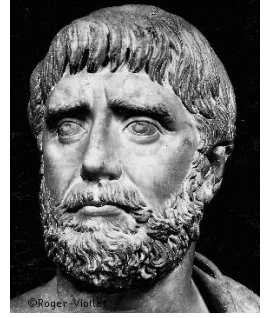
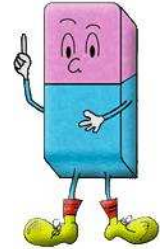


## SYNTHESE - THEME N°17 : RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES

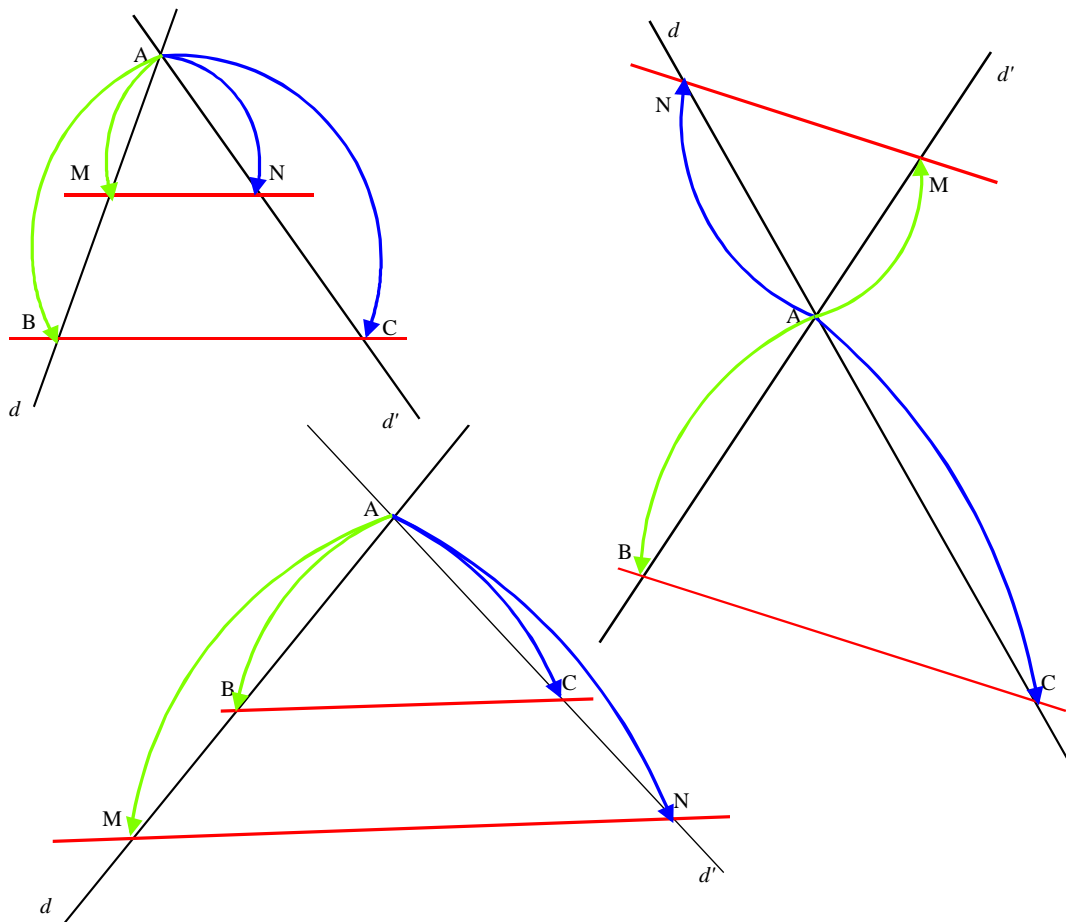


*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Démontrer que deux droites sont parallèles
- ☞ Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles
- ☞ Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver ou réfuter une conjecture



### RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES

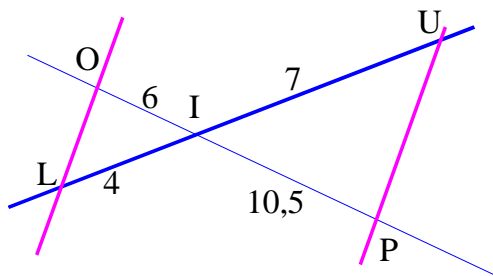


Soit :

- Deux droites  $d$  et  $d'$  sécantes en  $A$  ;
- Deux points  $B$  et  $M$  de  $d$  distincts de  $A$  ;
- Deux points  $C$  et  $N$  de  $d'$  distincts de  $A$  ;

Si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  et si les points  $A, B, M$  et les points  $A, C, N$  sont alignés dans le même ordre alors les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles

### Méthode 1: Montrer que deux droites sont parallèles



Les droites (OL) et (UP) sont-elles parallèles ?

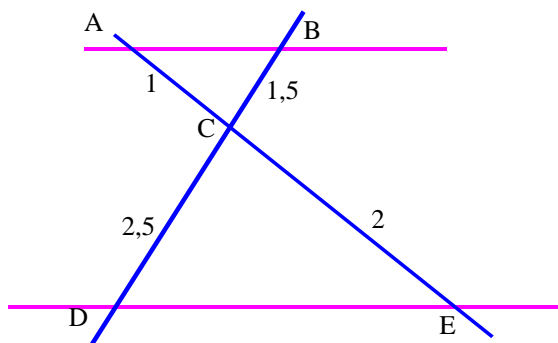
$$\text{On a : } \frac{IU}{IL} = \frac{7}{4} = 1,75 \quad \text{et} \quad \frac{IP}{IO} = \frac{10,5}{6} = 1,75$$

On sait que les droites (OP) et (UL) se coupent en I. Les droites (OL) et (UP) sont-elles parallèles ?  
L, I, U sont alignés dans le même ordre ;

$$\text{De plus, comme } \frac{IU}{IL} = \frac{IP}{IO} = 1,75$$

**Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (LO) et (PU) sont parallèles.**

### Méthode 2: Montrer que deux droites ne sont pas parallèles



Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

$$\text{On a : } \frac{CA}{CE} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{et} \quad \frac{CB}{CD} = \frac{1,5}{2,5} = 0,6$$

On sait que les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C.

Si les droites (AB) et (DE) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, on aurait

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} \quad \text{or} \quad \frac{CA}{CE} \neq \frac{CB}{CD}$$

**Conclusion : Les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles**