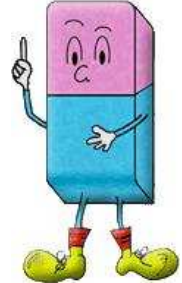


THEME 3 : CALCUL LITTERAL (1)

DEVELOPPEMENT - FACTORISATION REDUCTION

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Réduire une expression littérale
- ☞ Développer en utilisant la simple distributivité.
- ☞ Développer en utilisant la double distributivité
- ☞ Développer en utilisant les identités remarquables.
- ☞ Factoriser une expression
- ☞ Factoriser en utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2$



A - RAPPELS : LA REGLE DES SIGNES

Le produit de deux nombres de même signe est un nombre positif
Le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif

$$\begin{aligned} (+ \dots) \times (+ \dots) &= + \dots \\ (- \dots) \times (- \dots) &= + \dots \\ (- \dots) \times (+ \dots) &= - \dots \\ (+ \dots) \times (- \dots) &= - \dots \end{aligned}$$

Exemples : $4 \times 5 = 20$; $-5 \times 6 = -30$; $8 \times (-3) = -24$; $-6 \times (-8) = 48$

B - RAPPELS : REDUIRE UNE EXPRESSION

- **Réduire une expression** signifie l'écrire sous la forme la plus simple possible, que l'on appellera la forme réduite.
- Dans une expression littérale, on peut additionner entre eux les nombres, « les x avec les x », « les x^2 avec les x^2 », « les y avec les y », etc.
- Quand le signe n'est pas écrit, c'est le signe \times .
- A savoir : $x \times x = x^2$.

Méthode 1 : Réduire une expression littérale.

Enoncé : réduis, si possible, les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= 2x + 3x \\ A &= 2 \times x + 3 \times x \\ A &= x \times (2 + 3) \\ A &= 3x \end{aligned}$$

$$B = x + 4 - 5x + 7$$

$$B = x - 5x + 4 + 7 \quad \text{On regroupe les termes en } x$$

$$B = x \times 1 - 5 \times x + 4 + 7 \quad (\text{on compte les } x)$$

$$B = x(1 - 5) + 4 + 7 \quad \text{On factorise par } x$$

$$B = -4x + 11$$

$$C = x - 3 + 3x^2 - 5x - 4x^2$$

$$C = 3x^2 - 4x^2 + x - 5x - 3 \quad \text{On regroupe les } x^2 \text{ puis les } x$$

$$C = x^2(3 - 4) + x(1 - 5) - 3 \quad \text{On factorise par } x^2 \text{ puis par } x \text{ (on compte les } x^2 \text{ et les } x)$$

$$C = -x^2 - 4x - 3$$

$$D = 6x - 3x = x(6 - 3) = 3x$$

$$E = 2x \times 7x = 2 \times 7 \times x \times x = 14x^2$$

$$F = 7 + 5x \quad (\text{d\u00e9j\u00e0 r\u00e9duits})$$

$$G = 3x \times 5 = 3 \times 5 \times x = 15x$$

$$H = 5y + 3x - 7y + 9x - 12 = 3x + 9x + 5y - 7y - 12 = 12x - 2y - 12$$

C - DISTINGUER LES DEMARCHES : FACTORISER ET DEVELOPPER

- **D\u00e9velopper** une expression, c'est l'\u00e9crire sous la forme d'une somme de termes

Exemple : $(3x + 1)(2x + 7) = 6x^2 + 23x + 7$

Somme de termes

- **Factoriser** une expressions, c'est l'\u00e9crire sous la forme d'un produit de facteurs

Exemple : $14x + 21 = 7(2x + 3)$

Produit de facteurs

- **Expression d\u00e9velopp\u00e9e :** $6x^2 + 23x + 7$
- **Expressions factoris\u00e9e :** $(3x + 1)(2x + 7)$

D - DEVELOPPER UNE EXPRESSION (Rappels)

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$k \times (x + y) = k \times x + k \times y$	$k \times (x - y) = k \times x - k \times y$
--	--

M\u00e9thode 2: D\u00e9velopper en utilisant la simple distributivit\u00e9.

$$A = 5(2 + x)$$

$$A = 5 \times 2 + 5 \times x$$

$$A = 10 + 5x$$

$$B = -3(2x - 7)$$

$$B = -3 \times 2x - 3 \times (-7)$$

$$B = -6x + 21$$

Pour quatre nombres relatifs a , b , c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Méthode 3: Développer en utilisant la double distributivité.

$$C = (5x - 6)(3x + 7)$$

$$C = 15x^2 + 35x - 18x - 42$$

$$C = 15x^2 + 17x - 42$$

$$D = 2x^2 - (x + 2)(x - 8).$$

$$D = 2x^2 - (x^2 - 8x + 2x - 16)$$

$$D = 2x^2 - (x^2 - 6x - 16)$$

$$D = 2x^2 - x^2 + 6x + 16$$

$$D = x^2 + 6x + 16$$

E- IDENTITES REMARQUABLES - Développement

Carré d'une somme :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemple : $(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$

Carré d'une différence :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemple : $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

Produit de la somme et de la différence:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple : $(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$

Méthode 4: Développer une expression avec des identités remarquables

- Développer une expression de la forme $(a + b)^2$.

Exemple : Développer l'expression $A = (2x + 3)^2$

$$A = (2x + 3)^2$$

← ① On identifie les nombres a et b : $a = 2x$ et $b = 3$.

$$A = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$$A = 4x^2 + 12x + 9$$

← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme $(a - b)^2$.

Exemple : Développer l'expression $B = (3x - 5)^2$

$$B = (3x - 5)^2$$

← ① On identifie les nombres a et b : $a = 3x$ et $b = 5$.

$$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$$B = 9x^2 - 30x + 25$$

← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme $(a + b)(a - b)$.

Exemple : Développer l'expression $C = (5x + 6)(5x - 6)$

$$C = (5x + 6)(5x - 6)$$

← ① On identifie les nombres a et b : a = 5x et b = 6.

$$C = (5x)^2 - 6^2$$

← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$$C = 25x^2 - 36$$

← ③ On calcule chacun des termes

F - FACTORISER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LA DISTRIBUTIVITE

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y) ; \quad k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

k est appelé le **facteur commun**

Méthode 5: Factoriser avec un facteur commun.

Exemple 1: Factoriser l'expression $A = (4x - 3)(2x + 3) - 2(2x + 3)(x - 2)$

$$A = (4x - 3)(2x + 3) - 2(2x + 3)(x - 2)$$

☞ On repère le facteur commun (2x + 3)

$$A = (2x + 3) [(4x - 3) - 2(x - 2)]$$

☞ On factorise par (2x + 3). On met des crochets

$$A = (2x + 3) [4x - 3 - 2x + 4]$$

☞ On supprime les parenthèses du second facteur.

$$A = (2x + 3)(2x + 1)$$

☞ On réduit l'expression.

Exemple 2: Factoriser l'expression $B = (3x - 1)(x - 8) - (2x + 4)(x - 8)$.

$$B = (3x - 1)(x - 8) - (2x + 4)(x - 8)$$

$$B = (x - 8) [(3x - 1) - (2x + 4)]$$

$$B = (x - 8) [3x - 1 - 2x - 4]$$

$$B = (x - 8)(x - 5)$$

G - FACTORISER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LES IDENTITES REMARQUABLES

Méthode 6: Factoriser une expression en utilisant des identités remarquables

- Factoriser en utilisant l'égalité $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Exemple 1 : Factoriser l'expression $A = x^2 + 14x + 49$

$$A = x^2 + 14x + 49$$

← ① On repère l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2$$

← ② On identifie les nombres a et b : a = x et b = 7.

$$A = (x + 7)^2$$

← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

• Factoriser en utilisant l'égalité $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Exemple 2 : Factoriser l'expression $B = x^2 - 10x + 25$

$$B = x^2 - 10x + 25$$

← ① On repère l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$B = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$$

← ② On identifie les nombres a et b : a = x et b = 5

$$B = (x - 5)^2$$

← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

• Factoriser en utilisant l'égalité $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exemple 3 : Factoriser l'expression $C = 25x^2 - 36$

$$C = 25x^2 - 36$$

← ① On repère l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$C = (5x)^2 - 6^2$$

← ② On identifie les nombres a et b : a = 5x et b = 6

$$C = (5x - 6)(5x + 6)$$

← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

Autre exemples : Factoriser : $D = 36x^2 + 24x + 4$ et $E = 9 - (x + 3)^2$

$$D = 36x^2 + 24x + 4$$

$$D = (6x)^2 + 2 \times 6x \times 2 + 2^2$$

$$D = (6x + 2)^2$$

$$E = 9 - (x + 3)^2$$

$$E = 3^2 - (x + 3)^2$$

$$E = [3 - (x + 3)][3 + (x + 3)]$$

$$E = [3 - x - 3][3 + x + 3]$$

$$E = -x(x + 6)$$

Objectif brevet : Extrait session septembre 2013 – exercice n°7 (Affirmation 3)

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

Pour n'importe quel nombre entier n, $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de 4.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Objectif brevet : Extrait session avril 2010 Inde – exercice n°3

Pour chaque question, entoure la lettre correspondant à la bonne réponse.
Aucune justification n'est demandée.

Questions		Réponses		
		A	B	C
1.	Quelle expression est égale à 6 si on choisit la valeur $x = -1$?	$-3x^2$	$6(x+1)$	$5x^2 + 1$
2.	Le développement de $(x+3)(2x+4) - 2(5x+6)$ est :	$2x^2$	$2x^2 + 20x + 24$	$2x^2 + 24$
3.	La factorisation de $9x^2 - 16$ est :	$(3x-4)^2$	$(3x+4)(3x-4)$	$(3x+4)^2$
4.	Les solutions de l'équation $(x-5)(3x+4) = 0$ est :	$\frac{4}{3}$ et 5	$-\frac{4}{3}$ et 5	$\frac{4}{3}$ et -5