$

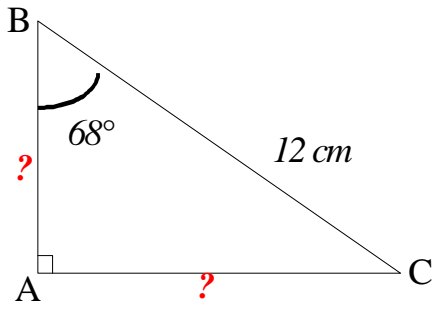
Calcul de AB

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \text{ donc } \tan 32^\circ = \frac{9}{AB}$$

$$\text{donc } AB = \frac{9}{\tan 32^\circ}$$

$$\text{d'où } \boxed{AB \approx 14,40 \text{ cm.}}$$



c) Calcul de BA

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \text{ donc } \cos 68^\circ = \frac{AB}{12}$$

$$\text{donc } AB = 12 \times \cos 68^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AB \approx 4,50 \text{ cm}}$$

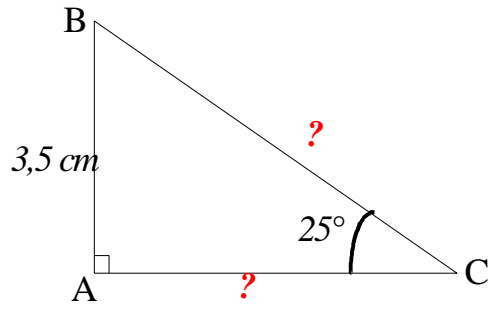
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \text{ donc } \sin 68^\circ = \frac{AC}{12}$$

$$\text{donc } AC = 12 \times \sin 68^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AC \approx 11,13 \text{ cm.}}$$



d) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \text{ donc } \sin 25^\circ = \frac{3,5}{BC}$$

$$\text{donc } BC = \frac{3,5}{\sin 25^\circ}$$

$$\text{d'où } \boxed{BC \approx 8,28 \text{ cm}}$$

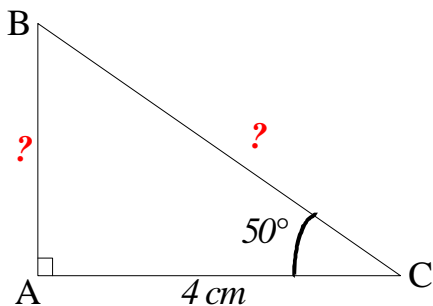
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} \text{ donc } \tan 25^\circ = \frac{3,5}{AC}$$

$$\text{donc } AC = \frac{3,5}{\tan 25^\circ}$$

$$\text{d'où } \boxed{AC \approx 7,51 \text{ cm.}}$$



e) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \hat{C} = \frac{AC}{BC} \text{ donc } \cos 50^\circ = \frac{4}{BC}$$

$$\text{donc } BC = \frac{4}{\cos 50^\circ}$$

$$\text{d'où } \boxed{BC \approx 6,22 \text{ cm}}$$

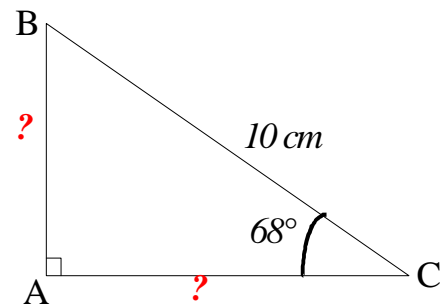
Calcul de AB

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} \text{ donc } \tan 50^\circ = \frac{AB}{4}$$

$$\text{donc } AB = 4 \times \tan 50^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AB \approx 4,77 \text{ cm.}}$$



f) Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \hat{C} = \frac{AC}{BC} \text{ donc } \cos 68^\circ = \frac{AC}{10}$$

$$\text{donc } AC = 10 \times \cos 68^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AC \approx 3,75 \text{ cm}}$$

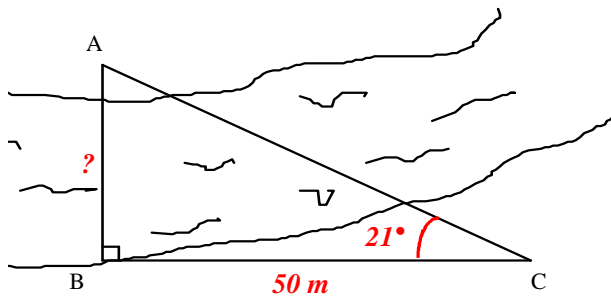
Calcul de AB

b) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \text{ donc } \sin 68^\circ = \frac{AB}{10}$$

$$\text{donc } AB = 10 \times \sin 68^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AB \approx 9,27 \text{ cm.}}$$



Exercice n°2: Sur les berges de la rivière, deux points remarquables A et B se font face. En partant de B, perpendiculairement à (AB), on parcourt 50 m et on arrive ainsi au point C. De là, on voit le segment [AB] sous un angle \hat{ACB} de 21° . Calculer la largeur AB de la rivière, à 1 dm près.

Dans le triangle ABC rectangle en B :

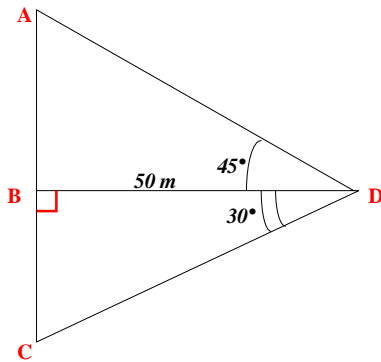
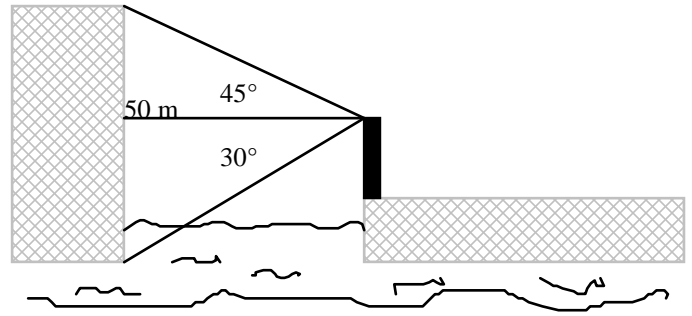
$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{BC} \text{ donc } \tan 21^\circ = \frac{AB}{50}$$

$$\text{donc } AB = 50 \times \tan 21^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AB \approx 19,19}$$

Conclusion : **La largeur de la rivière mesure environ 19,2 m**

Exercice n°3: Un observateur placé à 50 m d'une falaise voit le sommet de celle-ci sous un angle de 45° , et la base sous un angle de 30° . Calculer la hauteur de la falaise, à 10 cm près.



Calcul de AB

Dans le triangle ABD rectangle en B :

$$\tan \hat{BDA} = \frac{AB}{BD} \text{ donc } \tan 45^\circ = \frac{AB}{50}$$

$$\text{donc } AB = 50 \times \tan 45^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{AB = 50}$$

Calcul de BC

Dans le triangle BCD rectangle en B :

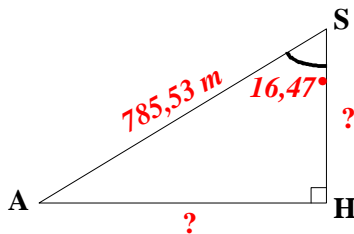
$$\tan \hat{BDC} = \frac{BC}{BD} \text{ donc } \tan 30^\circ = \frac{BC}{50}$$

$$\text{donc } BC = 50 \times \tan 30^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{BC \approx 28,87}$$

Calcul de AC : On a : $AC = AB + BC \approx 50 + 28,87 \approx 78,87$

Conclusion : **La hauteur de la falaise mesure environ 78,9 m**



Exercice n°4: De puis le point A, un géomètre mesure AS (avec un géomètre à laser) et \hat{HSA} :

$$AS = 785,53 \text{ m; } \text{mes}(\hat{HSA}) = 16,47^\circ.$$

Calculer SH et AH ?

Calcul de SH

Dans le triangle AHS rectangle en H :

$$\cos \hat{S} = \frac{SH}{SA} \text{ donc } \cos 16,47^\circ = \frac{SH}{785,53}$$

$$\text{donc } SH = 785,53 \times \cos 16,47^\circ$$

$$\text{d'où } \boxed{SH \approx 753 \text{ m}}$$

Calcul de AH

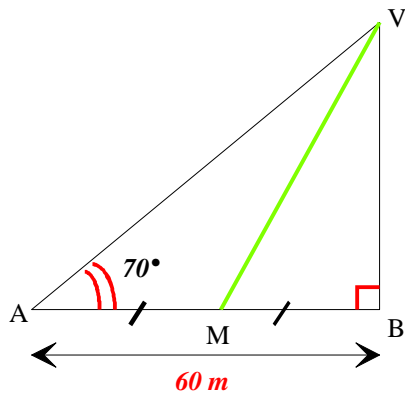
b) Dans le triangle AHS rectangle en H :

$$\sin \hat{H} = \frac{AH}{SH} \text{ donc } \sin 16,47^\circ = \frac{AH}{785,53}$$

$$\text{donc } AH = 785,53 \times \sin 16,47^\circ$$

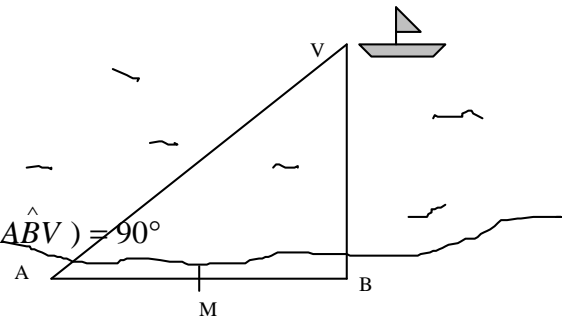
$$\text{d'où } \boxed{AH \approx 222,7 \text{ m.}}$$

Exercice n°5: Le vainqueur V est en vue.



De part et d'autre de l'entrée du port, deux observateurs munis de goniomètres mesurent chacun un angle:

$$\text{mes}(\widehat{BAV}) = 70^\circ \quad ; \quad \text{mes}(\widehat{ABV}) = 90^\circ$$



- a) Sachant que $AB = 60$ m, calculer BV .
 b) En déduire la distance qui sépare V du milieu M de $[AB]$. (Arrondir les résultats au mètre le plus proche).

a) Calcul de BV

Dans le triangle BMA rectangle en B

$$\tan \widehat{VBA} = \frac{VB}{AB} \quad \text{donc} \quad \tan 70^\circ = \frac{BV}{60}$$

$$\text{donc} \quad BV = 60 \times \tan 70^\circ$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{BV \approx 165 \text{ m}}$$

b) Calcul de MV

Dans le triangle BMA rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$VM^2 = MB^2 + BV^2$$

$$VM^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BV^2$$

$$VM^2 \approx \left(\frac{60}{2}\right)^2 + 165^2$$

$$VM^2 \approx 900 + 27225$$

$$VM^2 \approx 28125$$

$$VM \approx \sqrt{28125}$$

$$VM \approx 167,7$$

Conclusion : La longueur VM mesure environ 168 m

Exercice n°6 : Calcule la longueur AH puis l'aire de ABC.

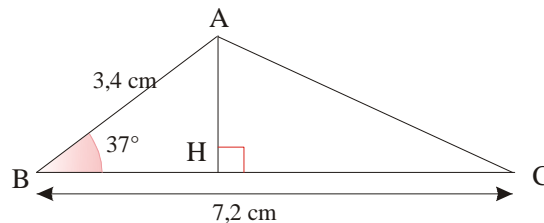
Calcul de AH

Dans le triangle ABH rectangle en H :

$$\sin \widehat{B} = \frac{AH}{AB} \quad \text{donc} \quad \sin 37^\circ = \frac{AH}{3,4}$$

$$\text{donc} \quad AH = 3,4 \times \sin 37^\circ$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{AH \approx 2,05 \text{ cm}}$$



Calcul de l'aire du triangle ABC

$$\text{On a} \quad \text{Aire} = \frac{BC \times AH}{2}, \quad \text{soit} \quad \text{Aire} \approx \frac{7,2 \times 2,05}{2} \approx 7,38$$

Conclusion : L'aire du triangle ABC est environ 7,38 cm²

Exercice n°7 : Pour un maximum de sécurité, une échelle doit former avec un mur un angle de 20°. Avec une échelle de 9 m, jusqu'à quelle hauteur de mur peut on monter (au cm près) ?

Calcul de BH

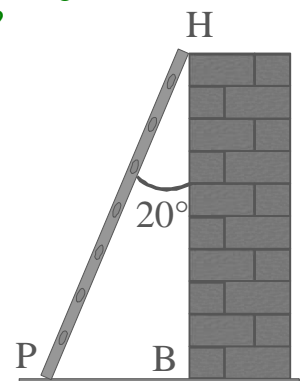
Dans le triangle PBH rectangle en B,

$$\text{on a} : \cos \widehat{H} = \frac{BH}{PH} \quad \text{soit} \quad \cos 20^\circ = \frac{BH}{9}$$

$$\text{donc} \quad BH = 9 \times \cos 20^\circ$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{BH \approx 8,46 \text{ m}}$$

Il peut donc monter à une hauteur de 8,46 m environ



Exercice n°8 : Quelle est la hauteur h de la tour ?

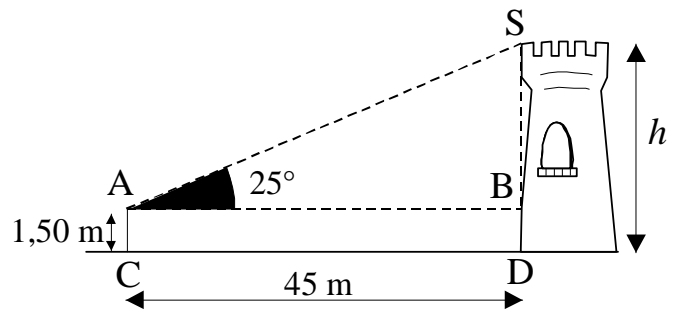
Calcul de BS

Dans le triangle ABS rectangle en B,

on a : $\tan \hat{BAS} = \frac{BS}{AB}$ soit $\tan 25^\circ = \frac{BS}{45}$

donc $BS = 45 \times \tan 25^\circ$

d'où **$BS \approx 21 \text{ m}$**



Calcul de h : On a $h = DB + BS \approx 1,50 + 21 \approx 22,50$

Conclusion : La hauteur de la tour mesure environ **22,50 m**

Calculs d'angles

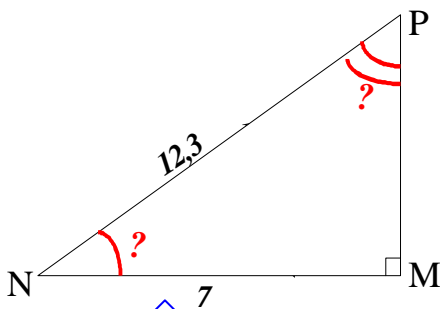
Exercice n°9:

a) $MN = 7$ et $MP = 12,3$; b) $MN = 1$ et $NP = 7$; c) $MP = 0,5$ et $NP = 4$

d) $MP = 5,3$ et $MN = 4,5$; e) $MN = 4$ et $NP = 10$

Calculer au degré près la mesure des angles aigus.

a) $MN = 7$ et $MP = 12,3$



Calcul de l'angle N

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\cos \hat{N} = \frac{MN}{MP} = \frac{7}{12,3}$$

d'où $\hat{N} \approx 55^\circ$

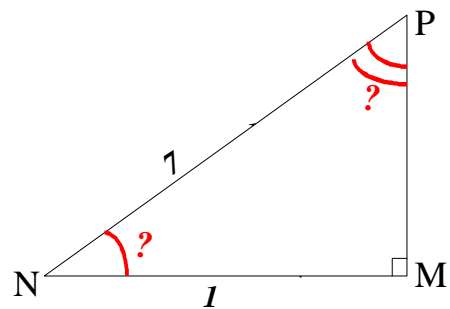
Calcul de l'angle P

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90^\circ - 55^\circ \approx 35^\circ$$

d'où $\hat{P} \approx 35^\circ$

b) $MN = 1$ et $NP = 7$



Calcul de l'angle N

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\cos \hat{N} = \frac{MN}{NP} = \frac{1}{7}$$

d'où $\hat{N} \approx 82^\circ$

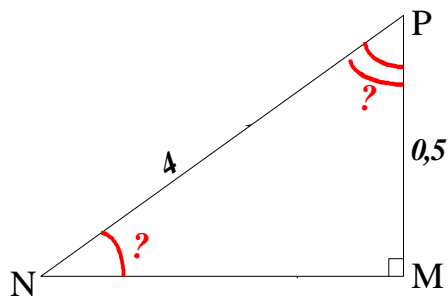
Calcul de l'angle P

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90^\circ - 82^\circ \approx 8^\circ$$

d'où $\hat{P} \approx 8^\circ$

c) $MP = 0,5$ et $NP = 4$



Calcul de l'angle \hat{N}

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\sin \hat{N} = \frac{MP}{NP} = \frac{0,5}{4}$$

d'où $\hat{N} \approx 7^\circ$

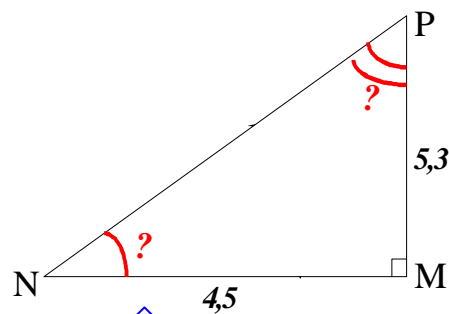
Calcul de l'angle \hat{P}

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90^\circ - 7^\circ \approx 83^\circ$$

d'où $\hat{P} \approx 83^\circ$

d) $MP = 5,3$ et $MN = 4,5$



Calcul de l'angle \hat{N}

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\tan \hat{N} = \frac{MP}{NM} = \frac{5,3}{4,5}$$

d'où $\hat{N} \approx 50^\circ$

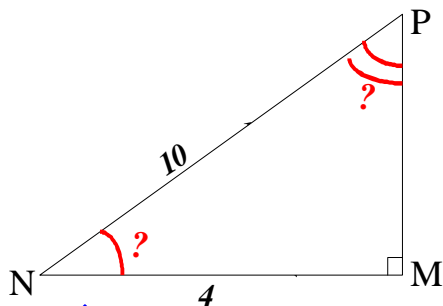
Calcul de l'angle \hat{P}

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90^\circ - 50^\circ \approx 40^\circ$$

d'où $\hat{P} \approx 40^\circ$

e) $MN = 4$ et $NP = 10$



Calcul de l'angle \hat{N}

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\cos \hat{N} = \frac{MN}{NP} = \frac{4}{10}$$

d'où $\hat{N} \approx 66^\circ$

Calcul de l'angle \hat{P}

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90^\circ - 66^\circ \approx 24^\circ$$

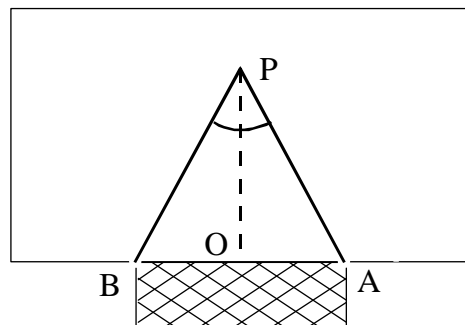
d'où $\hat{P} \approx 24^\circ$

Exercice n°10 :

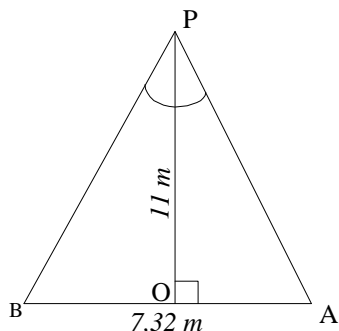
Sur un terrain de foot, le point de penalty P est situé à 11 m de ligne de but (AB). Les buts ont une largeur AB de 7,32 m.

Calcule (au degré près) l'angle de tir \widehat{APB} d'un footballeur lorsqu'il tire un penalty.

(conseil : calcule d'abord \widehat{APO} dans le triangle AOP, en expliquant pourquoi ce triangle est rectangle).



la



Calcul de \widehat{APO}

Comme APB est un triangle isocèle, alors La bissectrice de \widehat{P} est aussi la hauteur issue du sommet principal P donc [OP] est perpendiculaire à [BA] mais aussi la médiane issue de P donc $OA = OB = 7,32 : 2 = 3,66$.

Ainsi le triangle POA est rectangle en O avec $OA = 3,66$ m.

$$\text{On a : } \tan \widehat{OPA} = \frac{OA}{OP} = \frac{3,66}{11}$$

$$\text{D'où } \widehat{APO} \approx 18,4^\circ$$

Comme [PO] est une bissectrice, alors : $\widehat{BPA} = 2 \times \widehat{OPA} \approx 2 \times 18,4^\circ \approx 36,8^\circ$

Conclusion : L'angle de tir est environ 37°

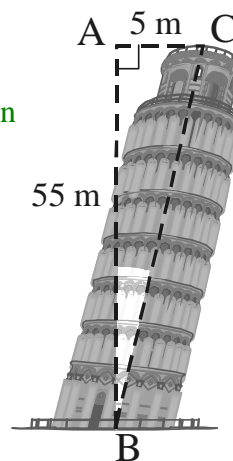
Exercice n°11 :

Le sommet de la tour de Pise s'écarte de la verticale d'environ 5 m et se trouve à environ 55 m du sol.

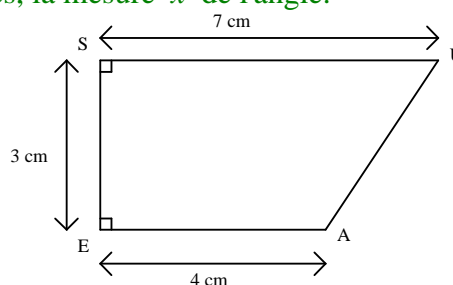
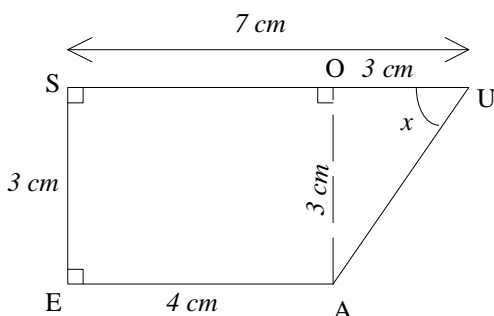
Calcule (au degré près) l'angle \widehat{ABC} que fait la tour avec la verticale.

Dans le triangle ACB rectangle en A, on a : $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{55} = \frac{1}{11}$

$$\text{D'où : } \widehat{ABC} \approx 5^\circ$$



Exercice n°12: Dans le trapèze SEAU, calculer à 0,01 près, la mesure x de l'angle.



Soit la perpendiculaire à [SU] passant par A, elle coupe [SU] en O.

Calcul de OU :

$$\text{On a } OU = SU - SO = 7 - 4 = 3$$

$$\text{OU} = 3 \text{ cm}$$

Calcul de OA

SEAO est un quadrilatère à 3 angles droits, donc SOAE est un rectangle, d'où : $SE = OA = 3 \text{ cm}$

Calcul de la mesure de l'angle \widehat{OUA}

Dans le triangle OUA rectangle en O, on a : $\tan \widehat{U} = \frac{OA}{OU} = \frac{3}{3} = 1$ soit $\widehat{U} = 45^\circ$

Conclusion : la mesure de l'angle \widehat{OUA} est 45°