

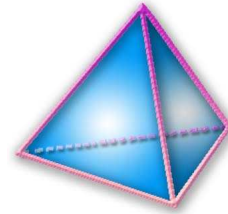
THEME 3 : CALCUL LITTERAL (1)

DEVELOPPEMENT - FACTORISATION

REDUCTION

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Réduire une expression littérale
- ☞ Développer en utilisant la simple distributivité.
- ☞ Développer en utilisant la double distributivité
- ☞ Développer en utilisant les identités remarquables.
- ☞ Factoriser une expression
- ☞ Factoriser en utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2$



« Pour prendre un bon départ »

Exercice n°1 : (Calculs sur des carrés / Règle des signes)

Rappel : $7^2 = 7 \times 7 = 49$. Sans calculatrice, calcule :

$$(-4)^2 = \dots\dots\dots ; \quad -4^2 = \dots\dots\dots ; \quad 2^2 \times (-5)^2 = \dots\dots\dots ;$$

$$2^2 \times (-5^2) = \dots\dots\dots$$

$$0,3^2 = \dots\dots\dots ; \quad (-0,5)^2 = \dots\dots\dots ; \quad (2-5)^2 = \dots\dots\dots$$

$$\left(-\frac{7}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots \quad -\left(\frac{7}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots \quad \frac{7^2}{3} = \dots\dots\dots$$

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots$$

Exercice n°2 : (Réduire une expression littérale)

Réduis, si possible, les expressions suivantes :

$$A = 7 + 3x = \dots\dots\dots ; \quad B = 7 \times 3x = \dots\dots\dots ; \quad C = 7x \times 3x = \dots\dots\dots ; \quad D = 7x + 3x = \dots\dots\dots$$

$$E = -5 \times 2x = \dots\dots\dots ; \quad F = -5 + 2x = \dots\dots\dots ; \quad G = -5x \times 2x = \dots\dots\dots ;$$

$$H = -5x + 2x = \dots\dots\dots ; \quad I = -8x \times (-3x) = \dots\dots\dots ; \quad J = -8x - 3x = \dots\dots\dots ;$$

$$K = -8 \times (-3x) = \dots\dots\dots ; \quad L = -8 - 3x = \dots\dots\dots ; \quad M = 10 - 3x = \dots\dots\dots ;$$

$$N = 10x \times (-3x) = \dots\dots\dots ; \quad O = 10 \times (-3x) = \dots\dots\dots ; \quad P = 10x - 3x = \dots\dots\dots .$$

$$Q = 5x + 3y - 7x^2 + 4x - 3x^2 + y = \dots\dots\dots$$

$$R = 4a^3 + 3a + 8a^2 - 5a^3 + 2a = \dots\dots\dots$$

Exercice n°3: a) Un exercice a été proposé à cinq élèves de 3°.

Voici le début de l'énoncé: **Soit l'expression** $A = (5x + 1)(x - 3) + (6 - x)(x - 3)$,..... ?

Voici la solution proposée par chacun des élèves ainsi que la note attribuée:

1er élève

$$A = 4x^2 - 5x - 21$$

Note: 0/2

2ème élève

$$A = (x - 3)(4x + 7)$$

Note: 2/2

3ème élève

$$A = (x - 3)(4x + 7)$$

$$A = 4x^2 - 5x - 21$$

Note: 0/2

4ème élève

$$A = (x - 3)(5x + 1 + 6 - x)$$

Note: 1/2

5ème élève

$$A = (5x^2 - 14x - 3) + (-x^2 + 9x - 18)$$

Note: 0/2

Questions: 1) Quelle était la question demandée.(complète les pointillés)?:

2) Que peux-tu dire sur la solution proposée par chacun des élèves ?

Elève 1:

Elève 2:

Elève 3:

Elève 4:

Elève 5:

b) Parmi les expressions suivantes, dire celles qui sont de forme développée ou factorisée.

$$A = 25x^2 + 30x + 9 \dots\dots\dots B = (2x + 3)^2 - 2(x + 4)(x + 3) \dots\dots\dots$$

$$C = (5x + 3)(x + 1) \dots\dots\dots D = (2a + 3)(a - 45) + a \dots\dots\dots$$

$$E = 7(3x - 4)(x + 6)(4x + 2) \dots\dots\dots F = \left(\frac{3}{9}a + \frac{7}{2}\right)\left(\frac{8}{5}a - \frac{1}{6}\right) \dots\dots\dots$$

c) Pour chaque expression suivante, quelle est la question qu'on pourrait demandée ?

$$G = (3x - 8)(x + 1) - (x + 1) \dots\dots\dots H = 5a + 3a - 2a \dots\dots\dots$$

$$I = (7y + 1)(6 + 8y) \dots\dots\dots J = 18(3x + 4y - 7z) \dots\dots\dots$$

d) Réduire les expressions suivantes et dire si la solution obtenue est sous une forme factorisée ou développée.

$$K = 5a + 3a - 2a = \dots\dots\dots ; \quad L = x(3 - 5 + 8) - 6x = \dots\dots\dots$$

$$M = (1 + 1 + 1 + x)x = \dots\dots\dots$$

$$N = 2(b + c) - 4c + b = \dots\dots\dots$$

$$O = 3x(x - 5) + 2x = \dots\dots\dots$$

$$P = \frac{5}{4}y - y = \dots\dots\dots$$

Exercice n°4: Développe et réduis les expressions suivantes comme l'exemple ci-dessous:

$$(x+3)(x+2) = x \times x + x \times 2 + 3 \times x + 3 \times 2 = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

$A = (5x+2)(2x+3)$

$B = (2y+3)(5y+4)$

$C = (3+7x)(9x+1)$

$E = (5x-2)(2x+3)$

$F = (2y+3)(5y-4)$

$G = (3-7x)(9x+1)$

$I = (5x-2)(2x-3)$

$J = (2y-3)(5y-4)$

$K = (3-7x)(9x-1)$

$L = (x+3)(y+7)$

$M = (2t+1)(3u-4)$

$N = \left(\frac{5}{3}x + \frac{6}{5}\right)\left(\frac{5}{6}y - 3\right)$

Exercice n°5: Développe et réduis les expressions suivantes comme l'exemple ci-dessous:

On effectue en priorité des produits. Puis on supprime les parenthèses et on réduit les termes semblables.

$$A = (2x+3)(x-2) - (x+5)(x-1)$$

$A = [2x^2 - 4x + 3x - 6] - [x^2 - x + 5x - 5] \leftarrow$ Mettre des crochets et développe.

$A = (2x^2 - x - 6) - (x^2 + 4x - 5) \leftarrow$ Réduis dans les crochets..

$A = 2x^2 - x - 6 - x^2 - 4x + 5 \leftarrow$ Supprime les parenthèses.

$A = x^2 - 5x - 1 \leftarrow$ Réduis

$A = (3x+4)(2x+5) + (4x-5)(2x-3) \quad ; \quad B = (x+2)(2x-1) - (x-3)(x+1)$

$C = 3x(2x+3) + (4x-5)(2x-3) \quad ; \quad D = (x+3)(x-3) - 5(-2x+3x+7)$

$E = x(x+2) + x(x+3)$

$F = -5(3x+4) - (3x-4)(x-7)$

$G = 2x(x-5) + x(3x+7) + 2(x-1)$

$H = x(x+2)(x+3)$

$I = x(2x-7y+5)$

$J = (x+5)(x-y+4)$

$K = 5 - 2x(4x-5) + (3x-2)(x-5)$

ACTIVITE 1: Factoriser en utilisant la distributivité (première partie)

Tu observes les 2 exemples puis tu factorises les écritures qui suivent (On te donnera dans chaque cas un exemple type).

	Exemple 1:	Exemple 2:
factoriser:	$3x - 3y$	$a^2 + 5a$
1er étape:	$3x - 3y$	$a \times a + 5 a$
Recherche d'un facteur commun	un nombre ⌘	une lettre ⌘
2éme étape:	$3(x - y)$	$a(a + 5)$
Factorisation.		

1. *Exemple: $2x + 2y = 2(x + y)$*

$5x + 5y = \dots$; $8a + 8b = \dots$; $7x - 7y = \dots$; $9u + 9w + 9x = \dots$
 $32a - 32b - 32c = \dots$; $\frac{2}{5}x - \frac{2}{5}y + \frac{2}{5}z = \dots$

2. *Exemple: $5x + xy = x(5 + y)$*

$xy + 3x = \dots$; $ab + 2a = \dots$; $3xy + 2y = \dots$; $xy - 5y = \dots$
 $3a - 8ab = \dots$; $4x - 7x - xy = \dots$

3. *Exemple: $48a + 24b = 24 \times 2a + 24b = 24(2a + b)$*

$16x - 4y = \dots$; $18a + 6b = \dots$
 $21x - 14y = \dots$; $4a + 8b + 4c = \dots$
 $48x + 24 = \dots$; $10x + 15y + 25z = \dots$

4. *Exemple: $a^2 + 2a = a \times a + 2a = a(a + 2)$*

$x^2 + 5x = \dots$; $19t + t^2 = \dots$
 $9y^2 - 7y = \dots$; $xy^2 + x^2y = \dots$
 $6x^3 + 7x^2 - x = \dots$; $xy^2 + x^2y = \dots$

ACTIVITE 2 :

Factoriser en utilisant la distributivité (deuxième partie)

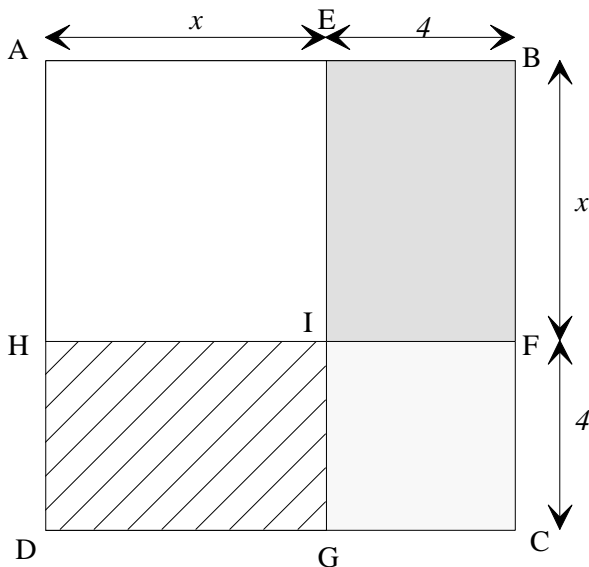
Complète:

$A = (3x + 5)(2x - 7) + (3x + 5)(4x - 1)$	$B = (3x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)(8x + 5)$
$A = (3x + 5)[(\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots)]$	$B = (\dots\dots\dots)[(3x - 2) - (\dots\dots\dots)]$
$A = (3x + 5)[\dots\dots\dots]$	$B = (\dots\dots\dots)[3x - 2\dots\dots\dots]$
$A = (3x + 5)(\dots\dots\dots)$	$B = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$
$C = (x - 7)^2 + (x - 7)(4x + 1)$	$D = 2(3x + 4) - (4x + 3)(3x + 4)$
$C = (x - 7)(\dots\dots\dots) + (x - 7)(4x + 1)$	$D = (\dots\dots\dots)[\dots\dots - (\dots\dots\dots)]$
$C = (x - 7)[(\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots)]$	$D = (\dots\dots\dots)[\dots\dots\dots]$
$C = (x - 7)[\dots\dots\dots]$	$D = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$
$C = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$	

Exercice n°6: Factorise les expressions suivantes :

- | | |
|--|--|
| <p>$A = (x + 1)(x + 4) + (x + 1)(3x + 7)$</p> <p>$B = (3x + 2)(5x + 1) + (3x + 2)(3 - 2x)$</p> <p>$C = (x + 2)(x + 7) + (x + 7)(x + 3) + (x + 2)(x + 7)$</p> <p>$D = (2x - 3)(7x + 4) + (7x + 4)(3x - 1)$</p> <p>$E = (x + 2)(5x - 4) + (5 - 4x)(x + 2)$</p> <p>$F = (3x - 2)(4x + 1) + 6(3x - 2)$</p> | <p>$G = 3(5x + 2) + (3x - 5)(5x + 2)$</p> <p>$H = (2x + 3)(x - 4) + 2x + 3$</p> <p>$I = 2x(x + 3) - (x + 3)$</p> <p>$J = (2x + 3)(4x - 1) - (2x + 3)(7x + 9)$</p> <p>$K = (x + 3)^2 - (x + 3)$</p> <p>$L = (3x - 8)(5x - 1) - 2(3x - 8)$</p> |
|--|--|

ACTIVITE 3:



1^{er} partie

1. a. x désigne un nombre positif qui représente la longueur AE.

Exprime en fonction de x sous la forme d'une seule expression élevée au carré l'aire du carré ABCD :

.....

b. Exprime, en fonction de x , l'aire du carré ABCD comme la somme des aires des rectangles AEIH, EBFI, IFCG et HDIG :

.....

.....

c. En déduire que $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$:

2. Calcule mentalement 103^2 :

3. Développe et réduis : $(a + b)^2$:

$(a - b)^2$:

2^{ème} partie

1. Développe et réduis le produit $(a + b)(a - b)$

2. En déduire un calcul mental de 102×98 :

3^{ème} partie : Bilan

Complète :

$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$; $(a - b)^2 = \dots\dots\dots$; $(a + b)(a - b) = \dots\dots\dots$

4^{ème} partie

A l'aide de ces trois identités remarquables, développe et réduis, sans écrire de calculs intermédiaires les expressions suivantes :

$(x + 5)^2 = \dots\dots\dots$; $(x - 3)^2 = \dots\dots\dots$; $(x - 7)(x + 7) = \dots\dots\dots$

Exercice n°7: 1°) Calcule les nombres suivants pour $x = 1$, puis pour $x = 3$.

a) $3x^2$ puis $(3x)^2$	b) $(x + 2)^2$ puis $x^2 + 4$	c) $(x - 5)^2$ puis $x^2 - 25$
Pour $x = 1$	Pour $x = 1$	Pour $x = 1$
.....
Pour $x = 3$	Pour $x = 3$	Pour $x = 3$
.....

2°) Complète par " $=$ " ou " \neq "

a) $3x^2$ $(3x)^2$ b) $(x + 2)^2$ $x^2 + 4$ c) $(x - 5)^2$ $x^2 - 25$

3°) Complète:

$(2x)^2 = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ $(ab)^2 = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ $2 \times 8a = \dots\dots\dots$

$(5x)^2 = \dots\dots\dots$ $(-3x)^2 = \dots\dots\dots$ $-3 \times 2y = \dots\dots\dots$

$164a^2 = (\dots\dots\dots)^2$ $6x = 2 \times \dots\dots\dots$ $8t = 2 \times \dots\dots\dots$

$48y = 2 \times \dots\dots\dots$ $-t = 2 \times \dots\dots\dots$ $169y^2 = (\dots\dots\dots)^2$

$\frac{4}{3}u = 2 \times \dots\dots\dots$ $\left(-\frac{2}{3}v\right)^2 = \dots\dots\dots$ $\frac{16}{9}w^2 = (\dots\dots\dots)^2$

$-2 \times 7v = \dots\dots\dots$ $\frac{-t}{2} = -2 \times \dots\dots\dots$ $\frac{4}{3}y = 2 \times \dots\dots\dots$

Exercice n°8: Développe le plus rapidement possible:

$$(x + 5)^2 = \dots + \dots + \dots = \dots$$

$$(x - 2)^2 = \dots - \dots + \dots = \dots$$

$$(x + 4)^2 = \dots$$

$$(-7 - y)^2 = \dots$$

$$(2x - 9)^2 = \dots$$

$$(-x + 7)^2 = \dots$$

$$(5x + 1)^2 = \dots$$

$$(12x - 1)^2 = \dots$$

$$(9 - x)^2 = \dots$$

$$(2 + 3x)^2 = \dots$$

$$(2y - 1)^2 = \dots$$

$$(6 + y)^2 = \dots$$

$$(-x - 5)^2 = \dots$$

$$(8x + 3)^2 = \dots$$

$$(z - 5)^2 = \dots$$

$$(7x - 3)^2 = \dots$$

$$(-3x - 2)^2 = \dots$$

$$(-5x - 3)^2 = \dots$$

Exercice n°9: 1°) Complète:

$(x-3)(x+3) = \dots\dots\dots$ $(2x+5)(2x-5) = \dots\dots\dots$

2°) Développe le plus rapidement possible:

$(y-7)(y+7) = \dots\dots\dots$ $(3-x)(3+x) = \dots\dots\dots$

$\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = \dots\dots\dots$ $(2x+3)(2x-3) = \dots\dots\dots$

$(2-3x)(2+3x) = \dots\dots\dots$ $\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right) = \dots\dots\dots$

Exercice n°10 : Complète :

a) $(x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25$; **b)** $(y - \dots)^2 = \dots - \dots + 1$; **c)** $(z + \dots)^2 = \dots + 8z + \dots$;

d) $(n + \dots)(n - \dots) = \dots - 49$; **e)** $(\dots + 4)^2 = 9x^2 + \dots + \dots$; **f)** $(\dots - 5)^2 = 16x^2 - \dots + \dots$

Exercice n°11 : Calcule de tête en rédigeant les calculs comme dans l'exemple :

$31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

$21^2 = \dots\dots\dots$

$19^2 = \dots\dots\dots$

$19 \times 21 = \dots\dots\dots$

$89^2 = \dots\dots\dots$

$91^2 = \dots\dots\dots$

$91 \times 89 = \dots\dots\dots$

$201^2 = \dots\dots\dots$

$199^2 = \dots\dots\dots$

ACTIVITE 4 : Factoriser en utilisant les identités remarquables.

1. Complète:

$$4x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 9x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 16x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 25x^2 = (\dots\dots\dots)^2$$

$$36x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 49x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 64x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 81x^2 = (\dots\dots\dots)^2$$

$$121x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 144x^2 = (\dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad 169x^2 = (\dots\dots\dots)^2$$

$$24x = 2 \times 4x \times 3 \quad ; \quad 30x = 2 \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \quad ; \quad 160x = 2 \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

2. Complète le tableau suivant:

	De la forme:			Valeur de a et b
	$a^2 + 2ab + b^2 ?$	$a^2 - 2ab + b^2 ?$	$a^2 - b^2 ?$	
$4x^2 + 4x + 1$				
$16x^2 - 25$				
$9x^2 - 6x + 1$				
$64x^2 - 169$				
$36x^2 - 84x + 49$				
$25x^2 + 30x + 9$				

3. D'après le tableau de la question 2. et en te servant de la question 1. Factorise les expressions suivantes:

$$4x^2 + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = (\dots\dots\dots + 5)^2 \quad ; \quad x^2 - \dots\dots\dots + 100 = (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)^2$$

$$\dots\dots\dots + 14x + \dots\dots\dots = (x + \dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad x^2 - 16 = (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)$$

$$\dots\dots\dots - 12x + 4 = (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)^2 \quad ; \quad x^2 - \dots\dots\dots = (\dots\dots\dots + 7)(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)$$

Exercice n°12 : Factorise :

$$A = 4x^2 + 4x + 1 \quad ; \quad B = 16x^2 - 25 \quad ; \quad C = 9x^2 - 6x + 1 \quad ; \quad D = 64x^2 - 169 \quad ; \quad E = 36x^2 - 84x + 49$$

$$F = 121x^2 - 9 \quad ; \quad G = 64x^2 + 80x + 25 \quad ; \quad H = 4x^2 - 36x + 81 \quad ; \quad I = 9x^2 + 12x + 4$$

$$J = 9 - 16x^2 \quad ; \quad K = 25x^2 - 30x + 9 \quad ; \quad L = 25x^2 + 30x + 9$$

ACTIVITE 5 : Reconnaître une factorisation de deux carrés $a^2 - b^2$

On veut factoriser les expressions suivantes:

$$A = 36 - (x+5)^2 \quad ; \quad B = (2x-1)^2 - (x+2)^2 \quad ; \quad C = 9(x+7)^2 - (4x-3)^2$$

Complète :

$$A = 36 - (x+5)^2$$

$$A = \dots^2 - (x+5)^2$$

$$A = [\dots - (\dots)] [\dots + (\dots)]$$

$$A = (\dots)(\dots)$$

$$A = (\dots)(\dots)$$

$$B = (2x-1)^2 - (x+2)^2$$

$$B = [(\dots) - (\dots)] [(\dots) + (\dots)]$$

$$B = (\dots)(\dots)$$

$$B = (\dots)(\dots)$$

$$C = 9(x+7)^2 - (4x-3)^2$$

$$C = [3(\dots)]^2 - (\dots)^2$$

$$C = (\dots)^2 - (\dots)^2$$

$$C = [(\dots) - (\dots)] [(\dots) + (\dots)]$$

$$C = (\dots)(\dots)$$

$$C = (\dots)(\dots)$$

Exercice n°13 : Factorise

$$A = (x+3)^2 - 25 \quad ; \quad B = (x+8)^2 - (3x-1)^2 \quad ; \quad C = 49 - 25(x-6)^2 \quad ; \quad D = (3-4x)^2 - (x+1)^2$$

ACTIVITE 6 : Factorisations utilisant mise en facteur commun et identités remarquables successivement

On veut factoriser les expressions $A = (x^2 + 2x + 1) - (5x + 3)^2$; $B = (x^2 + 4x + 4) - (x + 2)(2x + 5)$

Complète :

$$A = (x^2 + 2x + 1) - (5x + 3)^2$$

$$A = (\dots)^2 - (5x + 3)^2$$

$$A = [(\dots) - (\dots)] [(\dots) + (\dots)]$$

$$A = (\dots)(\dots)$$

$$A = (\dots)(\dots)$$

$$B = (x^2 + 4x + 4) - (x + 2)(2x + 5)$$

$$B = (\dots)^2 - (x + 2)(2x + 5)$$

$$B = (\dots)(\dots) - (x + 2)(2x + 5)$$

$$B = (\dots) [(\dots) - (\dots)]$$

$$B = (\dots)(\dots)$$

$$B = (\dots)(\dots)$$

Exercice n°14 : Factorise les expressions suivantes :

$$A = (x+1)(x+2) - 5(x^2 + 4x + 4) \quad ; \quad B = 3(2x+1) + 4x^2 - 1 \quad ; \quad C = x^2 - 9 + (x+3)(x-9)$$

$$D = 9x^2 - 4 - (3x-2)(9x-4) \quad ; \quad E = x^2 - 2x + 1 - (x-2)^2 \quad ; \quad F = (2x+1)^3 - 9(2x+1)$$