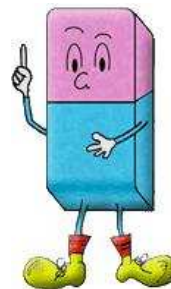


NOMBRES PREMIERS

Fraction irréductible

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Effectuer des opérations sur les nombres en écriture fractionnaire
- ☞ Comment trouver tous les diviseurs d'un même nombre
- ☞ Comment reconnaître un nombre premier
- ☞ Décomposer un nombre entier positif en produit de facteurs premiers.
- ☞ Simplifier une fraction pour la rendre irréductible.



A - RAPPELS SUR LES ECRITURES FRACTIONNAIRES

A - 1 QUOTIENTS EGAUX

Si a , b et k sont non nuls : $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$.

On peut simplifier l'écriture d'un quotient. *Exemple :* $\frac{15}{12} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Critères de divisibilité : Comment reconnaître si un nombre entier est divisible par un autre ?

- Examine le dernier chiffre du nombre :
Si c'est un nombre pair (0 , 2 , 4 , 6 , 8), le nombre est divisible par 2.
Si c'est 0 ou 5, le nombre est divisible par 5.
Si c'est 0, le nombre est divisible par 10.
- Additionne tous les chiffres qui ont permis d'écrire le nombre :
Si la somme trouvée est divisible par 3, le nombre en question est aussi divisible par 3.
Si la somme trouvée est divisible par 9, le nombre en question est aussi divisible par 9.

A - 2) ADDITION , SOUSTRACTION , MULTIPLICATION , DIVISION

a , b , c et d désignent des nombres positifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \dots\dots\dots ; \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \dots\dots\dots ; \quad a \times \frac{c}{b} = \dots\dots\dots ; \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \dots\dots\dots$$

Pour diviser une fraction par une autre fraction, on multiplie la première fraction par l'inverse de la deuxième fraction.

Pour b , c et d non nuls : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \dots\dots\dots$ ou $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \dots\dots\dots$

Méthode 1: Effectuer des opérations sur les nombres en écriture fractionnaire

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \dots\dots\dots ; \quad 6 + \frac{1}{2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{17}{9} - \frac{2}{9} = \dots\dots\dots \quad \frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{21}{4} = \dots\dots\dots \quad 4 \times \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{4}{7} \div \frac{5}{8} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{27}} = \dots\dots\dots$$

B - MULTIPLE - DIVISEUR - NOMBRE PREMIER

B - 1 MULTIPLE - DIVISEUR

Un nombre b , non nul, est un diviseur d'un nombre a lorsqu'il existe un nombre entier k , tel que :

$$\dots\dots = \dots\dots \times \dots\dots$$

On dit que a est un multiple de b

Exemples : 27 est un de 9 car $27 = 9 \times 3$

6 est un de 42 car $42 : 6 = 7$

Méthode 2: Comment trouver tous les diviseurs d'un même nombre

Exemple : Liste des diviseurs de 56.

Pour dresser la liste des diviseurs, on peut dresser un tableau comme ci-dessous

Les diviseurs de 56 sont :

B - 2 NOMBRE PREMIER

• Définition :

Un nombre entier qui n'a pour diviseur que lui-même et le chiffre 1 s'appelle un

Exemples :

- 83
- 143
- 1
- 0

• Propriété :

- Il existe de nombres premiers
- Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :
2 3
.....

• Méthode:

Soit N un entier supérieur ou égal à 2 .
Pour montrer que N est premier, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier
Inférieur ou égale à \sqrt{N}

Méthode 3: Comment reconnaître un nombre premier

Enoncé : 1. 178 est-il un nombre premier ?
2. 157 est-il un nombre premier ?

Solution :

1. On remarque que 178 se termine par le chiffre 8.

178

Conclusion :

2. On a : $\sqrt{157} \approx$

On va donc tester la divisibilité de 157 par tous les nombres premiers entre 2 et 12, c'est-à-dire par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11.

→ 157 est

→ $1 + 5 + 7 =$, donc 157

→ 157

→ $157 \div 7$ donne quotient et reste dans la division euclidienne.

Le reste n'étant pas égal à, 157

→ $157 \div 11$ donne quotient et reste dans la division euclidienne.

Le reste n'étant pas égal à,

Conclusion :

B - 3 DECOMPOSER EN PRODUIT DE NOMBRES PREMIERS

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut se décomposer en produit de facteurs premiers.

Exemples : 24 = =
60 = =

Méthode 4: Décomposer un nombre entier positif en produit de facteurs premiers.

Enoncé : Décomposer le nombre 120 en un produit de nombres premiers.

Solution :

120	←	120 est pair donc divisible par 2. On a : $120 = 2 \times 60$
.....	←	60 est pair donc divisible par 2. On a : $60 = 2 \times 30$
.....	←	30 est pair donc divisible par 2. On a : $30 = 2 \times 15$
.....	←	15 est divisible par 3. On a : $15 = 3 \times 5$
.....	←	5 est divisible par 5. On a : $5 = 5 \times 1$
.....	←	1 n'est pas divisible par un nom premier. On a donc terminé.

Conclusion : $120 = \dots\dots\dots$

C - FRACTION IRREDUCTIBLE

Une fraction est dite irréductible lorsque le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Méthode 5: Simplifier une fraction pour la rendre irréductible.

Enoncé : Rendre irréductible la $\frac{30}{80}$

Solution :

La décomposition en produit de facteurs premiers permet de simplifier et de rendre irréductible une fraction

$$\frac{30}{80} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

Objectif brevet : Extrait session septembre 2013 – exercice n°7 (Affirmation 1)

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?
Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

.....
.....
.....
.....
.....