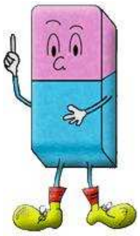
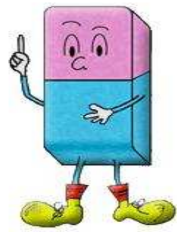


3-EME

Thème N°15 : PUISSANCE D'UN NOMBRE

<u>*A la fin du thème, tu dois savoir*</u> *:*

- Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire
- Savoir écrire un nombre en notation scientifique
- Utiliser les règles de calculs sur les puissances
- Comment organiser un calcul avec des puissances
- Connaitre les préfixes et savoir les utiliser avec les puissances de dix pour convertir.



A - PUISSANCE D'EXPOSANT ENTIER POSITIF

Définition :

Si n est un entier supérieur ou égal à 2, alors : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times ....\times a}_{n \text{ facteurs}}$

De plus , $a^1 =$......... et pour $a \neq 0$, $a^0 =$.........

Vocabulaire : a^n se lit « a ………………… n » ou « a …………………. n »

<u>*Exemples :*</u>

$5^4 =$ .... = ... $(-6)^3 =$ .... = ...

$3^9 =$ .... $(-3)^0 =$ .... ; $(5{,}7)^1 =$ ....

B - AVEC LA CALCULATRICE

Avec la calculatrice

Avec la Casio 2D, on utilise la touche $\boxed{x^{\blacksquare}}$ et avec la TI-Collège, la touche $\boxed{\wedge}$, ou ……

Exemple **:** Calcule de $(-7)^5$

Casio 2D : $\boxed{(}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{7}$ $\boxed{)}$ $\boxed{x^{\blacksquare}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{EXE}}$ – 16 807

TI-Collège : : $\boxed{(}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{7}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\wedge}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ – 16 807

C - PRIORITES OPERATOIRES

- Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les ……………………………., puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions.
- Dans une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs …………………………………….

Méthode 1: Savoir donner l'écriture décimale d'un nombre

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale des nombres $A = 4^2 \times 4^3$ et $B = \dfrac{5^3}{5^5}$.

$A = 4^2 \times 4^3$ = (………) × (………………………) = …….$^{....}$ = …………

$B = \dfrac{5^3}{5^5} = \dfrac{.......................}{...} = \dfrac{1}{.....\times.....} = \dfrac{1}{........} =$ ………

Exemple 2 : Donne l'écriture décimale du nombre $C = 6^3 + 126 \times 3^2 - 8$

$C = 6^3 + 126 \times 3^2 - 8$

C = ……. + 126 × …… − 8 ☞ On effectue d'abord les puissances

C = ……. + ……..….. − 8 ☞ On effectue la multiplication

C = ……. + ……. − 8 ☞ On effectue un calcul de la gauche vers la droite

C = ………

Exemple 3 : Donne l'écriture décimale du nombre $D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$

$D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$

D = ……^{3} − ……..^{2} ☞ On effectue d'abord dans les parenthèses

D = ……. − ……. ☞ On applique la définition des puissances

D = …….. ☞ On effectue la soustraction

D - PUISSANCES D'EXPOSANT ENTIER NEGATIF

Définition :

Si $a \neq 0$, alors le nombre a^{-n} est l'inverse de a^n. C'est-à-dire : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Exemples :

$4^{-1} = \dfrac{1}{4^{....}} =$ …… ; $5^{-2} = \dfrac{1}{5^{....}} = \dfrac{1}{.......} =$ …….. ; $(-2)^{-3} = \dfrac{1}{........^3} = \dfrac{1}{-......} =$ ………

Méthode 2 : Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale du nombre $C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$

$C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$

C = ……. + 126 × $\dfrac{.......}{.......}$ − 8 ☞ On effectue d'abord les puissances

C = ……. + 126 × $\dfrac{1}{.....}$ − 8 ☞ On effectue la multiplication

C = ……. + ……. − 8 ☞ On effectue un calcul de la gauche vers la droite

C = ………

E – REGLES DE CALCULS

Si $a \neq 0$ et si m et n sont des entiers relatifs, alors :

$$a^m \times a^n = a^{\dots\dots\dots\dots} \qquad et \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{\dots\dots\dots\dots} \quad ; \quad (a^n)^P = a^{\dots\dots\dots\dots}$$

Si a et b sont des nombres différents de 0 et si n est un entier relatif, alors :

$$(ab)^n = \dots\dots\dots \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots\dots\dots$$

Méthode 3: Utiliser les règles de calculs pour calculer

Exemples :

$3^4 \times 3^2 = 3^{\dots\dots\dots} = \dots\dots$; $9^5 \times 9^{-3} = 9^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$; $2^{-6} \times 2^5 = 2^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots\dots$

$(-4)^{-2} \times (-4)^5 = (-4)^{\dots\dots} = \dots\dots\dots$; $\frac{7^5}{7^3} = 7^{\dots\dots} = \dots\dots$; $\frac{2^{12}}{2^{15}} = 2^{\dots\dots} = 2^{\dots\dots} = \frac{1}{2^{\dots\dots}} = \dots\dots$

$(5^2)^3 = 5^{\dots\dots} = \dots\dots$; $((-8)^4)^7 = (-8)^{\dots\dots} = \dots\dots\dots$; $(7^{-5})^2 = 7^{\dots\dots} = \dots\dots$

$(2\times3)^2 = 2^{\dots} \times 3^{\dots} = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots\dots\dots$; $(5\times10^{-3})^2 = 5^{\dots} \times (10^{\dots\dots})^{\dots} = \dots\dots\dots\dots\dots$

$(5x)^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots$; $(2\sqrt{5})^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots \times \dots = \dots\dots$; $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^{\dots}}{5^{\dots}} = \dots\dots\dots\dots\dots$

F – PUISSANCES DE DIX

1°) *Cas ou l'exposant est positif*

Pour tout entier positif n, l'écriture décimale de 10^n est un 1 suivi de n zéros

Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, $\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots\dots \times 10}_{n \textit{ facteurs}} = \mathbf{10^n}$

Exemples : $1\,000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^{\dots\dots}$; $1 = 10^{\dots\dots}$

2°) *Cas ou l'exposant est négatif*

Pour tout entier positif n, $\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^{\dots\dots}}} = \frac{1}{10\dots\dots0} = 0,000\dots01$ (n zéros précédent le 1 , sans oublier la virgule)

Exemple : $10^{-3} = \; = \frac{1}{10^{\dots\dots}} = \frac{1}{1\dots\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots\dots\dots$

G – <u>ECRITURE SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE DECIMAL</u>

Nombre décimal non nul pouvant s'écrire sous la forme $a \times 10^n$, avec a un nombre décimal non nul ne comportant qu'un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif.

<u>Méthode 4</u>: Savoir écrire un nombre en notation scientifique

<u>*Exemples :*</u> Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

A = 0,000 256 ; B = $783{,}9 \times 10^{3}$; C = $18 \times 10^{-5} \times 5{,}6 \times 10^{7}$

A = 0,000 256

A = ……… × 10 ……

B = $783{,}9 \times 10^{3}$

B = (……… × 10 ……) × 10 ……

B = ………. × (10 …… × 10 ……)

B = ……… × 10 ……

C = $18 \times 10^{-5} \times 5{,}6 \times 10^{7}$

C = (…….. × ……..) × (10 …… × 10 ……)

C = …………… × 10 ……

C = (……… × 10 ……) × 10 ……

C = ………. × (10 …… × 10 ……)

C = ……… × 10 ……

<u>Méthode 5</u>: Comment organiser un calcul avec des puissances

Donne les écritures décimale et scientifique du nombre suivant : A = $\dfrac{7 \times 10^{7} \times 25 \times 10^{-5}}{14 \times 10^{8} \times 10^{-2}}$.

On rassemble les nombres et les puissances de dix A = ……………………………………

On simplifie les nombres et les puissances de dix A = …………………………………..

A = …………………..

A = ………………….

A = …………………

L'écriture scientifique est A = …………………

A = …………………

$\boxed{\textbf{A =} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

L'écriture décimale est A = ………………….

$\boxed{\textbf{A =} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

H – LES PREFIXES

Puissance de dix	Préfixe	Symbole
10^9	giga	G
10^6	méga	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	déca	da
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n

Exemples :

7 kilogrammes = ………. kg = …………….g = ……….g

8 mégaoctets = ……………. Mo = ……….octets

9 micromètres = ……………. µm = ……….m

12 cL = …………….L = ……….L

Méthode 6: Utiliser les puissances de dix pour convertir.

Enoncé : Le rayon d'un atome de plomb est $1,8 \times 10^{-10}$ m. Le convertir en nanomètre

Solution :

On sait que : 10^{-9} m = ………. nm

Donc : 1 m = $\dfrac{1}{10^{-9}}$ nm = ……… nm

En utilisant un tableau de proportionnalité, on a :

Distance (en m)	1	$1,8 \times 10^{-10}$
Distance (en nm)	10^9	x

Soit : $x = \dfrac{\text{..}}{1}$ = ... = 0,18

Conclusion : …………………………………………………………………….

Objectif brevet : *Amérique du Nord – Juin 2010 (Extrait)*

Donner l'écriture scientifique du nombre $\dfrac{6\times10^{12}\times35\times10^{-4}}{14\times10^{3}}$.

…………………………………………………………………………………………………….

…………………………………………………………………………………………………….

…………………………………………………………………………………………………….

…………………………………………………………………………………………………….