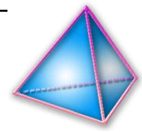
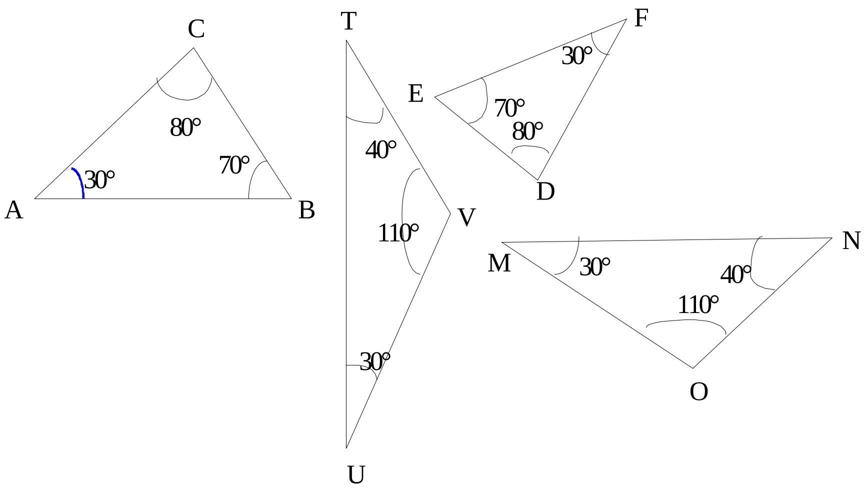
Thème N°2 : TRIANGLES
Triangles semblables



A la fin du thème, tu dois savoir :
- Définition de deux triangles semblables
- Propriétés sur les longueurs proportionnelles.

Exercice n°1 : Trouve les paires de triangles semblables



ABC et EDF sont deux triangles semblables.
TVU et MNO sont deux triangles semblables.

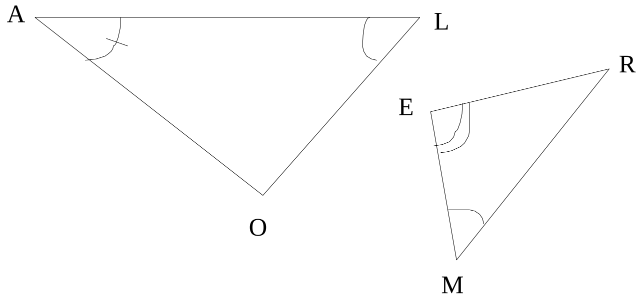
Exercice n°2 : Ces triangles MER et LOA sont semblables. Quel est l'homologue :

a. du sommet L ? M.

b. du sommet E ? O

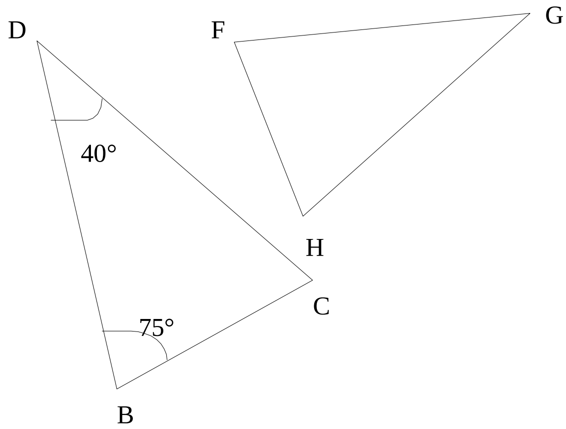
c. du côté [ME] ? [LO].

d. de l'angle $\widehat{OAL}$? $\widehat{ERM}$.



Exercice n°3 :
Ces triangles BCD et FGH sont semblables. Les côtés [BC] et [HF] sont homologues, de même que les côtés [GF] et [BD].

Sommets homologues	Angles homologues
B et F	$\widehat{DBC}$ et $\widehat{GFH}$.
D et G	$\widehat{BDC}$ et $\widehat{FGH}$
C et H	$\widehat{BCD}$ et $\widehat{FHG}$



Exercice n°4 :

Dans un triangle ABC : $\widehat{ABC} = 48°$ et $\widehat{ACB} = 50°$.

Dans un triangle RST : $\widehat{RST} = 50°$ et $\widehat{RTS} = 82°$.

1°) Dans le triangle ABC, calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

Sachant que la somme des angles dans un triangle est égale 180°, on a :

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

$\widehat{A} + 48° + 50° = 180°$

$\widehat{A} + 98° = 180°$

$\widehat{A} = 180° – 98°$

$\widehat{A} = 82°$

2°) Dans le triangle RST, Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SRT}$.

Sachant que la somme des angles dans un triangle est égale 180°, on a :

$\widehat{R} + \widehat{S} + \widehat{T} = 180°$

$\widehat{R} + 50° + 82° = 180°$

$\widehat{R} + 132° = 180°$

$\widehat{R} = 180° - 132°$

$\widehat{R} = 48°$

3°) Ces deux triangles sont-ils semblables ?

On a : $\widehat{B} = \widehat{R} = 48°$ et $\widehat{C} = \widehat{S} = 50°$ et $\widehat{A} = \widehat{T} = 82°$

D'après la propriété :

Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables

Conclusion : Les triangles ABC et TRS sont semblables

Exercice n°5 :

Dans un triangle EDF, $\widehat{DEF} = 34°$ et $\widehat{EFD} = 102°$.

Dans un triangle IJK, $\widehat{JIK} = 102°$ et $\widehat{JKI} = 42°$

Ces deux triangles sont-ils semblables ?

Dans le triangle EDF, sachant que la somme des angles dans un triangle est égale 180°, on a :

$\widehat{D} + \widehat{E} + \widehat{F} = 180°$

$\widehat{D} + 34° + 102° = 180°$

$\widehat{D} + 136° = 180°$

$\widehat{D} = 180° – 136°$

$\widehat{D} = 44°$

Dans le triangle IJK, sachant que la somme des angles dans un triangle est égale 180°, on a :

$\widehat{J} + \widehat{I} + \widehat{K} = 180°$

$\widehat{J} + 102° + 42° = 180°$

$\widehat{J} + 144° = 180°$

$\widehat{J} = 180° - 144°$

$\widehat{J} = 36°$

3°) Ces deux triangles sont-ils semblables ?

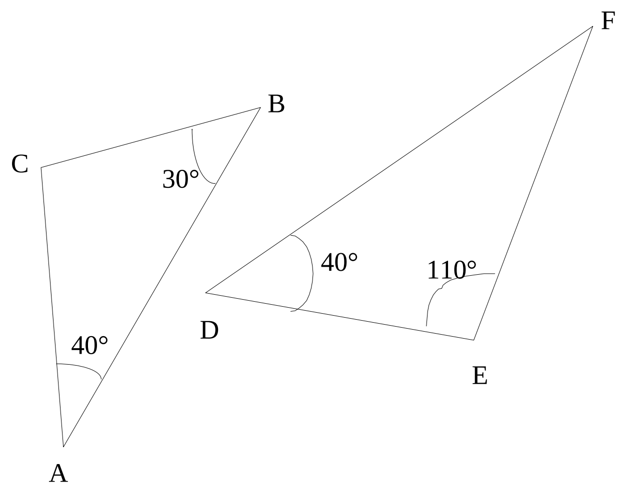
On a : $\widehat{E} \neq \widehat{J}$ et $\widehat{D} \neq \widehat{K}$ et $\widehat{I} = \widehat{F} = 102°$

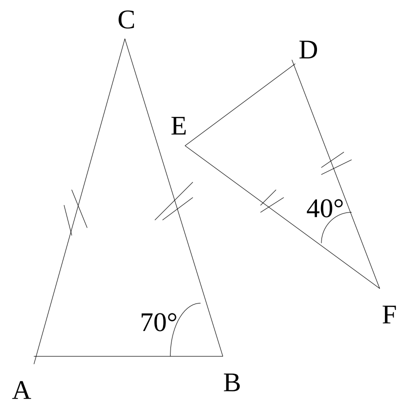
D'après la propriété :

Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables

Conclusion : Les triangles EDF et IJK ne sont pas semblables

Exercice n°6 : Dans chaque cas, explique pourquoi les triangles ABC et DEF sont semblables.





CAS 1 :
Dans le triangle ABC, Sachant que la somme des angles dans un triangle est égale à 180°, on a :

$\widehat{BCA} + \widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 180°$

$\widehat{BCA} + 30° + 40° = 180°$

$\widehat{BCA} + 70° = 180°$

$\widehat{BCA} = 180° - 70°$

$\widehat{BCA} = 110°$

Ainsi : $\widehat{ACB} = \widehat{DEF} = 110°$ et $\widehat{CAB} = \widehat{EDF} = 40°$
D'après la propriété :
Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables
Conclusion : Les triangles ABC et DEF sont semblables

CAS 2 :
Dans le triangle ABC, Sachant que la somme des angles dans un triangle est égale à 180°, on a :

$\widehat{BCA} + \widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 180°$

$\widehat{BCA} + 70° + 70° = 180°$

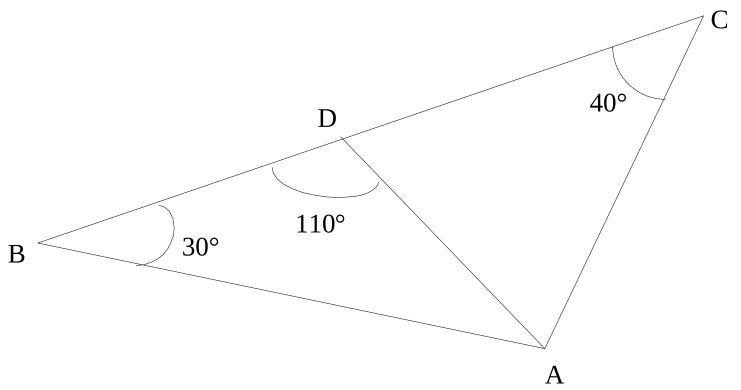
$\widehat{BCA} + 140° = 180°$

$\widehat{BCA} = 180° - 140°$

$\widehat{BCA} = 40°$

Ainsi : $\widehat{BCA} = \widehat{DEF} = 40°$ et $\widehat{CAB} = \widehat{EDF} = 70°$
D'après la propriété :
Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables
Conclusion : Les triangles ABC et DEF sont semblables

Exercice n°7 : Explique pourquoi les triangles ABD et ABC sont semblables.



Dans le triangle ABC

Sachant que la somme des angles dans un triangle est égale à 180°, on a :

$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180°$

$\widehat{BAC} + 30° + 40° = 180°$

$\widehat{BAC} + 70° = 180°$

$\widehat{BAC} = 180° - 70°$

$\widehat{BAC} = 110°$

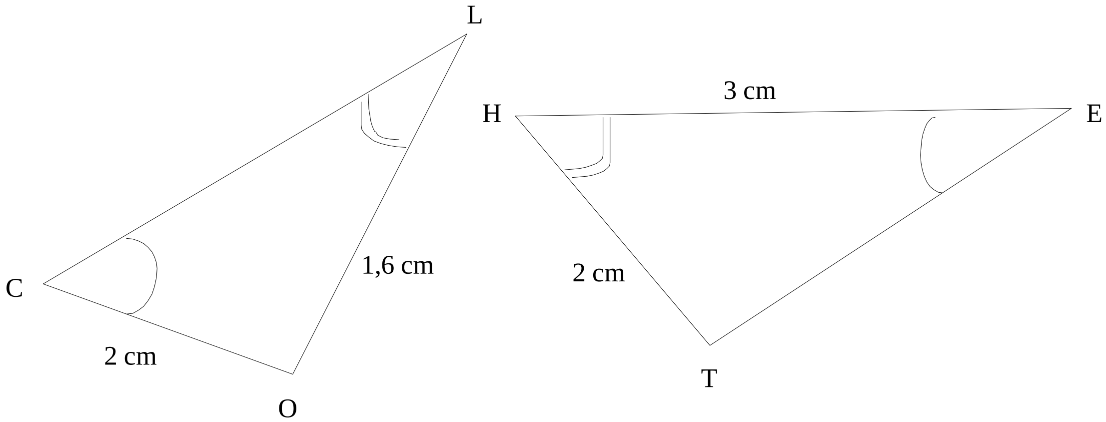
Ainsi : $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} = 30°$ et $\widehat{BAC} = \widehat{BDA} = 110°$

D’après la propriété :

Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables

Conclusion : Les triangles ABC et ABD sont semblables

Exercice n°8 : On sait que les triangles CLO et EHT sont semblables.



1°) Complète le tableau :

Sommets homologues	Côté homologues
C et E	[OL] et [HT]
L et H	[CO] et [ET]
O et T	[CL] et [HE]

2°) Complète ces égalités de rapports de longueurs : $\frac{LO}{HT} = \frac{CL}{HE} = \frac{OC}{ET}$

3°) Calcule les longueurs CL et TE.

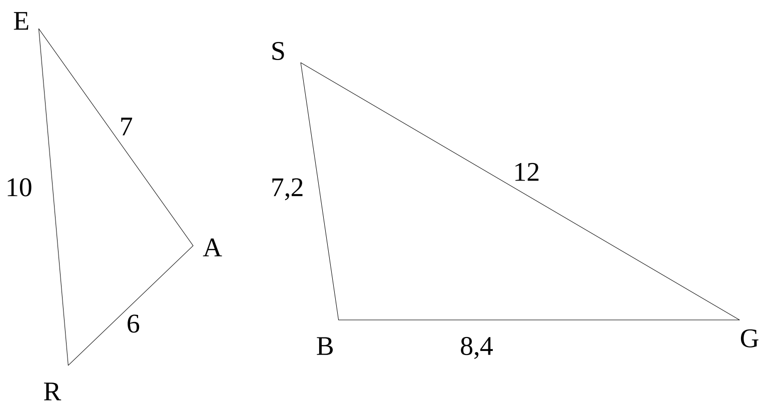
On a : $\frac{1{,}6}{2} = \frac{CL}{3} = \frac{2}{ET}$

Soit : $\frac{1{,}6}{2} = \frac{CL}{3}$ $\qquad$ $\frac{1{,}6}{2} = \frac{2}{ET}$

$CL = \frac{1{,}6 \times 3}{2} = 2{,}4$ $\qquad$ $ET = \frac{2 \times 2}{1{,}6} = 2{,}5$

Conclusion : CL = 2,4 cm et ET = 2,5 cm

Exercice n°9 : Les triangles ERA et SBG sont-ils semblables ? (Toutes les longueurs sont en cm)



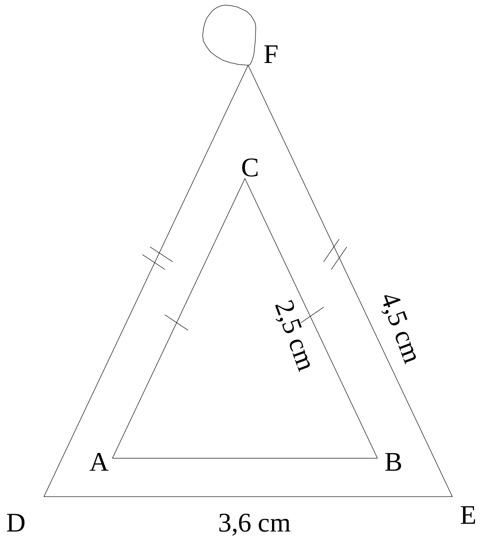
D'après la propriété :
Si les longueurs des côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

On a : $\frac{SG}{ER} = \frac{12}{10} = 1{,}2$; $\frac{BG}{EA} = \frac{8{,}4}{7} = 1{,}2$ et $\frac{SB}{AR} = \frac{7{,}2}{6} = 1{,}2$

Comme les longueurs de AER sont proportionnelles aux longueurs de SBG, alors les triangles AER et SBG sont semblables.

Exercice n°10 :

Les triangles ABC et FED de ce pendentif sont deux triangles semblables. Calcule la longueur AB.



Comme les triangles ABC et FED sont semblables, alors d'après la propriété : Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles.

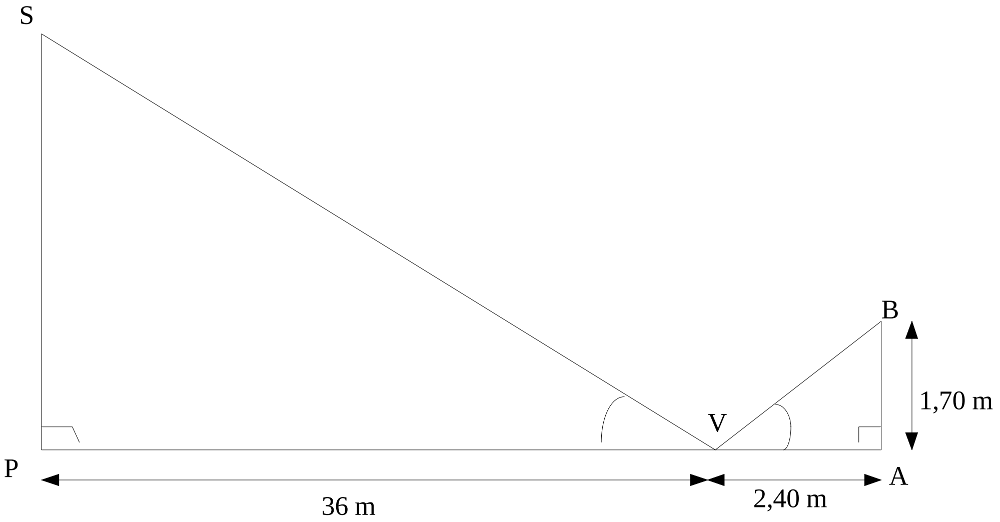
Donc : $\dfrac{CB}{FE} = \dfrac{AB}{DE}$, c'est-à-dire $\dfrac{2,5}{4,5} = \dfrac{AB}{3,6}$

Et donc $AB = \dfrac{2,5 \times 3,6}{4,5} = 2$

Conclusion : La longueur AB mesure 2 cm

Exercice n°11 :

Pour estimer la hauteur d'un geyser [PS], un explorateur [AB] le regarde dans un miroir (V) dans lequel il réussit à voir le sommet S.
Calcule la hauteur de ce geyser.



On a : $\widehat{PVS} = \widehat{AVB}$ et $\widehat{SPA} = \widehat{VAB}$ et $\widehat{PSV} = \widehat{VBA}$

D'après la propriété :

Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables

Conclusion : Les triangles SPV et VAB sont semblables

Ainsi, d'après la propriété :

Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles.

Alors : $\frac{VA}{VP} = \frac{AB}{SP}$, c'est-à-dire $\frac{2,4}{36} = \frac{1,7}{SP}$

Et donc $SP = \frac{36 \times 17}{2,4} = 25,5$

Conclusion : La hauteur du geyser s'élève à 25,5 m