

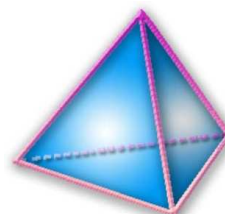
THEME 5

NOMBRES PREMIERS

Fractions irréductibles

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Effectuer des opérations sur les nombres en écriture fractionnaire
- ☞ Comment trouver tous les diviseurs d'un même nombre
- ☞ Comment reconnaître un nombre premier
- ☞ Décomposer un nombre entier positif en produit de facteurs premiers.
- ☞ Simplifier une fraction pour la rendre irréductible.



Exercice n°1:

1.

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$$

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3 \times 7}{5 \times 3 \times 3}$$

$$A = \frac{12}{5} - \frac{7}{15}$$

$$A = \frac{36}{15} - \frac{7}{15}$$

$$A = \frac{36-7}{15}$$

$$A = \frac{29}{15}$$

2.

$$B = \left(\frac{2}{3} - 3 \right) \div \frac{1}{9}$$

$$B = \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{3} \right) \div \frac{1}{9}$$

$$B = \frac{2-9}{3} \div \frac{1}{9}$$

$$B = -\frac{7}{3} \times \frac{9}{1}$$

$$B = -\frac{7 \times 3 \times 3}{3}$$

$$B = -21$$

Exercice n°2:

$a+b+c$ $= \frac{2}{3} + (-3) + \frac{-3}{4}$ $= \frac{8}{12} - \frac{36}{12} - \frac{9}{12}$ $= \frac{8-36-9}{12}$ $= -\frac{37}{12}$	$a+bc$ $= \frac{2}{3} + (-3) \times \frac{-3}{4}$ $= \frac{2}{3} + \frac{9}{4}$ $= \frac{8}{12} + \frac{27}{12}$ $= \frac{8+27}{12}$ $= \frac{35}{12}$	$\frac{a}{b} + c$ $= \frac{2}{-3} + \frac{-3}{4}$ $= -\frac{2}{3} \div 3 + \frac{-3}{4}$ $= -\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{-3}{4}$ $= -\frac{2}{9} - \frac{3}{4}$ $= -\frac{8}{36} - \frac{27}{36}$ $= \frac{-8-27}{36}$ $= -\frac{35}{36}$	$\frac{a}{b+c}$ $= \frac{2}{\left(-3 + \frac{-3}{4} \right)}$ $= \frac{2}{3} \div \left(-\frac{12}{4} + \frac{-3}{4} \right)$ $= \frac{2}{3} \div \left(\frac{-12-3}{4} \right)$ $= \frac{2}{3} \div \left(-\frac{15}{4} \right)$ $= -\frac{2}{3} \times \frac{4}{15}$ $= -\frac{8}{45}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ $= \frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{-3} + \frac{1}{\frac{-3}{4}}$ $= 1 \div \frac{2}{3} + 1 \div (-3) + 1 \div \frac{-3}{4}$ $= 1 \times \frac{3}{2} + 1 \times \frac{-1}{3} + 1 \times \frac{-4}{3}$ $= \frac{3}{2} - \frac{1}{3} - \frac{4}{3}$ $= \frac{9}{6} - \frac{2}{6} - \frac{8}{6}$ $= \frac{9-2-8}{6}$ $= -\frac{1}{6}$
--	--	--	--	--

Exercice n°3 :

$$A = 9 \times \frac{3}{2} - 10$$

$$A = \frac{27}{2} - 10$$

$$A = \frac{27}{2} - \frac{20}{2}$$

$$A = \frac{27 - 20}{2}$$

$$A = \frac{7}{2}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2 \times 1}{5 \times 2 \times 2}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$$

$$B = \frac{6}{10} - \frac{1}{10}$$

$$B = \frac{6 - 1}{10}$$

$$B = \frac{5}{10}$$

$$B = \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{34}{5} \div \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8} \right)$$

$$C = \frac{34}{5} \div \left(\frac{32}{40} - \frac{15}{40} \right)$$

$$C = \frac{34}{5} \div \frac{32 - 15}{40}$$

$$C = \frac{34}{5} \div \frac{17}{40}$$

$$C = \frac{34}{5} \times \frac{40}{17}$$

$$C = \frac{2 \times 17 \times 5 \times 8}{5 \times 17}$$

$$C = 16$$

$$D = \left(\frac{3}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{3} \right) \times \left(-\frac{5}{2} \right)$$

$$D = \frac{9}{4} + \frac{1 \times 5}{3 \times 2}$$

$$D = \frac{9}{4} + \frac{5}{6}$$

$$D = \frac{54}{24} + \frac{20}{24}$$

$$D = \frac{54 + 20}{24}$$

$$D = \frac{74}{24}$$

$$D = \frac{37}{12}$$

$$E = \frac{7 \times -25}{5 \times 9}$$

$$E = \frac{-7}{5} - \frac{1}{6}$$

$$E = \frac{-7 \times 6}{30} - \frac{5 \times 9}{30}$$

$$E = \frac{-35}{30} - \frac{5}{6}$$

$$E = \frac{-35}{30} - \frac{9}{6}$$

$$E = \frac{-35}{30} - \frac{7}{6}$$

$$E = -\frac{35}{9} \div \frac{7}{30}$$

$$E = -\frac{35}{9} \times \frac{30}{7}$$

$$E = -\frac{7 \times 5 \times 3 \times 10}{3 \times 3 \times 7}$$

$$E = -\frac{50}{3}$$

$$F = 3 - \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

$$F = 3 - \frac{\frac{6}{6} - \frac{3}{6} + \frac{2}{6}}{\frac{6}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6}}$$

$$F = 3 - \frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{6}}$$

$$F = 3 - \frac{5}{7}$$

$$F = 3 - \frac{5}{7}$$

$$F = 3 - \frac{5}{6} \div \frac{7}{6}$$

$$F = 3 - \frac{5}{6} \times \frac{6}{7}$$

$$F = 3 - \frac{5}{7}$$

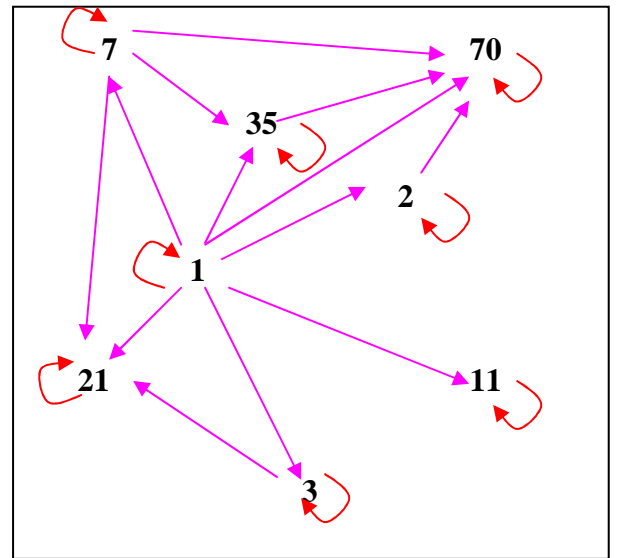
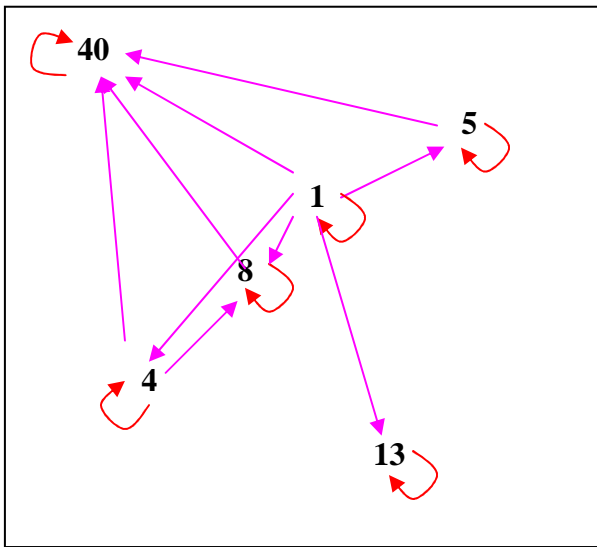
$$F = 3 - \frac{5}{7}$$

$$F = \frac{21 - 5}{7}$$

$$F = \frac{16}{7}$$

ACTIVITE 1: 1) Diviseur / Multiple : Ne pas confondre !

a) Les flèches ont été oubliées: Dans chaque cadre, si a est un diviseur de b , alors tu dois indiquer la flèche de a vers b . Exemple: 2 est un diviseur de 4



b) Vrai ou faux ?

- | | | | |
|----------------------------------|------|----------------------------|------|
| 1. 3 est un diviseur de 43 | Faux | 2. 7 est un diviseur de 21 | Vrai |
| 3. 240 est un multiple de 24 | Vrai | 4. 1 est un multiple de 67 | Faux |
| 5. 31 024 est un multiple de 113 | Faux | 6. 45 est un multiple de 5 | Vrai |
| 7. 5 est un diviseur de 450 | Vrai | | |

2) Trouver les diviseurs

a) Ecris par ordre croissant la liste complète des nombres qui divisent:

- 105 : Aide : Tu peux faire un tableau comme ci-dessous:

1	3	5	7
105	35	21	15
$1 \times 105 = 105$	$3 \times 35 = 105$	$5 \times 21 = 105$	$7 \times 15 = 105$

Les diviseurs de 105 sont : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 15 ; 21 ; 35 ; 105

- 72

1	2	3	4	6	8
72	36	24	18	12	9

Les diviseurs de 72 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72

- 48

1	2	3	4	6
48	24	16	12	8

Les diviseurs de 48 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48

- 400

1	2	4	5	8	10	16	20
400	200	100	80	50	40	25	20

Les diviseurs de 400 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 16 ; 20 ; 25 ; 40 ; 50 ; 80 ; 100 ; 200 ; 400

b) Complète:

7 101 est divisible par 9 , en effet, on peut écrire : $7\ 101 = 9 \times 789$

221 est divisible par 17 , en effet, on peut écrire : $221 = 17 \times 13$

3 312 est divisible par 36 , en effet, on peut écrire : $3\ 312 = 36 \times 92$

855 est divisible par 19, en effet, on peut écrire : $855 = 19 \times 45$.

Exercice n°4 : Associe à chaque nombre de la colonne de gauche ses diviseurs situés dans la colonne de droite.

135 • ses diviseurs sont 9 ; 5 ; 3

56 • ses diviseurs sont 2 ; 4 ; 7

60 • ses diviseurs sont 2 ; 4 ; 5 ; 3

21 • ses diviseurs sont 7 ; 3

120 • ses diviseurs sont 2 ; 4 ; 5 ; 3

Exercice n°5 : Trouve un nombre entier qui soit : diviseur de 45 ; multiple de 5 et le plus grand possible, mais strictement inférieur à 45.

1	3	5
45	15	9

Le nombre est 15

Exercice n°6 : 1. Ecris la liste des diviseurs de 35.

1	5
35	7

Les diviseurs de 35 sont : 1 ; 5 ; 7 ; 35

2. Ecris la liste des diviseurs de 42.

1	2	3	6
42	21	14	7

Les diviseurs de 42 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42

Exercice n°7 : Observe la liste suivante et complète :

109 ; 54 ; 90 ; 543 ; 801 ; 51 ; 120 ; 95 ; 792 ; 504

Les nombres divisibles par 2 sont : 54 - 90 - 120 - 792 - 504

Les nombres divisibles par 5 sont : 90 - 120 - 95

Les nombres divisibles par 3 sont : 54 - 90 - 543 - 801 - 51 - 120 - 792 - 504

Les nombres divisibles par 9 sont : 54 - 90 - 801 - 792 - 504

Exercice n°8 : Parmi les nombres :

21 ; 12 ; 15 ; 58 ; 619 ; 106 ; 999 ; 54 ; 416 ; 125 ; 296 ; 1 577 ; 540 ; 1 785 ; 204 ; 105

Quels sont les nombres divisibles par

a. 2 ? b. 3 ? c. 9 ? d. 5 ?

Les nombres divisibles par 2 sont : 12 - 58 - 106 - 54 - 416 - 296 - 540 - 204

Les nombres divisibles par 5 sont : 15 - 125 - 540 - 1 785 - 105

Les nombres divisibles par 3 sont : 21 - 12 - 15 - 999 - 54 - 540 - 1 785 - 204 - 105

Les nombres divisibles par 9 sont : 999 - 54 - 540

Exercice n°9:

- a. Ecris trois multiples de 5 divisibles par 9 : 45 - 90 - 360
- b. Ecris le plus grand diviseur de 36 : 36
- c. Trouve des multiples à la fois de 3 et de 5 ? : 15 - 60 - 225
Sont-ils tous des multiples de 15 ? Oui $15 = 15 \times 1$
 $60 = 15 \times 4$
 $225 = 15 \times 15$
- d. Trouve le plus grand multiple de 12 inférieur à 75 et le plus grand multiple de 36 inférieur à 100 : 72
 72 car $12 \times 6 = 72$ ($72 < 75$) et $36 \times 2 = 72$ ($72 < 100$)

Exercice n°10: Dans l'expression $n^2 - n + 11$, si on remplace n par n'importe quel nombre entier positif, obtient-on toujours un nombre ayant **exactement** deux diviseurs ? Fais des essais avec plusieurs nombres.

n	$n^2 - n + 11$	diviseurs	n	$n^2 - n + 11$	diviseurs
1	11	11 et 1	8	67	67 et 1
2	13	13 et 1	9	83	83 et 1
3	17	17 et 1	10	101	101 et 1
4	23	23 et 1	11	121	121 ; 11 et 1
5	31	31 et 1	12	143	143 ; 13 ; 11 et 1
6	41	41 et 1	13	167	167 et 1
7	53	53 et 1	14	193	193 et 1

Exercice n°11: Complète le tableau pour expliquer pourquoi chaque nombre n'est pas premier.

Nombre	752	465	471	586	850
Divisible par	2	5	3	2	10

Exercice n°12:

Entoure les nombres premiers : 1 - 3 - 7 - 8 - 10 - 11 - 13 - 14 - 16 - 17

Exercice n°13:

Ecris tous les nombres premiers compris entre 20 et 50 : 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47

Exercice n°14: Chacune des affirmations est-elle vraie ou fausse ? Justifie.

- 1) Un nombre premier peut avoir 0 comme chiffre des unités : Fausse
Un nombre se terminant par 0 est divisible par 10
- 2) Deux nombres premiers peuvent être consécutifs : Fausse
Un des deux nombres est obligatoire pair donc il n'est pas premier.
- 3) Un nombre impair est premier. : Fausse
15 est impair et il est divisible par 5 et par 3
- 4) La somme de deux nombres premiers est un nombre premier : Fausse
 $11 + 13 = 24$ et 24 est un nombre pair donc pas premier.

Exercice n°15: Complète pour obtenir 56 en un produit de facteurs premiers.

- 56 est divisible par 2 donc $56 = 2 \times 28$
- 28 est divisible par 2 donc $56 = 2 \times 2 \times 14$
- 14 est divisible par 2 donc $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$

Comme 7 est un nombre premier, alors la décomposition est terminée.

D'où : $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^3 \times 7$

Exercice n°16: Décompose chacun des nombres en un produit de facteurs premiers.

$$12 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$50 = 2 \times 25 = 2 \times 5^2$$

$$100 = 2 \times 50 = 2 \times 2 \times 25 = 2^2 \times 5^2$$

$$98 = 2 \times 49 = 2 \times 7^2$$

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$1\ 500 = 15 \times 100 = 3 \times 5 \times 4 \times 25 = 3 \times 5 \times 2^2 \times 5^2 = 2^2 \times 3 \times 5^3$$

$$63 = 7 \times 9 = 7 \times 3^2$$

$$49 = 7^2$$

$$250 = 25 \times 10 = 5^2 \times 2 \times 5 = 2 \times 5^3$$

$$1\ 000 = 10 \times 100 = 5 \times 2 \times 4 \times 25 = 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 5^3$$

Exercice n°17: A l'aide des critères de divisibilité, donne une écriture fractionnaire simplifiée.

$$\frac{5}{10} = \frac{5 \times 1}{5 \times 2} = \frac{1}{2} ; \quad \frac{18}{8} = \frac{2 \times 9}{2 \times 4} = \frac{9}{4} ; \quad \frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{4} ; \quad \frac{22}{33} = \frac{11 \times 2}{11 \times 3} = \frac{2}{3} ; \quad \frac{35}{28} = \frac{7 \times 5}{7 \times 4} = \frac{5}{4}$$
$$\frac{16}{4} = \frac{4 \times 4}{4} = 4 ; \quad \frac{4}{16} = \frac{4 \times 1}{4 \times 4} = \frac{1}{4} ; \quad \frac{45}{20} = \frac{5 \times 9}{5 \times 4} = \frac{9}{4} ; \quad \frac{20}{500} = \frac{10 \times 2}{10 \times 50} = \frac{2}{50} = \frac{2 \times 1}{2 \times 25} = \frac{1}{25} ;$$
$$\frac{300}{40} = \frac{10 \times 30}{10 \times 4} = \frac{30}{4} = \frac{2 \times 15}{2 \times 2} = \frac{15}{2}$$

Exercice n°18: 1. Sans effectuer de calculs, explique pourquoi $\frac{168}{180}$ n'est pas irréductible.

168 et 180 sont deux nombres pairs, donc divisibles par 2. Donc la fraction $\frac{168}{180}$ n'est pas irréductible.

2. Décompose 168 et 180 en produit de facteurs premiers puis rends irréductible la fraction $\frac{168}{180}$.

$$168 = 2 \times 84 = 2 \times 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 2 \times 21 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$180 = 18 \times 10 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\frac{168}{180} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$$

Exercice n°19: Par décomposition en produit de facteurs premiers rendre irréductible chaque fraction.

$$A = \frac{2^4 \times 3^2 \times 13^2}{2^2 \times 3^3 \times 5 \times 13} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13 \times 13}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 13} = \frac{2 \times 2 \times 13}{3 \times 5} = \frac{52}{15}$$

$$B = \frac{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3^2 \times 7} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

$$C = \frac{70}{196} = \frac{2 \times 35}{2 \times 98} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 49} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{5}{2 \times 7} = \frac{5}{14}$$

$$D = \frac{42}{504} = \frac{2 \times 21}{2 \times 252} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 126} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 63} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{1}{12}$$