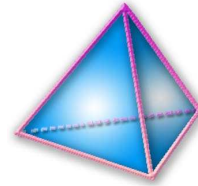


# THEME 11 : CALCUL LITTERAL (2)

## EQUATIONS

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Résoudre des équations du premier degré à une inconnue
- ☞ Mettre un problème en équation en vu de sa résolution
- ☞ Résoudre des problèmes se ramenant au premier degré



### Exercice n°1 :

$7x = 13$ $\frac{1}{7} \times 7x = \frac{1}{7} \times 13$ $x = \frac{13}{7}$ $(7 \times \frac{13}{7} = \frac{7 \times 13}{7} = 13)$	$x - 3 = 12$ $x - 3 + 3 = 12 + 3$ $x = 15$ $(15 - 3 = 12)$	$\frac{x}{3} = 5$ $3 \times \frac{x}{3} = 5 \times 3$ $x = 15$ $(\frac{15}{3} = 5)$
$3x + 10 = 28$ $3x + 10 - 10 = 28 - 10$ $3x = 18$ $\frac{1}{3} \times 3x = 18 \times \frac{1}{3}$ $x = 6$ $(3 \times 6 + 10 = 18 + 10 = 28)$	$7 + 4x = 11$ $7 - 7 + 4x = 11 - 7$ $4x = 4$ $\left(\frac{1}{4}\right) \times 4x = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)$ $x = 1$ $(7 + 4 \times 1 = 7 + 4 = 11)$	$9 = 2x + 7$ $9 - 2x = 2x + 7 - 2x$ $9 - 2x = 7$ $9 - 9 - 2x = 7 - 9$ $-2x = -2$ $\left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2)x = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ $x = 1$ $(2 \times 1 + 7 = 2 + 7 = 9)$

### Exercice n°2 :

$$4x + 7 = 2x + 16$$

$$4x + 7 - 2x = 2x + 16 - 2x$$

$$2x + 7 = 16$$

$$2x + 7 - 7 = 16 - 7$$

$$2x = 9$$

$$\frac{1}{2} \times 2x = 9 \times \frac{1}{2}$$

$$x = 4,5$$

$$x - 2 = 10 - 5x$$

$$x - 2 + 5x = 10 + 5x - 5x$$

$$4x - 2 = 10$$

$$4x - 2 + 2 = 10 + 2$$

$$4x = 12$$

$$\frac{1}{4} \times 4x = 12 \times \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$x = 3$$

$$-3x - 8 = -7x - 4$$

$$-3x + 7x - 8 + 8 = -7x + 7x - 4 + 8$$

$$4x = 4$$

$$\frac{1}{4} \times 4x = 4 \times \frac{1}{4}$$

$$x = 1$$

$$2t + 5 = 5t + 12$$

$$2t - 5t + 5 - 5 = 5t - 5t + 12 - 5$$

$$-3t = 7$$

$$-\frac{1}{3} \times (-3t) = 7 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$t = -\frac{7}{3}$$

$$7x - 6 = 6x + 3$$

$$7x - 6x - 6 + 6 = 6x - 6x + 3 + 6$$

$$x = 9$$

$$7x - 5 = 3x + 2$$

$$7x - 5 - 3x = 3x + 2 - 3x$$

$$4x - 5 = 2$$

$$4x - 5 + 5 = 2 + 5$$

$$4x = 7$$

$$x = \frac{7}{4}$$

$$15x + 8 - 7x = 2 - 4x + 10$$

$$8x + 8 = -4x + 12$$

$$8x + 8 + 4x = -4x + 12 + 4x$$

$$12x + 8 = 12$$

$$12x + 8 - 8 = 12 - 8$$

$$12x = 4$$

$$x = \frac{4}{12}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

**Exercice n°3 :** Résous les équations suivantes :

a)  $\frac{x}{2} = \frac{4}{3}$

$$x \times 3 = 2 \times 4$$

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3}$$

b)  $\frac{3x}{5} = \frac{4}{7}$

$$3x \times 7 = 5 \times 4$$

$$21x = 20$$

$$x = \frac{20}{21}$$

c)  $\frac{5a}{4} = \frac{3}{2}$

$$5a \times 2 = 3 \times 4$$

$$10a = 12$$

$$a = \frac{12}{10}$$

$$a = 1,2$$

d)  $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

$$\frac{3}{2}x = \frac{5}{6} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{5}{6} + \frac{3}{6}$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{8}{6}$$

$$3x \times 6 = 8 \times 2$$

$$18x = 16$$

$$x = \frac{16}{18}$$

$$x = \frac{8}{9}$$

e)  $\frac{5}{2}x = \frac{5}{4}x + \frac{4}{3}$

$$\frac{5}{2}x - \frac{5}{4}x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{10}{4}x - \frac{5}{4}x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{5x}{4} = \frac{4}{3}$$

$$5x \times 3 = 4 \times 4$$

$$15x = 16$$

$$x = \frac{16}{15}$$

**Exercice n°4 :**

a)  $x + (2x - 3) + (x - 7) = 12 ;$

$$x + 2x - 3 + x - 7 = 12$$

$$4x - 10 = 12$$

$$4x = 12 + 10$$

$$4x = 22$$

$$x = \frac{22}{4}$$

$$x = 5,5$$

b)  $4(5x - 7) = 32 ;$

$$20x - 28 = 32$$

$$20x = 32 + 28$$

$$20x = 60$$

$$x = \frac{60}{20}$$

$$x = 3$$

$$\text{c) } 5(x+1) - 3(x-2) = 48 ;$$

$$5x + 5 - 3x + 6 = 48$$

$$2x + 11 = 48$$

$$2x = 48 - 11$$

$$2x = 37$$

$$x = \frac{37}{2}$$

$$x = 18,5$$

$$\text{d) } 3(2x-1) - 5x = 3x-1 ;$$

$$6x - 3 - 5x = 3x - 1$$

$$x - 3 = 3x - 1$$

$$x - 3x = -1 + 3$$

$$-2x = 2$$

$$x = -1$$

$$\text{e) } 2(x-3) + 3(x-1) = 2x-3 ;$$

$$2x - 6 + 3x - 3 = 2x - 3$$

$$5x - 9 = 2x - 3$$

$$5x - 2x = -3 + 9$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$\text{f) } 5x - 2(3x+1) = 3(x+3) - 4(2x+3) ;$$

$$5x - 6x - 2 = 3x + 9 - 8x - 12$$

$$-x - 2 = -5x - 3$$

$$-x + 5x = -3 + 2$$

$$4x = -1$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$\text{g) } 8 - 7(x-1) + 3(2x+3) = -4x.$$

$$8 - 7x + 7 + 6x + 9 = -4x$$

$$-x + 24 = -4x$$

$$-x + 4x = -24$$

$$3x = -24$$

$$x = -\frac{24}{3}$$

$$x = -8$$

### **ACTIVITE : Résoudre une équation du type $x^2 = a$**

1. Parmi les phrases et expressions suivantes, lesquelles sont fausses ? justifie les réponses.

① 4 et (-4) ont le même carré. **Vraie** car  $4^2 = 16$  et  $(-4)^2 = 16$

②  $x^2 = (-4)$  **faux** car un carré est toujours positif

③ 0 est le seul nombre ayant pour carré 0. **Vraie** :  $0^2 = 0$

④ Deux nombres différents n'ont pas le même carré ; **Faux** exemple :  $(-3)^2 = 9$  et  $3^2 = 9$  ;  $3 \neq (-3)$

⑤  $x^2 + 7 = 0$ . **Faux** car on a  $x^2 = -7$ . Or un carré est toujours positif

⑥ Les équations  $x^2 - 9 = 0$  et  $x^2 = 5$  admettent chacune deux solutions à préciser. **Vraie**

On a  $x^2 = 9$  donc  $x = 3$  ou  $x = -3$

De même : pour  $x^2 = 5$  on a deux solutions  $x = \sqrt{5}$  et  $x = -\sqrt{5}$

2.

$x^2 = 49$  signifie que le carré de  $x$  est **49**

Or, les deux nombres dont le carré est 49 sont **7** et **-7**

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 49$  sont **7** et **-7**

3.

Résolution l'équation  $x^2 = 144$

$x^2 = 144$  signifie que le carré de  $x$  est **144**

Or, les deux nombres dont le carré est 144 sont **12** et **-12**

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 144$  sont **12** et **-12**

4.

Résoudre l'équation  $x^2 = 7$

$x^2 = 7$  signifie que le carré de  $x$  est **7**

Or, les deux nombres dont le carré est 7 sont  $\sqrt{7}$  et  $-\sqrt{7}$

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 7$  sont  $\sqrt{7}$  et  $-\sqrt{7}$

5. L'équation  $x^2 = -4$  n'a pas de solution car un carré est toujours positif

Exercice n°5 :

$x^2 = 16$  Les solutions sont **4** et **-4** ;  $x^2 = 400$  Les solutions sont **20** et **-20**

$x^2 = 0,25$  Les solutions sont **0,5** et **-0,5** ;  $x^2 = \frac{49}{36}$  Les solutions sont  $\frac{7}{6}$  et  $-\frac{7}{6}$

Exercice n°6 :

$x^2 = 361$  signifie que le carré de  $x$  est **361**

Or, les deux nombres dont le carré est 361 sont  $\sqrt{361} = 19$  et  $-\sqrt{361} = -19$

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 361$  sont **19** et **-19**

$x^2 = 0,09$  signifie que le carré de  $x$  est **0,09**

Or, les deux nombres dont le carré est 0,09 sont  $\sqrt{0,09} = 0,3$  et  $-\sqrt{0,09} = -0,3$

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 0,09$  sont **0,3** et **-0,3**

$x^2 = 40$  signifie que le carré de  $x$  est **40**

Or, les deux nombres dont le carré est 40 sont  $\sqrt{40}$  et  $-\sqrt{40}$

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 40$  sont  $\sqrt{40}$  et  $-\sqrt{40}$

$x^2 = 5$  signifie que le carré de  $x$  est **5**

Or, les deux nombres dont le carré est 5 sont  $\sqrt{5}$  et  $-\sqrt{5}$

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 5$  sont  $\sqrt{5}$  et  $-\sqrt{5}$

$x^2 = 123$  signifie que le carré de  $x$  est **123**

Or, les deux nombres dont le carré est 123 sont  $\sqrt{123}$  et  $-\sqrt{123}$

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 123$  sont  $\sqrt{123}$  et  $-\sqrt{123}$

### Exercice n°7 :

Soit  $A$  l'aire du disque :  $A = \pi \times R^2$  ( $R$  étant le rayon du disque)

Avec  $A = 10 \text{ cm}^2$ , on a  $10 = \pi \times R^2$  ou  $R^2 = \frac{10}{\pi}$

Les solutions de l'équation  $R^2 = \frac{10}{\pi}$  sont  $\sqrt{\frac{10}{\pi}}$  et  $-\sqrt{\frac{10}{\pi}}$

Comme un rayon est positif, alors la seule solution est  $\sqrt{\frac{10}{\pi}} \approx 1,8 \text{ cm}$

Conclusion : **Le rayon mesure environ 1,8 cm**

### Exercice n°8 :

Posons  $AM = x$

Aire du carré de côté  $[AM]$  est  $AM^2 = x^2$

Aire du triangle  $ABC$  est  $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12$ .

Les aires étant égales, on a :  $x^2 = 12$

L'équation  $x^2 = 12$  admet deux solutions  $\sqrt{12}$  et  $-\sqrt{12}$

Comme  $x$  est positif, alors **AM mesure  $\sqrt{12} \text{ cm}$**

### Exercice n°9 :

a) Les équations produits sont :  $(5x + 7)(x - 2) = 0$  ;  $4x(6 - 3x) = 0$  ;  $(x + 1)(2 - 5x) = 0$  ;

b)

$4x + 7 = 0$ $4x = -7$ $x = -\frac{7}{4}$  L'équation $4x + 7 = 0$ admet une solution $-\frac{7}{4}$ .	Si $(5x + 7)(x - 2) = 0$ Alors $5x + 7 = 0$ ou $x - 2 = 0$ $5x = -7$ $x = 2$ $x = -\frac{7}{5}$  Les solutions de l'équation sont $-\frac{7}{5}$ et $2$	Si $4x(6 - 3x) = 0$ Alors $4x = 0$ ou $6 - 3x = 0$ $x = 0$ $-3x = -6$ $x = 2$  L'équation admet deux solutions $0$ et $2$ .
$(x + 3) + (2x - 5) = 0$ $x + 3 + 2x - 5 = 0$ $3x = 5 - 3$ $3x = 2$ $x = \frac{2}{3}$  L'équation admet comme solution $\frac{2}{3}$	Si $(x + 1)(2 - 5x) = 0$ Alors $x + 1 = 0$ ou $2 - 5x = 0$ $x = -1$ $-5x = -2$ $x = \frac{2}{5}$  L'équation admet deux solutions $-1$ et $\frac{2}{5}$	

**Exercice n°10 :** *Uniquement les solutions sont communiquées*

$(2x-1)(x+4) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0,5 et -4

$(3x+9)(5-x) = 0$  Les solutions de l'équation sont -3 et 5

$(x+6)(5x+2) = 0$  Les solutions de l'équation sont -6 et -0,4

$2x(5x+8) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0 et -1,6

$\frac{3}{4}x(3-4x) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0 et 0,75

$4(4x-1)(3x+5) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0,25 et -5/3

$3x(5x+4)(5-x) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0 ; -0,8 et 5

$\left(\frac{2}{3}x-1\right)\left(-4-\frac{5}{2}x\right) = 0$  Les solutions de l'équation sont 1,5 et -1,6

$4x(-y+19) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0 et 19

$-2a(-a+7) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0 et 7

$(-3x+7)(5x+2) = 0$  Les solutions de l'équation sont 7/3 et -0,4

$(2x+1)^2 = 0$  La solution de l'équation est -0,5

$5x(6x-7)(4x+2)(8-6x) = 0$  Les solutions de l'équation sont 0 ; 7/6 ; -0,5 et 4/3

$\left(\frac{2}{3}t-2\right)\left(-4-\frac{5}{2}t\right) = 0$  Les solutions de l'équation sont 3 et -1,6

$\left(-\frac{1}{4}x+7\right)\left(-\frac{1}{2}x-4\right) = 0$  Les solutions de l'équation sont 28 et -8

**Exercice n°11 :** *Uniquement les solutions sont communiquées*

a) On a  $4x^2 - 2x = 2x(2x-1)$  Donc les solutions de l'équation  $4x^2 - 2x = 0$  sont 0 et 0,5.

b) On a  $(3x-5)(x+1) - (3x-5)(2x-3) = (3x-5)(-x+4)$

Donc les solutions de l'équation  $(3x-5)(x+1) - (3x-5)(2x-3) = 0$  sont 5/3 et 4

c) On a  $(5x+7)(2x+3) - (5x+7)^2 = (5x+7)(-3x-4)$

Donc les solutions de l'équation  $(5x+7)(2x+3) - (5x+7)^2 = 0$  sont -7/3 et -4/3

**Exercice n°12 :** Soit  $x$  la note du 5<sup>ème</sup> contrôle

On a :  $\frac{6+16+12+13+x}{5} = 13$

Soit :  $50 + x = 65$   
 $x = 65 - 50$   
 $x = 15$

**Conclusion :** La note au 5<sup>ème</sup> contrôle est 15 / 20

**Exercice n°13 :** Soit  $x$  le plus petit entier

On a :  $x + (x+1) + (x+2) = 2160$

Soit :  $3x + 3 = 2160$   
 $3x = 2157$   
 $x = \frac{2157}{3}$   
 $x = 719$

**Conclusion :** Les trois nombres entiers consécutifs sont : 719 ; 720 ; 721

**Exercice n°14 :** Soit  $x$  la largeur du rectangle

La longueur mesure  $2x$

On a :  $2 \times 2x + 2 \times x = 18$

Soit :  $4x + 2x = 18$   
 $6x = 18$   
 $x = 3$

**Conclusion :** Les dimensions du rectangle sont 3 et 6

**Exercice n°15 :** Choix de l'inconnue : Soit  $x$  le nombre

**Mise en équation :** On a :  $(-3) \times x + 15 = 6^2$

**Résolution de l'équation :** Soit :  $-3x + 15 = 36$   
 $-3x = 21$   
 $x = -7$

**Vérification :**  $(-3) \times (-7) + 15 = 21 + 15 = 36$

**Conclusion :** Le nombre que pensait Gwladys est - 7

**Exercice n°16 :**

Virginie a acheté quatre bandes dessinées au même prix. Elle a payé avec deux billets, l'un de cinq euros et l'autre de vingt euros. Le marchand lui a rendu un euro.

Quel est le prix d'une bande dessinée ?

**Choix de l'inconnue :** Soit  $x$  le prix d'une bande dessinée.

**Mise en équation :** On a :  $4x + 1 = 5 + 20$

**Résolution de l'équation :** Soit :  $4x + 1 = 25$   
 $4x = 24$   
 $x = 6$

**Vérification :**  $4 \times 6 = 24(\text{€})$   $25 - 24 = 1(\text{€})$

**Conclusion :** Le prix d'une bande dessinée est 6 €

### Exercice n°17 :

Marc, Régis et Axel comparent leurs âges. Ils ont obtenu les informations suivantes :

- la somme de leurs âges est égale à 75 ;
- Marc a deux ans de plus que Régis, qui a lui, huit ans de plus que Axel.

Détermine l'âge de chacun d'entre eux.

Choix de l'inconnue : Soit  $x$  l'âge de Axel

Mise en équation : On a :  $x + (x + 8) + (x + 8 + 2) = 75$

Résolution de l'équation : Soit :  $3x + 18 = 75$

$$3x = 57$$

$$x = 19$$

Vérification :  $19 + (19 + 8) + (19 + 8 + 2) = 19 + 27 + 29 = 75$

Conclusion : **Axel a 19 ans, Régis a 27 ans (19 + 8) et Marc a 29 ans (27 + 2)**

### Exercice n°18 :

Sandrine, Donia et Benjamin ont tous les trois gagné à la loterie.

Sandrine a gagné 20 € de plus que Donia.

Benjamin a gagné 10 € de moins que Donia.

A eux trois, ils ont gagné 190 €.

Quelle est la somme d'argent gagnée par chacun d'entre eux ?

Choix de l'inconnue : Soit  $x$  la somme gagnée par Donia

Mise en équation : On a :  $x + (x + 20) + (x - 10) = 190$

Résolution de l'équation : Soit :  $3x + 10 = 190$

$$3x = 180$$

$$x = 60$$

Vérification :  $60 + (60 + 20) + (60 - 10) = 60 + 80 + 50 = 190$

Conclusion : **Donia a gagné 60 €, Sandrine a gagné 80 € (60 + 20) et Benjamin a gagné 50 € (60 - 10).**