

# THEME 3 : CALCUL LITTERAL (1)

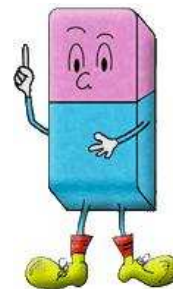
## DEVELOPPEMENT - FACTORISATION

### REDUCTION

\*\*\*\*\*

*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Réduire une expression littérale
- ☞ Développer en utilisant la simple distributivité.
- ☞ Développer en utilisant la double distributivité
- ☞ Développer en utilisant les identités remarquables.
- ☞ Factoriser une expression
- ☞ Factoriser en utilisant l'identité remarquable  $a^2 - b^2$



#### A - RAPPELS : LA REGLE DES SIGNES

Le produit de deux nombres de même signe est un nombre .....

Le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre .....

$$\begin{aligned} (+ \dots) \times (+ \dots) &= + \dots \\ (- \dots) \times (- \dots) &= + \dots \\ (- \dots) \times (+ \dots) &= - \dots \\ (+ \dots) \times (- \dots) &= - \dots \end{aligned}$$

*Exemples :*  $4 \times 5 = \dots$  ;  $-5 \times 6 = \dots$  ;  $8 \times (-3) = \dots$  ;  $-6 \times (-8) = \dots$

#### B - RAPPELS : REDUIRE UNE EXPRESSION

- **Réduire une expression** signifie l'écrire sous la forme la plus simple possible, que l'on appellera la forme réduite.
- Dans une expression littérale, on peut additionner entre eux les nombres, « les  $x$  avec les  $x$  », « les  $x^2$  avec les  $x^2$  », « les  $y$  avec les  $y$  », etc.
- Quand le signe n'est pas écrit, c'est le signe  $\times$ .
- A savoir :  $x \times x = x^2$ .

#### Méthode 1 : Réduire une expression littérale.

Énoncé : réduis, si possible, les expressions suivantes :

$$A = 2x + 3x$$

$$A = 2 \times x + 3 \times x$$

$$A = x \times (\dots + \dots) \leftarrow \text{On factorise par } x$$

$$A = \dots$$

$$B = x + 4 - 5x + 7$$

$$B = x - \dots + \dots + \dots$$

$$B = x \times 1 - \dots + \dots + \dots$$

$$B = x ( \dots ) + \dots + \dots$$

$$B = \dots + \dots$$

← On regroupe les termes en  $x$

( On compte les  $x$  )

← On factorise par  $x$

$$C = x - 3 + 3x^2 - 5x - 4x^2$$

$$C = 3x^2 - \dots + x - \dots - \dots$$

$$C = x^2 ( \dots ) + x ( \dots ) - 3$$

$$C = \dots$$

← On regroupe les  $x^2$  puis les  $x$

← On factorise par  $x^2$  puis par  $x$  ( on compte les  $x^2$  et les  $x$  )

$$D = 6x - 3x = \dots$$

$$E = 2x \times 7x = \dots$$

$$F = 7 + 5x \dots$$

$$G = 3x \times 5 = \dots$$

$$H = 5y + 3x - 7y + 9x - 12 = \dots$$

### C - DISTINGUER LES DEMARCHES : FACTORISER ET DEVELOPPER

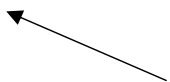
- **Développer** une expression, c'est l'écrire sous la forme .....

Exemple :  $(3x + 1)(2x + 7) = 6x^2 + 23x + 7$



- **Factoriser** une expressions, c'est l'écrire sous la forme .....

Exemple :  $14x + 21 = 7(2x + 3)$



Produit de facteurs

- **Expression développée :** .....

- **Expressions factorisée :** .....

### D - DEVELOPPER UNE EXPRESSION ( Rappels )

Pour trois nombres relatifs  $x$ ,  $y$  et  $k$  :

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y \qquad k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$

#### Méthode 2: Développer en utilisant la simple distributivité.

$$A = 5(2 + x)$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = -3(2x - 7)$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

Pour quatre nombres relatifs  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

**Méthode 3: Développer en utilisant la double distributivité.**

$C = (5x - 6)(3x + 7)$

$C = \dots\dots\dots$

$C = \dots\dots\dots$

$D = 2x^2 - (x + 2)(x - 8).$

$D = \dots\dots\dots$

$D = \dots\dots\dots$

$D = \dots\dots\dots$

$D = \dots\dots\dots$

**E- IDENTITES REMARQUABLES - Développement**

**Carré d'une somme :**

$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$

*Exemple :*  $(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$

**Carré d'une différence :**

$(a - b)^2 = \dots\dots\dots$

*Exemple :*  $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

**produit de la somme et de la différence:**

$(a + b)(a - b) = \dots\dots\dots$

*Exemple :*  $(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$

**Méthode 4: Développer une expression avec des identités remarquables**

- Développer une expression de la forme  $(a + b)^2$ .

*Exemple :* Développer l'expression  $A = (2x + 3)^2$

$A = (2x + 3)^2$  ← ① On identifie les nombres a et b : a = ..... et b = .....

$A = (\dots\dots\dots)^2 + \dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots^2$  ← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$A = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$  ← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme  $(a - b)^2$ .

*Exemple :* Développer l'expression  $B = (3x - 5)^2$

$B = (3x - 5)^2$  ← ① On identifie les nombres a et b : a = ..... et b = .....

$B = (\dots\dots\dots)^2 - \dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots^2$  ← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$B = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$  ← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme  $(a + b)(a - b)$ .

Exemple : Développer l'expression  $C = (5x + 6)(5x - 6)$

$C = (5x + 6)(5x - 6)$  ← ① On identifie les nombres a et b :  $a = \dots\dots$  et  $b = \dots\dots$

$C = (\dots\dots)^2 - \dots\dots^2$  ← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$C = \dots\dots - \dots\dots$  ← ③ On calcule chacun des termes

## F - FACTORISER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LA DISTRIBUTIVITE

Pour trois nombres relatifs  $x, y$  et  $k$  :

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y) ; \quad k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

$k$  est appelé le **facteur commun**

### Méthode 5: Factoriser avec un facteur commun.

Exemple 1: Factoriser l'expression  $A = (4x - 3)(2x + 3) - 2(2x + 3)(x - 2)$

$A = (4x - 3)(2x + 3) - 2(2x + 3)(x - 2)$  ☞ On repère le facteur commun

$A = \dots\dots\dots$  ☞ On factorise par  $\dots\dots\dots$

$A = \dots\dots\dots$  ☞ On supprime les parenthèses du second facteur .

$A = \dots\dots\dots$  ☞ On réduit l'expression.

Exemple 2 : Factoriser l'expression  $B = (3x - 1)(x - 8) - (2x + 4)(x - 8)$ .

$B = \dots\dots\dots$

$B = \dots\dots\dots$

$B = \dots\dots\dots$

$B = \dots\dots\dots$

## G - FACTORISER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LES IDENTITES REMARQUABLES

### Méthode 6: Factoriser une expression en utilisant des identités remarquables

- Factoriser en utilisant l'égalité  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Exemple 1 : Factoriser l'expression  $A = x^2 + 14x + 49$

$A = x^2 + 14x + 49$  ← ① On repère l'identité remarquable  $\dots\dots\dots$

$A = \dots^2 + \dots \times \dots \times \dots + \dots^2$  ← ② On identifie les nombres a et b :  $a = \dots\dots$  et  $b = \dots\dots$

$A = (\dots + \dots)^2$  ← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

- Factoriser en utilisant l'égalité  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Exemple 2 : Factoriser l'expression  $B = x^2 - 10x + 25$

- $B = x^2 - 10x + 25$  ← ① On repère l'identité remarquable .....
- $B = \dots\dots\dots$  ← ② On identifie les nombres a et b : a = ..... et b = .....
- $B = \dots\dots\dots$  ← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

- Factoriser en utilisant l'égalité  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exemple 3 : Factoriser l'expression  $C = 25x^2 - 36$

- $C = 25x^2 - 36$  ← ① On repère l'identité remarquable .....
- $C = \dots\dots\dots$  ← ② On identifie les nombres a et b : a = ..... et b = .....
- $C = \dots\dots\dots$  ← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

Autre exemples : Factoriser :  $D = 36x^2 + 24x + 4$  et  $E = 9 - (x + 3)^2$

$D = 36x^2 + 24x + 4$

$E = 9 - (x + 3)^2$

Objectif brevet : Extrait session septembre 2013 – exercice n°7 (Affirmation 3)

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?  
 Pour n'importe quel nombre entier  $n$ ,  $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$  est un multiple de 4.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Objectif brevet** : *Extrait session avril 2010 Inde – exercice n°3*

Pour chaque question, entoure la lettre correspondant à la bonne réponse.  
*Aucune justification n'est demandée.*

Questions		Réponses		
		A	B	C
1.	Quelle expression est égale à 6 si on choisit la valeur $x = -1$ ?	$-3x^2$	$6(x+1)$	$5x^2 + 1$
2.	Le développement de $(x+3)(2x+4) - 2(5x+6)$ est :	$2x^2$	$2x^2 + 20x + 24$	$2x^2 + 24$
3.	La factorisation de $9x^2 - 16$ est :	$(3x-4)^2$	$(3x+4)(3x-4)$	$(3x+4)^2$
4.	Les solutions de l'équation $(x-5)(3x+4) = 0$ est :	$\frac{4}{3}$ et 5	$-\frac{4}{3}$ et 5	$\frac{4}{3}$ et -5