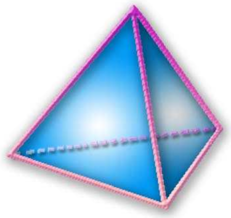
THEME 13 : **FONCTIONS (3) :**

FONCTIONS AFFINES

REPRESENTATIONS GRAPHIQUES



A la fin du thème, tu dois savoir :

- Définition d'une fonction affine
- Retrouver l'expression d'une fonction affine
- Calculer l'image d'un nombre par une fonction affine
- Calculer un antécédent par une fonction affine
- Construire la représentation graphique d'une fonction affine

ACTIVITE 1 : " LES GAUFRES " (Suite du thème 13)

A l'occasion de la fête du village, Julien et Nathalie ont décidé de faire des gaufres et de les vendre 2 € pièce.

A) LES RECETTES (Rappels du thème 13)

On désigne par x le nombre de gaufres.
Notons f la fonction linéaire qui à x fait correspondre $2x$, c'est-à-dire $f : x \mapsto 2x$ ou encore $f(x) = 2x$.

Sur une feuille de papier millimétré, trace la représentation graphique de la fonction f en prenant 1 cm pour 10 gaufres et en ordonnée 1 cm pour 10 €.

B) LES DEPENSES

1°) a. Julien et Nathalie ont dû payer une taxe de 20 € et de plus ils ont calculé que le prix de revient d'une gaufre était de 1,50 €. On appelle p le montant total des frais.
Complète le tableau :

x	0	10	20	30	40	50	100	140
p								

Ici le mécanisme peut s'écrire $x \mapsto$ ....

Le processus est « je multiplie par …… puis j'ajoute ….. »

Est-ce un tableau de proportionnalité ?…………………………………………………

b. Représente sur une feuille de papier millimétré ce tableau de valeurs (même échelle que A). Relie les points.

Quelles sont tes remarques à propos de ce graphique ? : ....
…………………………………………………………………………………………………

2°) On suppose maintenant que le prix de la taxe s'élève à 50 €, le prix d'une gaufre restant inchangé.

Notons p_1 le montant total des frais. On a : p_1 : $x \mapsto$.................. ou encore p_1 (x) = ………………
Complète le tableau suivant :

x	0	10	20	30	50	80	100
p_1							

Représente sur le même graphique la fonction p_1 d'équation y = …………………….. .

Comment évolue le graphique ?: ....……………………...

3°) On suppose maintenant que le prix d'une gaufre est de 0,50 €, la taxe étant de 20 €.

Notons p_2 le montant total des frais. On a : p_2 : $x \mapsto$.................. ou encore p_2 (x) = ………………
Complète le tableau suivant :

x	0	10	20	30	50	80	100	140
p_2								

Représente sur le même graphique la fonction p_1 d'équation y = …………………….. .

Comment évolue le graphique ?: ....……………………...

4°) Bénéfice
Sur un troisième graphique, représente la fonction f (situation A) et la fonction p (situation B-1)
Graphiquement, A partir de quel moment ils commencent à faire des bénéfices ?

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆

Exercice n°1 :

Indique le coefficient a et l'ordonnée à l'origine b pour les fonctions affines suivantes :

Fonction	a	b
$x \longmapsto -2x$		
$x \longmapsto 5x$		
$x \longmapsto 2x-1$		
$x \longmapsto x+2$		
$x \longmapsto \frac{1}{3}x-4$		

Exercice n°2 : On considère les cinq fonctions suivantes :

$f : x \longmapsto 5x$; $g : x \longmapsto x+4$; $h : x \longmapsto \frac{3}{x}$; $i : x \longmapsto \frac{x}{4} - 3$; $j : x \longmapsto -3x+7$.

Complète les pointillés par une valeur numérique ou avec l'un des mots suivants : « fonction » ; « linéaire » ; « affine » ; « coefficient » ; « ordonnée » ; « origine » ; « multiplie » ; « ajoute » .

- f est une fonction …………………. de …………………. 5 : elle …………………. la variable x par 5.

f est aussi une fonction ………………… de ………………….. 5 et d'…………………… à l'origine 0.

- g est une ………..… …………….. de coefficient … et d'……………….… à l'……………… 4 :
  elle ……………… la variable x par ……….. puis ……………… 4.

- i est une ………..… …………….. de ……………..… $\frac{1}{4}$ et d'……………… à l'……………… …. :

elle ……………..… la variable x par …. puis …………..… …..

- h n'est pas une …………..… …………..… car elle divise 3 par … au lieu de …………..… x par un coefficient.

- j est une ………..… …………….. de ……………..… …. et d'……………… à l'……………… …. :

elle ……………..… la variable x par …. puis …………..… …..

Exercice n°3 :

On donne cinq programmes de calcul : écris-les sous la forme $x \longmapsto$ …, et dis s'il s'agit d'une fonction affine (en indiquant son coefficient et son ordonnée à l'origine) :

a) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par 7 et on ajoute – 6.

$x \longmapsto$ ………………. ; ……………………………………………………………………………….

b) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par – 6 et on ajoute 7.

$x \longmapsto$ ………………. ; ……………………………………………………………………………….

c) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par lui-même et on ajoute 1.

$x \longmapsto$ ………………. ; ……………………………………………………………………………….

d) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par 2,8.

$x \longmapsto$ ………………. ; ……………………………………………………………………………….

e) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par 5 et on soustrait 6,3.

$x \longmapsto$ ………………. ; ……………………………………………………………………………….

Exercice n°4 : Observe les quatre fonctions suivantes :

$f : x \longmapsto x + 5$; $g : x \longmapsto x - 5$; $h : x \longmapsto 5\,x$; $i : x \longmapsto \frac{x}{5}$.

a) A laquelle de ces fonctions correspond le processus « je multiplie par 5 » ?
b) Décris le processus correspondant à chacune des autres fonctions.
c) Parmi les quatre fonctions, indique celles qui sont linéaires et celles qui sont affines.

Exercice n°5 : Soit g la fonction affine définie par $g : x \longmapsto 5\,x - 8$.

a) Calcule l'image de 7 par la fonction g.
b) Calcule le nombre ayant pour image 12 par la fonction g.

Exercice n°6: Soit f_1 et f_2 deux fonctions telles que $f_1(x) = 5\,x$ et $f_2(x) = -3\,x + 2$.

a) Calcule $f_1(2)$ et $f_2(-5)$.
b) Calcule le nombre ayant pour image 18 par f_1.
c) Calcule le nombre qui a pour image 8 par la fonction f_2.

Exercice n°7 :

a) Calcule les images de : – 1,5 ; 2 ; 0 ; $\frac{2}{3}$ et $-\frac{1}{2}$ par la fonction affine $g : x \longmapsto -2\,x + 4$.

b) Calcule le nombre ayant pour image 7 par la fonction g .

Exercice n° 8: Soit h la fonction affine telle que $h(x) = \dfrac{x}{3} + 2$.

a) Détermine les nombres $h(-2)$; $h\left(\dfrac{1}{5}\right)$; $h(0)$ et $h\left(\dfrac{3}{4}\right)$.

b) Détermine le nombre ayant pour image -3 par la fonction h.

Exercice n° 9 : Complète le tableau suivant, sachant que f est la fonction linéaire définie par $f(x) = -5x$ et g la fonction affine définie par $g(x) = 4x - 5$.

x	-3	-1	0	2	5	8
$f(x)$						
$g(x)$						

Exercice n°10 : Soit f_1 et f_2 deux fonctions tel-les que $f_1(x) = 2x$ et $f_2(x) = -3x + 4$.

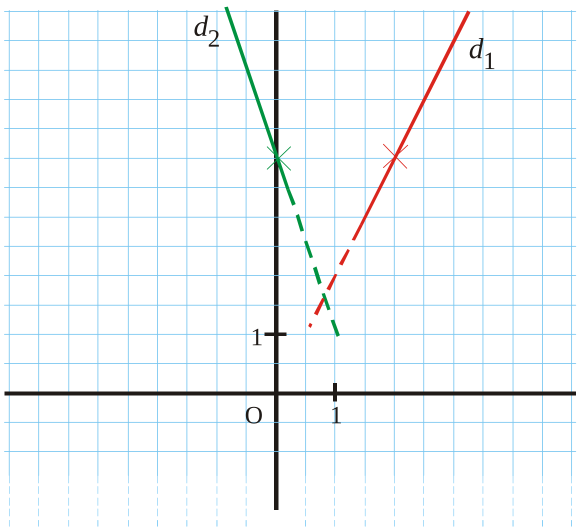
1°) Soit d_1 la représentation graphique de f_1 et d_2 la représentation graphique de f_2 .

Complète les deux tableaux :

x	0	2
$f_1(\ldots)$	…	…

x	0	1
…	…	…

2°) Reproduis et termine le graphique :



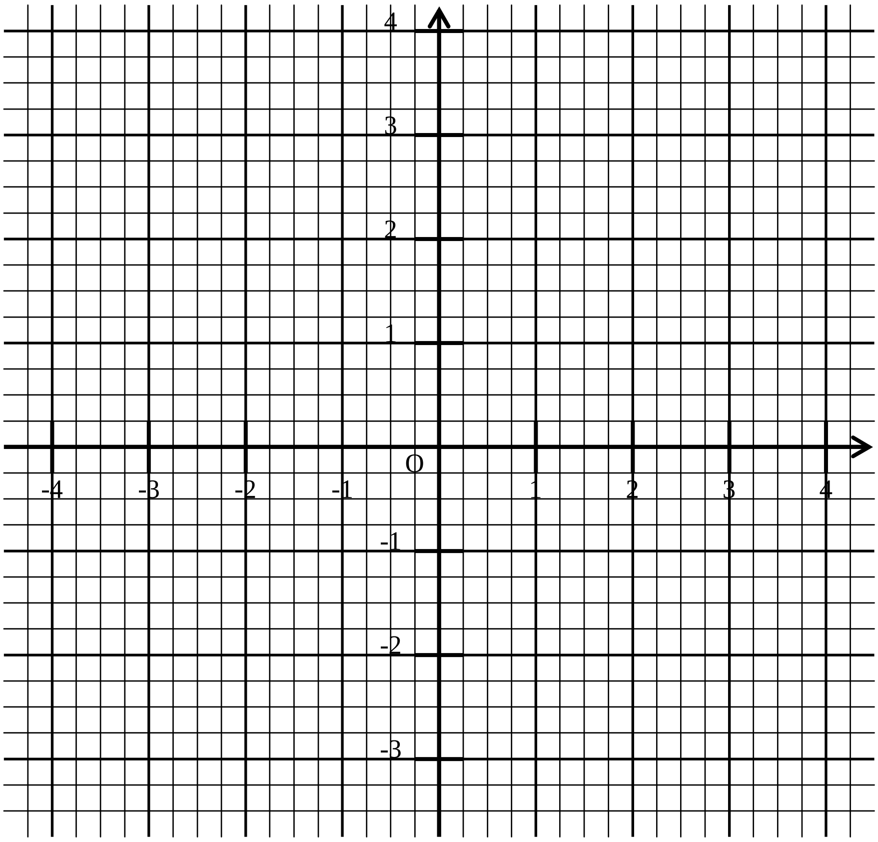
Exercice n°11 : Recopie et complète avec le mot « images » ou avec l'expression « nombres de départ » :

a) On représente les ………………………………….. sur l'axes des abscisses.

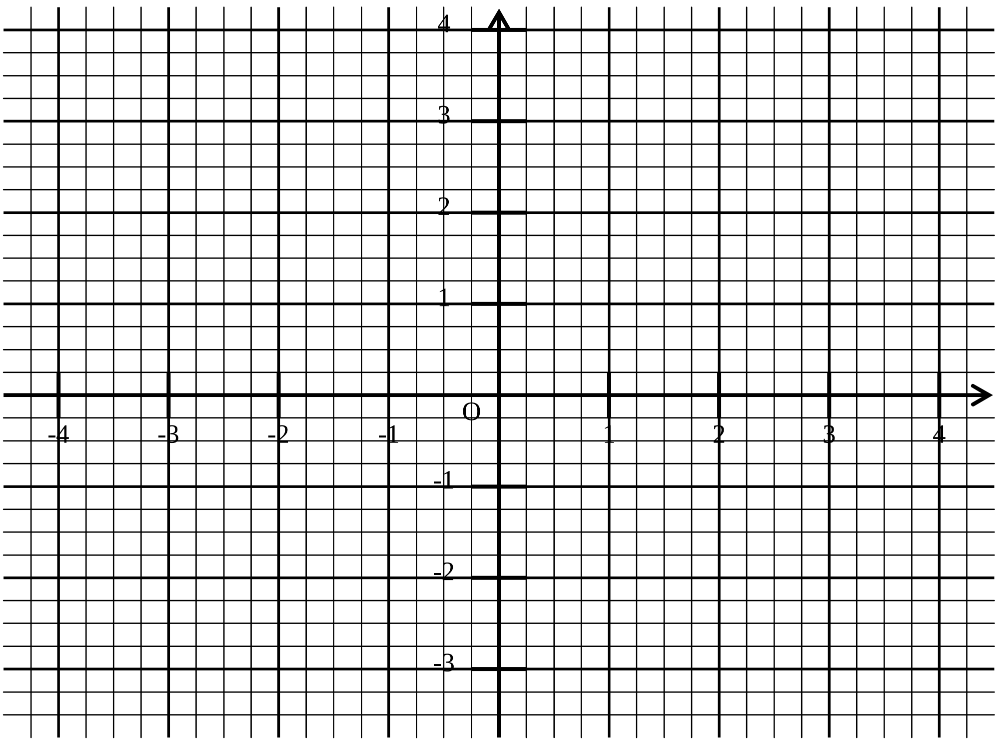
b) On représente les ………………………………….. sur l'axes des ordonnées.

Exercice n°12 : Représente dans ce repère ces fonctions affines :

- En bleu, la fonction f : $x \longmapsto 2x + 1$; - En rouge, la fonction g : $x \longmapsto -3x + 2$;
- En vert, la fonction h : $x \longmapsto \frac{3}{2}x + 1$; - En gris, la fonction k : $x \longmapsto -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$.



Exercice n°13: Représente les fonctions f et g telles que : f (1) = 2 ; f(-3) = -1 ; g(-4) = 0 ; g(2) = - 3



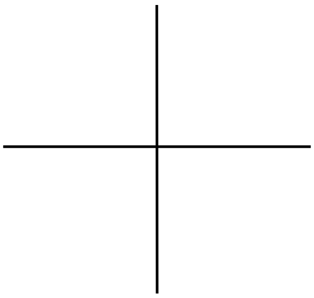
Exercice n°14 : **1°)** Sur un même repère, trace les représentations graphiques des fonctions suivantes :
$f(x) = -x - 3$; $g(x) = 2x + 5$; $h(x) = -3x + 2$.

2°) Mêmes consignes avec : **a)** $f(x) = 3x - 2$; $g(x) = 3x + 1$; $h(x) = 3x$.
b) Que peut-on constater ? Pourquoi ?

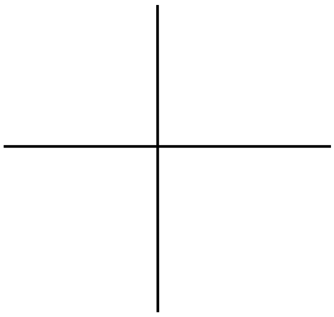
Exercice n°15 : **1°)** Trace la droite *d* de coefficient directeur 3 et qui passe par le point A (– 1 ; 2).
2°) Lis sur le graphique l'ordonnée à l'origine de *d*.
3°) *d* représente graphiquement la fonction affine *f*.
Détermine la fonction *f* en utilisant le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

Exercice n°16 : Je te donne des fonctions affines, tu dois dessiner l'allure de la représentation graphique.
Aide: est-ce une droite montante, descendante, horizontale, passant par, au-dessus, au-dessous de l'origine ?

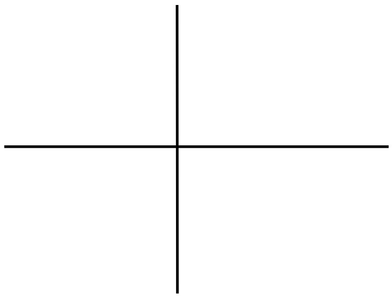
$x \mapsto -3x$



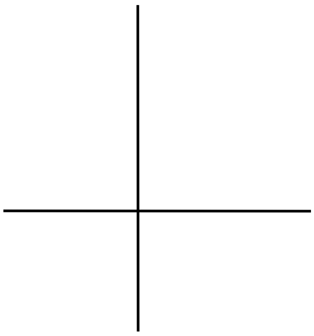
$x \mapsto -3x - 5$



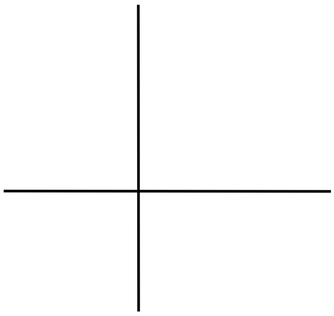
$x \mapsto -3x + 3$



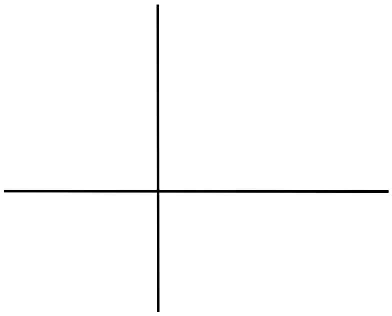
$x \mapsto -3$



$x \mapsto 7x + 2$



$x \mapsto 7x - 5$



Exercice n°17 : Le club de tennis d'une ville propose 3 tarifs à ses adhérents:
Tarif A : 8 € de l'heure
Tarif B : une cotisation de 150 € et 5 € de l'heure
Tarif C: Une carte annuelle de 500 € permettant de jouer autant d'heures voulues.

On note x le nombre d'heures et $p(x)$ le prix à payer pour l'année.

1°) Tarif A:
complète le tableau suivant:

x	0	5	10	25	40	50	60	70
pA (x)								

Exprime pA (x) en fonction de x: ....

sur une feuille de papier millimétré, placé les points de coordonnées (x ; $pA(x)$)
En abscisse, 1 cm représente 5 heures; en ordonnée, 1 cm représente 25 €.

2°) Tarif B: complète le tableau suivant:

x	0	5	10	25	40	50	60	70
pB (x)								

Exprime pB (x) en fonction de x: ....

Sur la même feuille de papier millimétré, placé les points de coordonnées (x ; pB (x))

3°) Tarif C: complète le tableau suivant:

x	0	2	5	10	25	40	50	60	70
PC (x)									

Exprime pC (x) en fonction de x: ....

Sur la même feuille de papier millimétré, placé les points de coordonnées (x ; pC (x))

4°) Quel est le tarif le plus avantageux en utilisant les graphiques ?

◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆

ACTIVITE 2 : « Proportionnalité des accroissements »

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 2x + 1$.

1. Complète le tableau :

x	- 2	- 1	3	5	10
f(x)					

2. En utilisant les valeurs du tableau, calcule :

$\dfrac{f(10) - f(5)}{10 - 5}$ =.. ; $\dfrac{f(5) - f(-1)}{5 - (-1)}$ =..

$\dfrac{f(-1) - f(-2)}{(-1) - (-2)}$ =..

3. Prévoir la valeur du quotient $\dfrac{f(10) - f(3)}{10 - 3}$ =..............

Vérifie par le calcul : $\dfrac{f(10) - f(3)}{10 - 3}$ =...

4. Généralisation

On donne deux nombres relatifs distincts a et b.

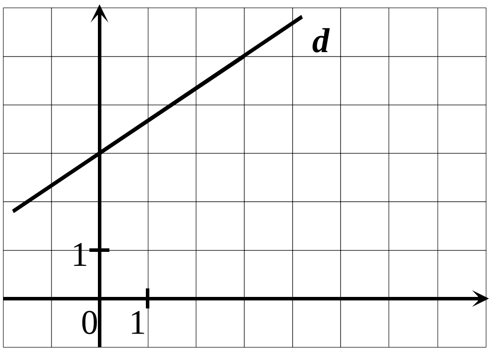
Exprime *f(a)* en fonction de a : ………………………………………..

Exprime *f(b)* en fonction de b : ………………………………………..

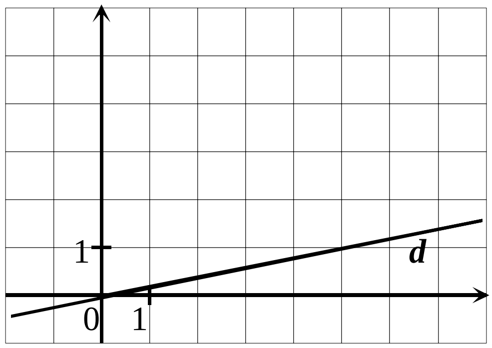
Calcule : $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ =...

Compare le résultat avec la valeur trouvée à la question **3.**

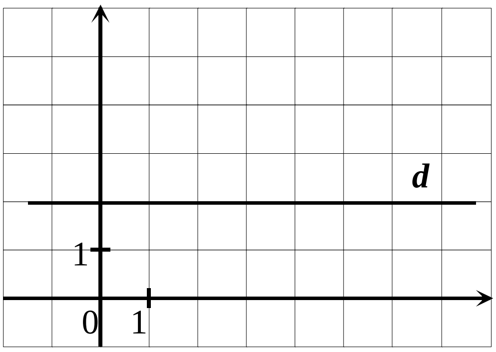
Exercice n°18 : On note $x \mapsto ax+b$ la fonction affine représentée par la droite *d*.
Lire sur le graphique l'ordonnée à l'origine, déterminer le coefficient directeur puis la fonction affine.



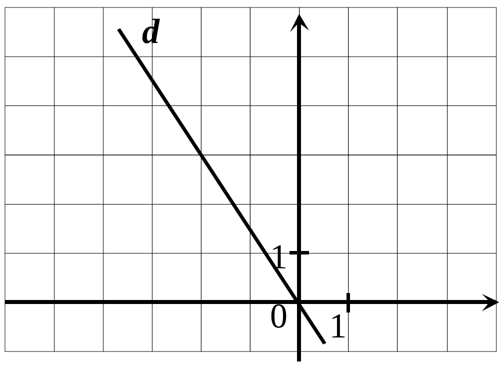
Ordonnée à l'origine est : …….
Le coefficient directeur est : …….
La fonction est : $x \mapsto$ ....



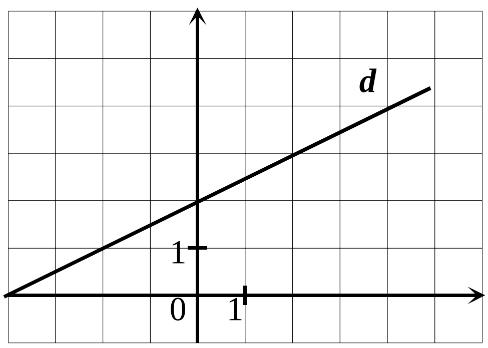
Ordonnée à l'origine est : …………..
Le coefficient directeur est : ….. …
La fonction est : $x \mapsto$ ....



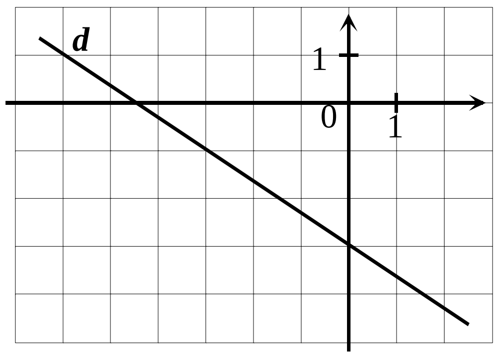
Ordonnée à l'origine est : …….
Le coefficient directeur est : …….
La fonction est : $x \mapsto$ ....



Ordonnée à l'origine est : …………..
Le coefficient directeur est : ….. …
La fonction est : $x \mapsto$ ....



Ordonnée à l'origine est : …….
Le coefficient directeur est : …….
La fonction est : $x \mapsto$ ....



Ordonnée à l'origine est : …………..
Le coefficient directeur est : ….. …
La fonction est : $x \mapsto$ ....

Exercice n°19 :

Voici une liste de 5 fonctions définies par leur image :

$f(x) = 2x - 3$ $\qquad$ $g(x) = -2$ $\qquad$ $j(x) = -3x + 2$ $\qquad$ $h(x) = \frac{1}{3}x + 2$ $\qquad$ $k(x) = 2x$

Retrouver les fonctions représentées par les droites ci-contre, préciser la *nature* et le *sens de variation* :

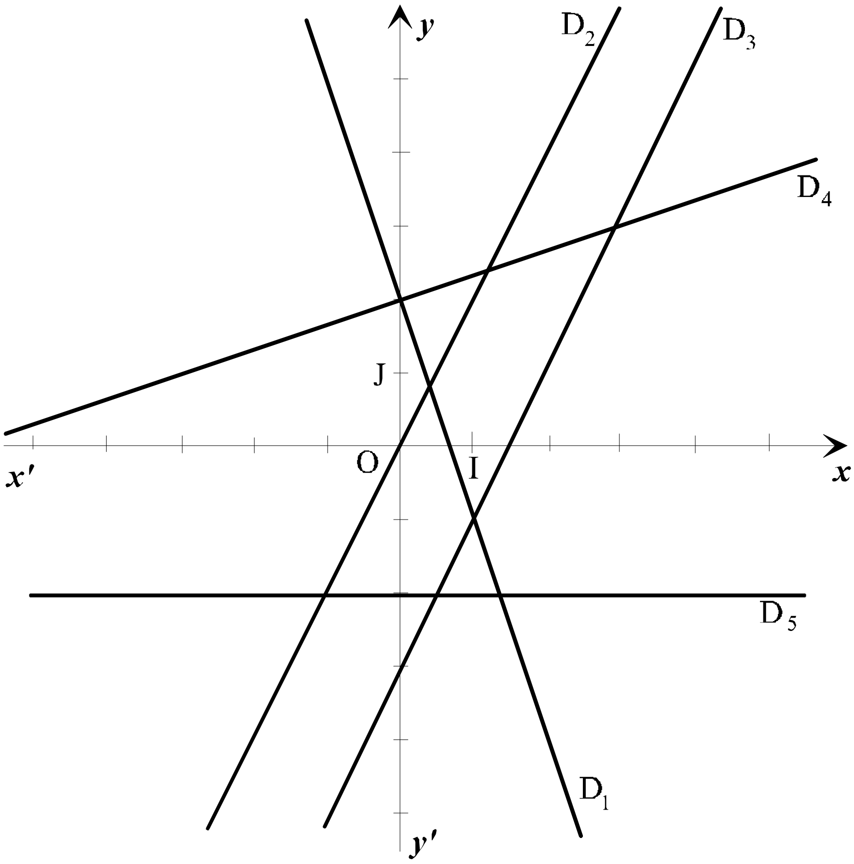
D_1 représente la fonction : ......
elle est .... et ....

D_2 représente la fonction : .....
elle est .... et ....

D_3 représente la fonction : ......
elle est .... et ....

D_4 représente la fonction : ......
elle est .... et ....

D_5 représente la fonction : ......
elle est .... et ....



Exercice n°20 :

Madame Martin veut inscrire sa fille au club de vacances pour des activités sportives et culturelles au mois d'août prochain.
Elle doit choisir entre les deux formules :

- *Formule J* : chaque journée-vacances coûte 10 €.
- *Formule C* : une cotisation annuelle de 16 € au club vacances et 8 € par jour.

1. Compléter le tableau ci-contre :

Nombre de jours	5	10	15
Dépense *Formule J*			
Dépense *Formule C*			

2. Si x désigne le nombre de jours, écrire en fonction de x le prix à payer :

- pour la *formule J* : **$f(x)$ =** .... $\qquad$ f est ....
- pour la *formule C* : **$g(x)$ =** .... $\qquad$ g est ....

3. Représenter graphiquement, dans un repère orthogonal, les fonctions f et g. On choisira :
   - *en abscisse* : 1 cm pour 1 jour. $\qquad$ • *en ordonnée* : 1cm pour 10 €.

a) Déterminer graphiquement le nombre de jours pour lequel les deux dépenses seront les mêmes.
b) Retrouver ce résultat par le calcul.
c) En utilisant le graphique, indiquer la formule la plus économique pour 12 jours.