

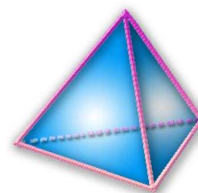
# THEME 18 : GEOMETRIE DE L'ESPACE (2)

## MODELISER UNE SITUATION SPATIALE - Section TRANSFORMATIONS

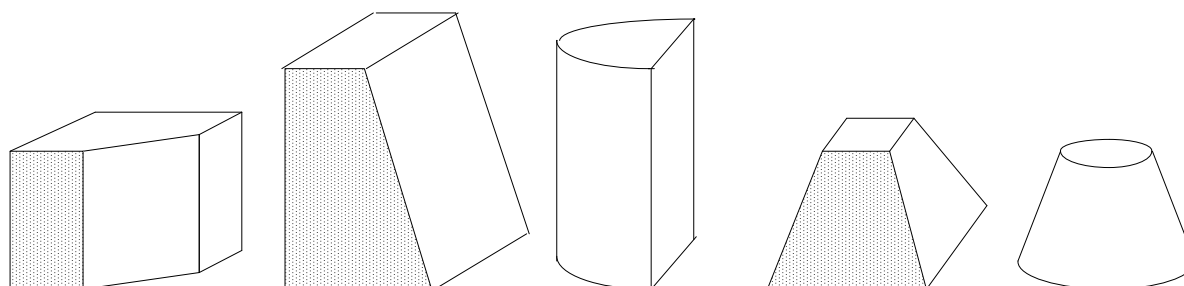
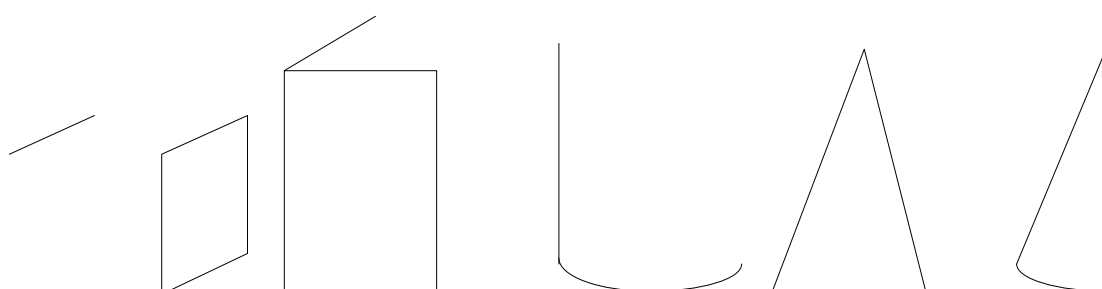
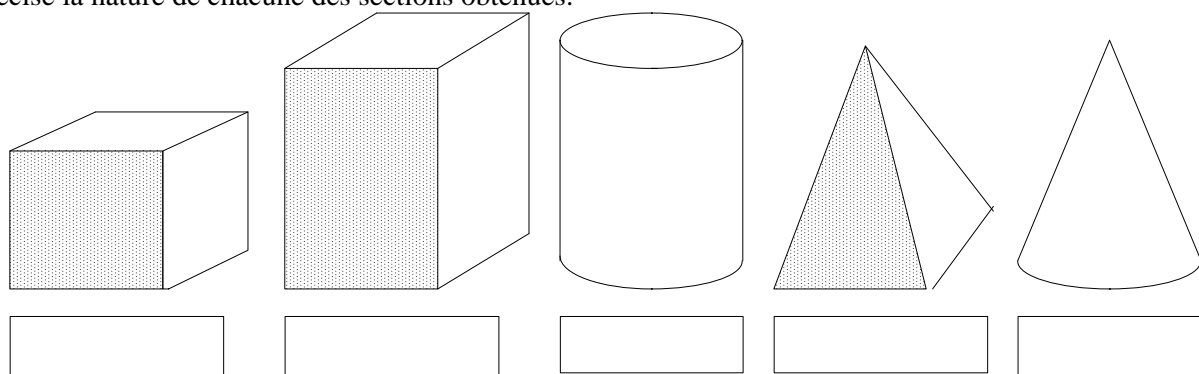
### EFFET D'UN AGRANDISSEMENT - REDUCTION

*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Dessiner et calculer l'aire d'une section d'un pavé droit par un plan.
- ☞ Calculer les dimensions de la section d'un cylindre par un plan.
- ☞ Calculer le volume d'un cône « réduit »
- ☞ Comment calculer le rayon de la section d'une sphère par un plan.
- ☞ Représenter la section d'un prisme droit par un plan avec Geogebra.
- ☞ Agrandissement - Réduction
- ☞ Comprendre les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs et les angles
- ☞ Comprendre les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les Aires et les volumes
- ☞ Comprendre l'effet d'une homothétie sur une figure
- ☞ Trouver le coefficient d'agrandissement ou de réduction.



- ACTIVITE 1:**
1. Quels sont les noms des 5 solides suivants (inscrit le dans les rectangles prévus à cet effet).
  2. Complète ensuite les représentations en perspective en faisant apparaître en pointillés les parties invisibles.
  3. On a coupé chaque solide parallèlement ou perpendiculairement à une face, ou à une arête. Colorie chaque section (résultat de la coupe ) en rouge et représente le contour de ces sections sur les solides d'origine.
  4. Précise la nature de chacune des sections obtenues.



Nature:  
.....

Nature:  
.....

Nature:  
.....

Nature:  
.....

Nature:  
.....

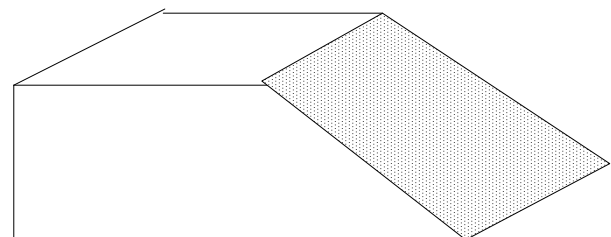
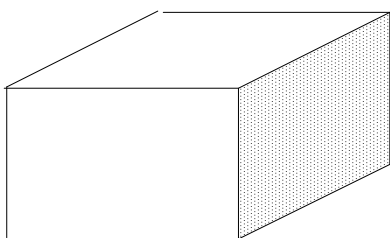
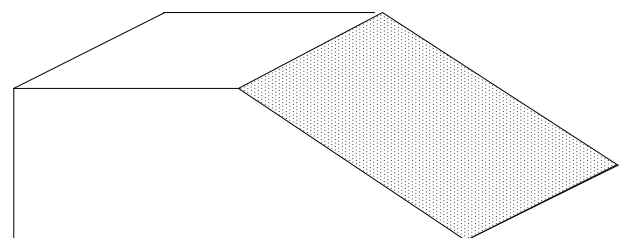
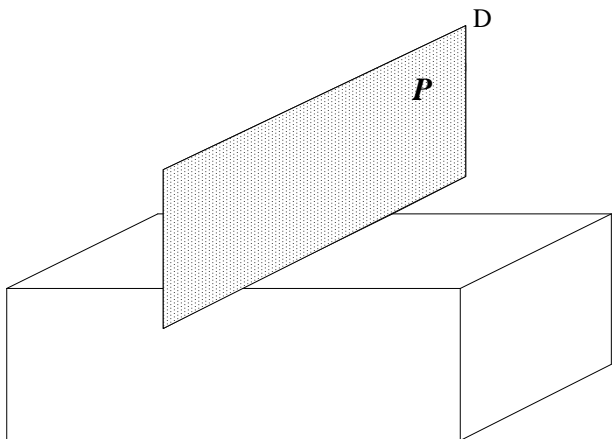
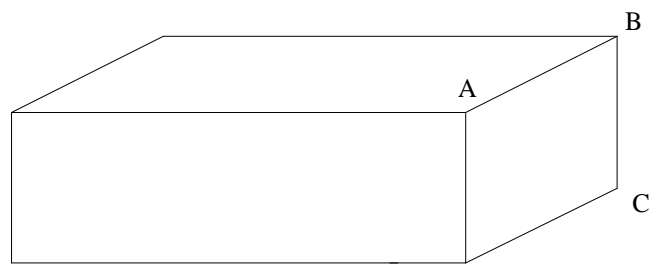
**ACTIVITE 2:**

Pour chaque question, dis sur lequel des dessins 1, 2 ou 3 apparaît en pointillés la section du pavé droit et du plan P. Dessine alors cette section en vraie grandeur.

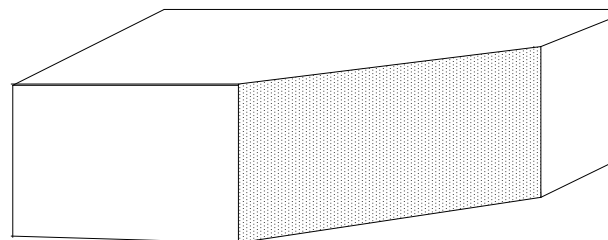
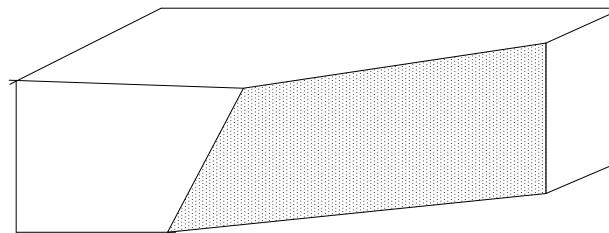
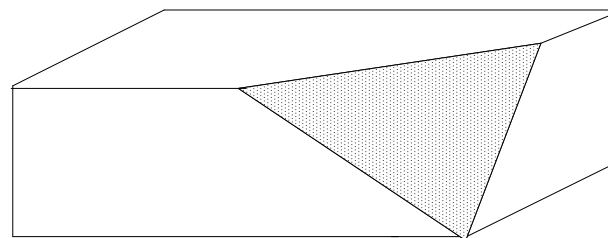
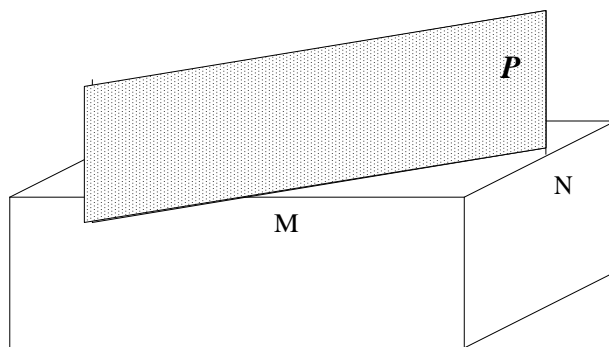
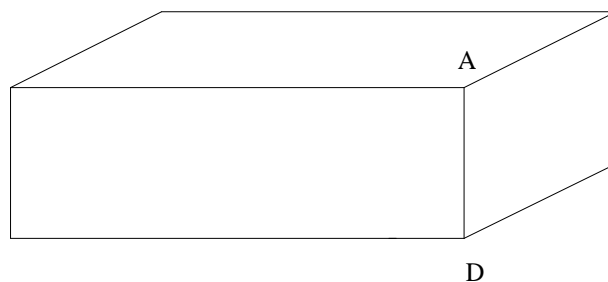
A. Le plan P est parallèle à la face ABCD et  $AB = 6$  cm et  $AD = 4$  cm.

B. Le plan P est parallèle à l'arête [AD], et  $AM = 4$  cm,  $AN = 4$  cm.

(A)



(B)

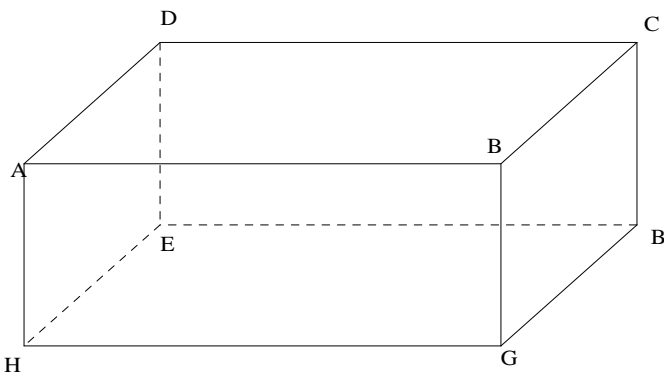
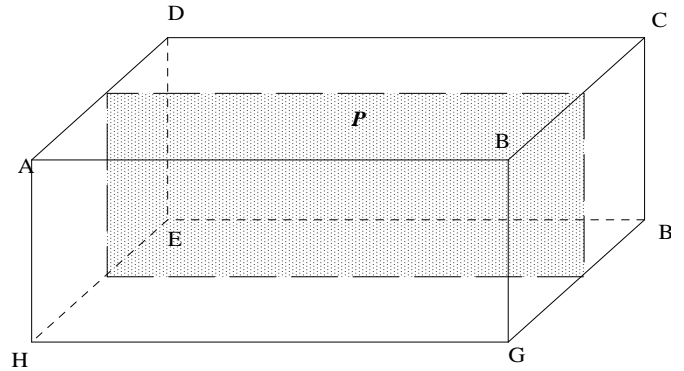
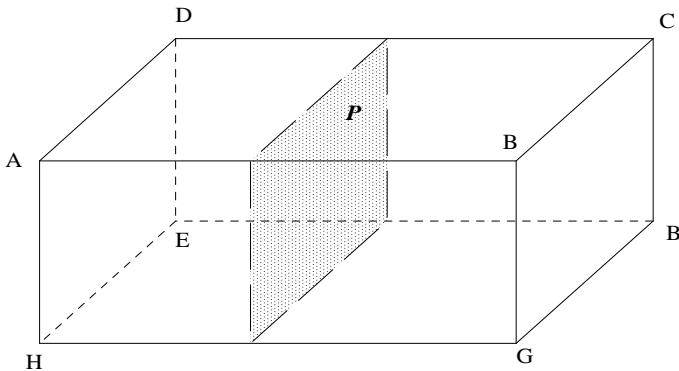


### Exercice n°1:

Un pavé droit ABCDEFGH a pour dimensions ( l'unité est le cm ) :  $AB = 8$  ;  $AD = 2$  ;  $AH = 6$ .

Dans chaque cas, indique la nature et calcule l'aire de la section du pavé par le plan P.

- P est un plan parallèle à la face ADEH.
- P est un plan parallèle à la face ABGH.
- P est un plan parallèle à ABCD.

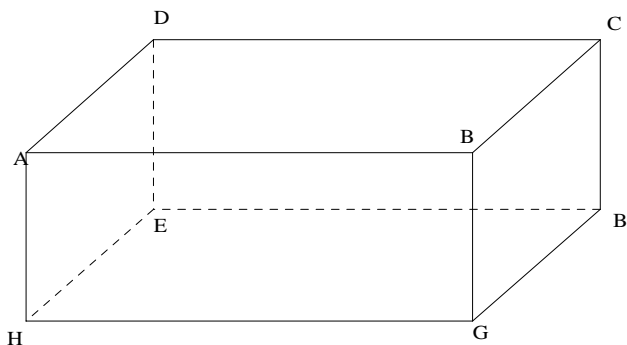
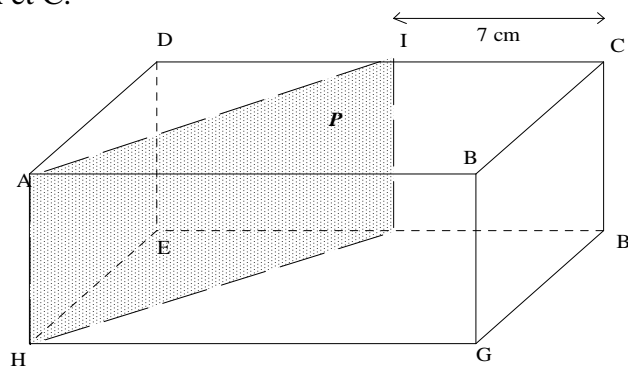
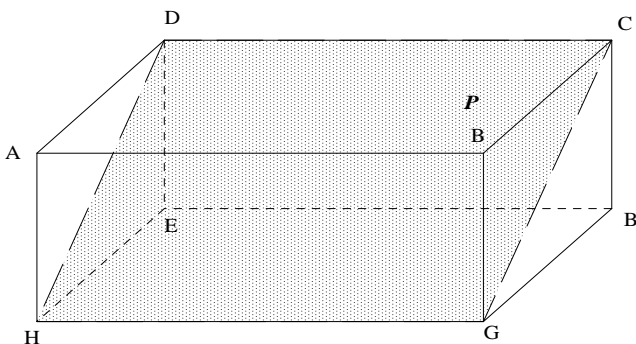


### Exercice n°2:

Un pavé droit ABCDEFGH a pour dimensions ( l'unité est le cm ) :  $AB = 16$  ;  $AD = 12$  ;  $AH = 5$ .

Dans chaque cas, indique la nature et calcule l'aire de la section du pavé par le plan P.

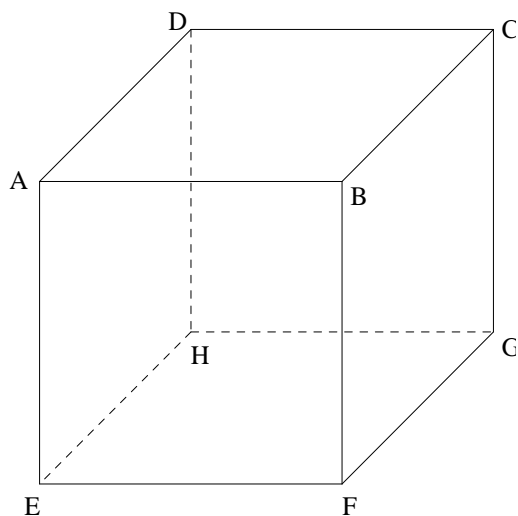
- P est un plan parallèle à (AB) et passant par D et C.
- P est un plan parallèle à (BG) et passant par A et I.
- P est un plan parallèle à (BG) et passant par A et C.



### Exercice n°3:

On considère un cube d'arête 10 cm tel que celui dessiné ci-dessous:

1. Marque le point I de [CG] tel que  $CI = 3$  cm et le point J de [DC] tel que  $DJ = 6$  cm. Calcule IJ.
2. Représente la section du cube par le plan parallèle à (BC) passant par I et J. Calcule l'aire de la section.



### Exercice n°4:

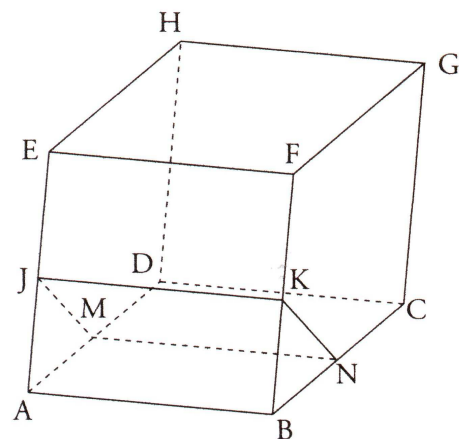
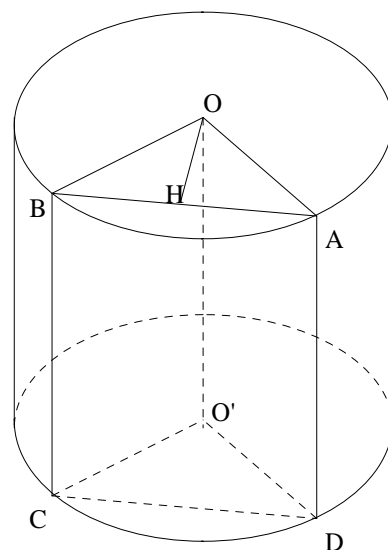
Un cylindre a pour bases des disques de centres O et O', de rayon 5 cm.

La hauteur du cylindre est de 6 cm.

Un plan parallèle à (OO') coupe le cylindre selon le rectangle ABCD.

H est le pied de la hauteur issue de O dans le triangle OAB et  $OH = 3$  cm.

- a. Quelle est la nature du triangle OAB ?
- b. Calcule BH.
- c. Calcule l'aire de la section.
- d. dessine la section en vraie grandeur.

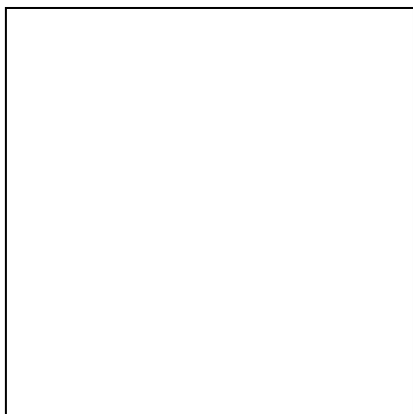


### Exercice n°5 : Sujet Brevet : Groupe Ouest – exercice2

ABCDEFGH est un cube. Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC].

JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].

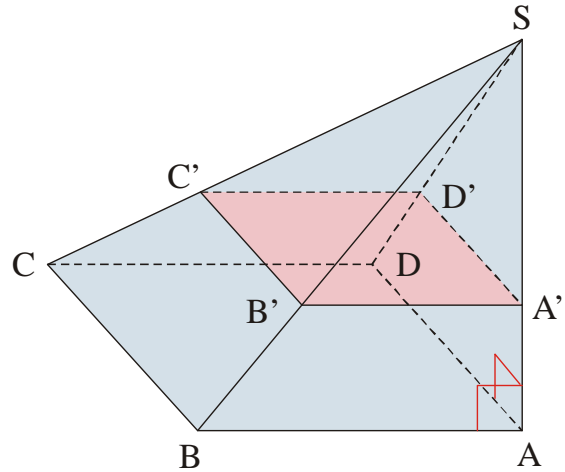
1. Donner, sans justifier, la nature de la section JKNM.
2. La face FGCB a été dessinée en vraie grandeur, ci-dessous.
  - a. Place les points K et N sur cette face.
  - b. A côté, dessiner la section JKNM en vraie grandeur.
3. Quelle est la nature du solide AJMBKN ?



Exercice n°6 :

SABCD est une pyramide à base rectangulaire. On place sur sa hauteur [SA] un point A' tel que  $SA' = 6$  cm. En coupant SABCD par un plan passant par A' et parallèle à sa base, on obtient la pyramide SA'B'C'D'. On a :  $SA = 9$  cm,  $AB = 8$  cm et  $BC = 6$  cm.

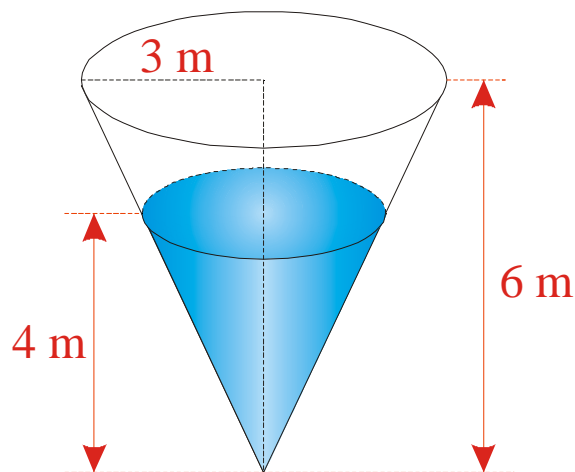
1. Calcule  $A'B'$
2. Calcule l'aire  $A_1$  de ABCD.
3. Calcule l'aire  $A_2$  de A'B'C'D'.
4. Calcule le volume  $V_1$  de SABCD.
5. Calcule le volume  $V_2$  de SA'B'C'D'.



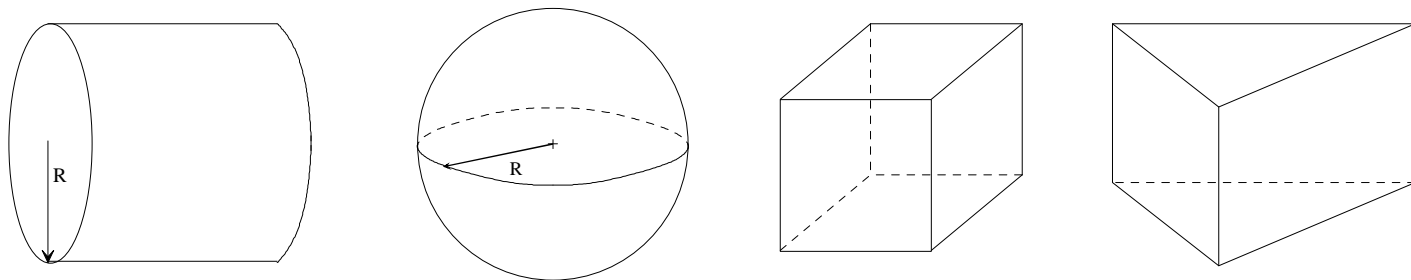
Exercice n°7 :

Un bassin a la forme d'un cône de hauteur 6 m et dont la base est un disque de rayon 3 m. On remplit ce bassin sur une hauteur de 4 m.

1. Calcule le volume exact  $V_1$  du bassin.
2. Quelle est la nature du volume occupé par l'eau ?
3. Calcule le volume d'eau  $V_2$  contenu dans le bassin.
4. Calcule le volume d'eau  $V_3$  qu'il faut ajouter pour remplir le bassin, arrondi au  $m^3$  près.

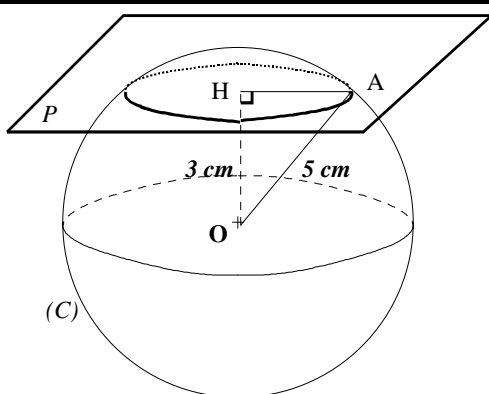


### ACTIVITE 3 : SECTION D'UNE SPHERE PAR UN PLAN :



En coupant certains de ces solides par un plan, on peut obtenir comme section un rectangle, un cercle, etc.  
Compléter par oui ou par non.

Solides coupés par un plan:	cylindre	sphère	cube	prisme
La section peut être:				
un rectangle				
un triangle				
un cercle de rayon R				



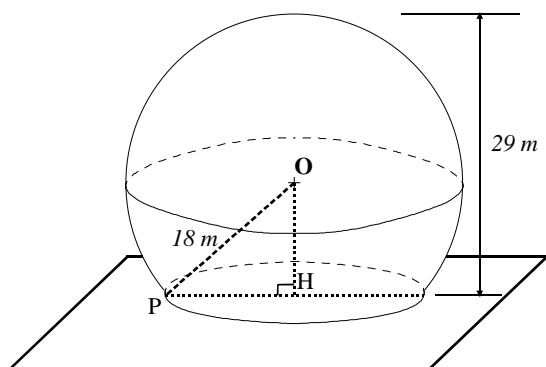
#### Exercice n°8 :

On considère une sphère de centre O et de rayon 5 cm.  
Cette sphère est coupée par un plan passant à 3 cm de son centre. La section de cette sphère par ce plan est un cercle (C) de centre H.

Calcule le rayon de cette section.

**Exercice n°9 :** On considère la section d'une sphère ( de centre O et de rayon R inconnu ) avec un plan. On obtient ainsi un cercle ( C ) de centre H et de rayon 5 cm. On sait que  $OH = 2$  cm.

1. Représente cette situation en perspective et place un point A du cercle ( C ) .
2. Calcule le rayon R de la sphère.



#### Exercice n°10 :

Ce dessin représente la Géode qui est une salle de cinéma installée à la Cité des Sciences au parc de la Villette à Paris.

La Géode a la forme d'une calotte sphérique reposant sur la sol.

La sphère initiale dont est issue cette calotte a un rayon de 18 mètres.

La distance entre le sol et le point le plus haut est de 29 m.

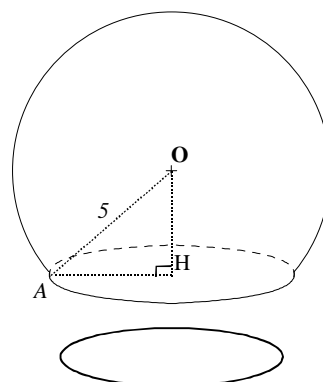
1. Calcule OH
2. Calcule PH.
3. Calcule le périmètre et l'aire de la surface au sol occupée par la Géode.

#### Exercice n°11 :

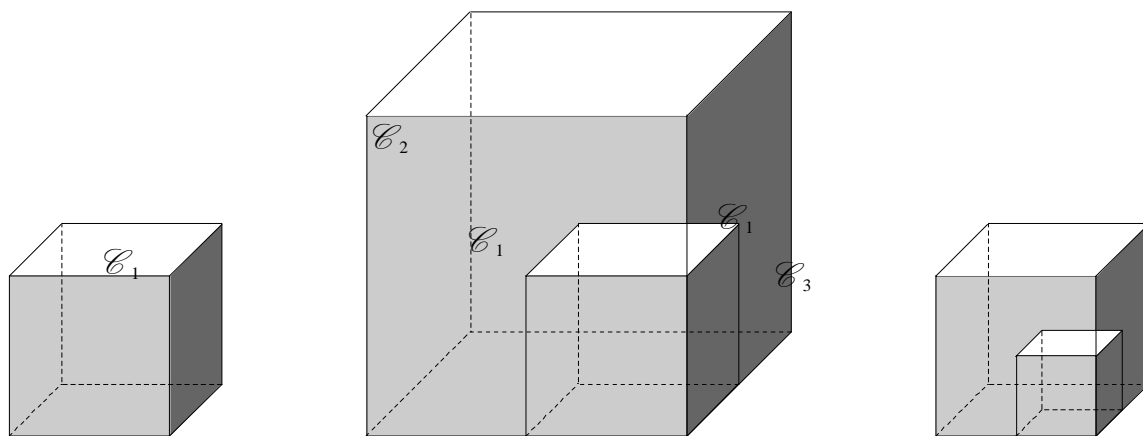
On considère une sphère de rayon 5 cm.

On a détaché de cette sphère une calotte sphérique. La hauteur de cette calotte sphérique est 1 cm.

1. Calcule OH.
2. Calcule le rayon [AH] du petit cercle.



**ACTIVITE 4 : « Agrandissement - réduction »**



On mettra les résultats dans le tableau ci-dessous.

1°) On considère un cube  $C_1$  d'arête 3 cm. Calcule l'aire de chaque face du cube et le volume de ce cube.

.....

2°) On multiplie la longueur des arêtes par 2 ; on obtient le cube  $C_2$ .

a) Quelle est la longueur des arêtes du cube  $C_2$  ? : .....

b) Calcule l'aire de chaque face du cube  $C_2$  et le volume de ce cube.

.....

c) Par quel nombre l'aire de chaque face du cube  $C_1$  a-t-elle été multipliée pour obtenir l'aire de chaque face du cube  $C_2$  ? : .....

Même question pour le volume :

.....

3°) On divise la longueur des arêtes de  $C_1$  par 2; on obtient le cube  $C_3$ .

a) Quelle est la longueur des arêtes du cube  $C_3$  ? .....

b) Calcule l'aire de chaque face du cube  $C_3$  et le volume de ce cube.

.....

c) Par quel nombre la longueur de chaque arête du cube  $C_1$  a-t-elle été multipliée pour obtenir la longueur de chaque arête du cube  $C_3$  ? .....

Même question pour l'aire de chaque face et pour le volume : .....

4°) Reprends le questionnement sur l'aire des faces et le volume dans le cas où la longueur des arêtes a été multipliée par un nombre positif  $k$ .

	Longueur de l'arête	Aire d'une face	Volume du cube
cube $C_1$			
cube $C_2$			
cube $C_3$			
cube $C_k$			

On dit que le cube  $\mathcal{C}_2$  est un **agrandissement** du cube  $\mathcal{C}_1$  dans le **rapport d'agrandissement** .....

et que le cube  $\mathcal{C}_3$  est une **réduction** du cube  $\mathcal{C}_1$  dans le **rapport de réduction**  $\frac{\dots}{\dots}$ .

Quand on applique une réduction ou un agrandissement de rapport  $k$  ( $k$  est compris entre 0 et 1 dans une réduction,  $k$  est supérieur à 1 pour un agrandissement), on **multiplie** ses dimensions (les **longueurs**) par.....  
Mais attention, les **aires** sont multipliées par ..... et les **volumes** par .....

**Exercice n°12 :**

On multiplie par 0,9 les dimensions d'un rectangle.

1. Est-ce une réduction ou un agrandissement ? .....
2. Par quel nombre est multiplié :
  - a. son périmètre ? : .....
  - b. son aire ? : .....

**Exercice n°13 :**

On multiplie par 1,3 le rayon d'un cercle.

1. Est-ce un agrandissement ou une réduction ? : .....
2. Par quel nombre est multiplié :
  - a. le diamètre ? : .....
  - b. la longueur du cercle ? : .....
  - c. l'aire du disque ? : .....

**Exercice n°14 :**

Par quel nombre faut-il diviser l'arête d'un cube pour que son volume soit divisé par 125 ? :

**Exercice n°15 :**

Un plateau de table rectangulaire mesure 60 cm sur 1,10 m. L'épaisseur du plateau est 18 mm.

1. a. Calcule l'aire du plateau, en  $m^2$  :  
.....  
b. Calcule le volume du plateau, en  $m^3$  :  
.....
2. On réalise un modèle réduit du plateau (réduction de coefficient 0,75). En utilisant les réponses aux questions **1.a.** et **b.**, calcule :
  - a. l'aire du plateau réduit : .....
  - b. son volume : .....



### Exercice n°16:

ABSR est un carré.

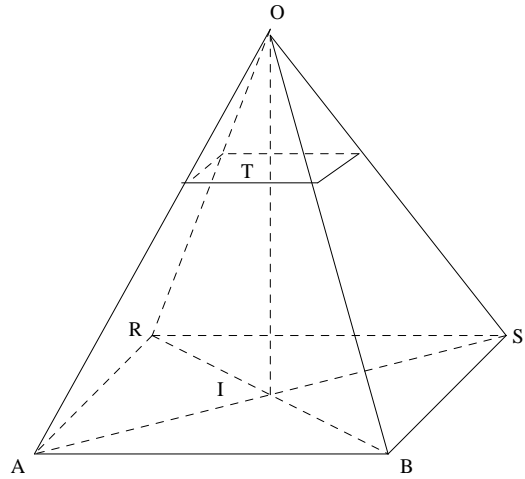
a) On pose  $AB = 4$  cm et  $OI = 5$  cm.

Quelle est l'aire de la section, si on coupe la pyramide OBARS par un plan parallèle à la base à 1,5 cm du sommet O ?

b) On pose  $AB = 4$  cm.

A quelle distance du sommet faut-il placer le plan pour que l'aire de la section mesure  $2,56$  cm<sup>2</sup> ?

c) On pose  $AB = 6$  cm et on suppose tous les triangles équilatéraux. A quelle distance du sommet O de la pyramide faut-il placer le plan pour obtenir une section de  $2$  cm<sup>2</sup> ?



### Exercice n°17:

a) Figure 1: Représente la section de la pyramide par un plan parallèle à la base et passant par O. La hauteur de la pyramide est [SU]

Calcule OS, si l'on veut que l'aire de section soit égale à  $0,16 B$  où B est l'aire de la base AMU de la pyramide SAMU ?

b) Figure 2: Quel est le volume de la pyramide obtenue en coupant la pyramide OMAR par un plan parallèle à la base à 2 cm du sommet ? On sait que MAR est un triangle rectangle en A

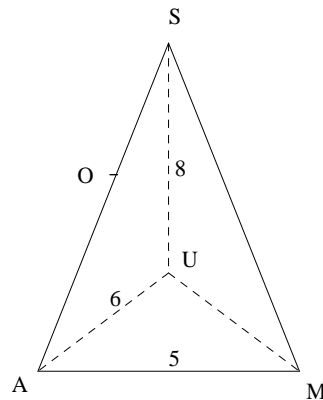


Figure 1

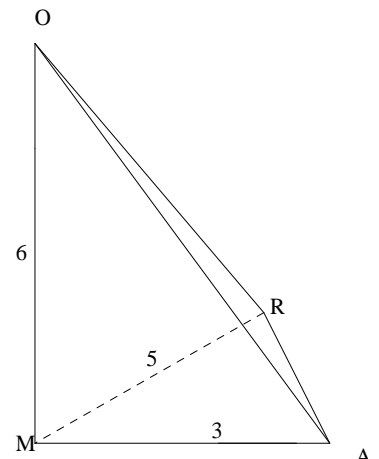


Figure 2