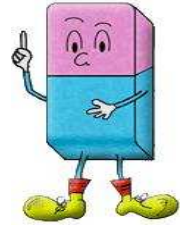


### 3-EME

## Thème N°15 : PUISSANCE D'UN NOMBRE

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire
- ☞ Savoir écrire un nombre en notation scientifique
- ☞ Utiliser les règles de calculs sur les puissances
- ☞ Comment organiser un calcul avec des puissances
- ☞ Connaître les préfixes et savoir les utiliser avec les puissances de dix pour convertir.



### A - PUISSANCE D'EXPOSANT ENTIER POSITIF

**Définition :**

Si  $n$  est un entier supérieur ou égal à 2, alors :  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

De plus ,  $a^1 = a$  et pour  $a \neq 0$  ,  $a^0 = 1$

**Vocabulaire :**  $a^n$  se lit «  $a$  exposant  $n$  » ou «  $a$  puissance  $n$  »

**Exemples :**

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625 \quad ; \quad (-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$$

$$3^9 = 19\,683 \quad (-3)^0 = 1 \quad (5,7)^1 = 5,7$$

### B - AVEC LA CALCULATRICE

Avec la Casio 2D, on utilise la touche  $x^\square$  et avec la TI-Collège, la touche  $\wedge$  , ou .....

**Exemple :** Calcule de  $(-7)^5$

Casio 2D :    ( )   (-)   7   )    $x^\square$    5   EXE   - 16 807

TI-Collège : :   ( )   (-)   7   )    $\wedge$    5   ENTER   - 16 807

### C - PRIORITES OPERATOIRES

- Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions.
- Dans une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses.

## Méthode 1 : Savoir donner l'écriture décimale d'un nombre

**Exemple 1 :** Donne l'écriture décimale des nombres  $A = 4^2 \times 4^3$  et  $B = \frac{5^3}{5^5}$ .

$$A = 4^2 \times 4^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^5 = 1\,024$$

$$B = \frac{5^3}{5^5} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25} = 0,04$$

**Exemple 2 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $C = 6^3 + 126 \times 3^2 - 8$

$$C = 6^3 + 126 \times 3^2 - 8$$

$$C = 216 + 126 \times 9 - 8$$

$$C = 216 + 126 \times 9 - 8$$

$$C = 216 + 1\,134 - 8$$

☞ On effectue d'abord les puissances

☞ On effectue la multiplication

☞ On effectue un calcul de la gauche vers la droite

$$C = 1\,342$$

**Exemple 3 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$

$$D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$$

$$D = 3^3 - 12^2$$

$$D = 27 - 144$$

$$D = -117$$

☞ On effectue d'abord dans les parenthèses

☞ On applique la définition des puissances

☞ On effectue la soustraction

## D - PUISSANCES D'EXPOSANT ENTIER NEGATIF

**Définition :**

Si  $a \neq 0$ , alors le nombre  $a^{-n}$  est l'inverse de  $a^n$ . C'est-à-dire :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

**Exemples :**

$$4^{-1} = \frac{1}{4^1} = 0,25 \quad ; \quad 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04 \quad ; \quad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = 0,125$$

## Méthode 2 : Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire

**Exemple 1 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$

$$C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$$

$$C = 216 + 126 \times \frac{1}{3^2} - 8$$

$$C = 216 + 126 \times \frac{1}{9} - 8$$

$$C = 216 + 14 - 8$$

$$C = 222$$

☞ On effectue d'abord les puissances

☞ On effectue la multiplication

☞ On effectue un calcul de la gauche vers la droite

## B - REGLES DE CALCULS

Si  $a \neq 0$  et si  $m$  et  $n$  sont des entiers relatifs, alors :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{et} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad ; \quad (a^n)^p = a^{n \times p}$$

Si  $a$  et  $b$  sont des nombres différents de 0 et si  $n$  est un entier relatif, alors :

$$(ab)^n = a^n b^n \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

### Méthode 3: Utiliser les règles de calculs pour calculer

#### Exemples :

$$3^4 \times 3^2 = 3^{4+2} = 3^6 \quad ; \quad 9^5 \times 9^{-3} = 9^{5+(-3)} = 9^2 \quad ; \quad 2^{-6} \times 2^5 = 2^{-6+5} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$(-4)^{-2} \times (-4)^5 = (-4)^{-2+5} = (-4)^3 \quad ; \quad \frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2 \quad ; \quad \frac{2^{12}}{2^{15}} = 2^{12-15} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6 \quad ; \quad ((-8)^4)^7 = (-8)^{4 \times 7} = (-8)^{28} \quad ; \quad (7^{-5})^2 = 7^{-5 \times 2} = 7^{-10}$$

$$(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36 \quad ; \quad (5 \times 10^{-3})^2 = 5^2 \times (10^{-3})^2 = 25 \times 10^{-6}$$

$$(5x)^2 = 5^2 \times x^2 = 25x^2 \quad ; \quad (2\sqrt{5})^2 = 2^2 \times \sqrt{5}^2 = 4 \times 5 = 20 \quad ; \quad \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

## F - PUISSANCES DE DIX

### 1°) Cas ou l'exposant est positif

Pour tout entier positif  $n$ , l'écriture décimale de  $10^n$  est un 1 suivi de  $n$  zéros

Pour tout entier  $n$  supérieur ou égal à 2,  $10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10 = 10^n$   
n facteurs

Exemples :  $1\ 000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$  ;  $1 = 10^0$

### 2°) Cas ou l'exposant est négatif

Pour tout entier positif  $n$ ,  $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{10 \dots 0} = 0,000 \dots 01$  ( $n$  zéros précèdent le 1, sans oublier la virgule)

Exemple :  $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

## G - ECRITURE SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE DECIMAL

Nombre décimal non nul pouvant s'écrire sous la forme  $a \times 10^n$ , avec  $a$  un nombre décimal non nul ne comportant qu'un seul chiffre non nul avant la virgule et  $n$  un entier relatif.

### Méthode 4: Savoir écrire un nombre en notation scientifique

*Exemples :* Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

$$A = 0,000\ 256 \quad ; \quad B = 783,9 \times 10^3; \quad C = 18 \times 10^{-5} \times 5,6 \times 10^7$$

$$A = 0,000\ 256$$

$$A = 2,56 \times 10^{-4}$$

$$B = 783,9 \times 10^3$$

$$B = (7,839 \times 10^2) \times 10^3$$

$$B = 7,839 \times (10^2 \times 10^3)$$

$$B = 7,839 \times 10^5$$

$$C = 18 \times 10^{-5} \times 5,6 \times 10^7$$

$$C = (18 \times 5,6) \times (10^{-5} \times 10^7)$$

$$C = 100,8 \times 10^2$$

$$C = (1,008 \times 10^2) \times 10^2$$

$$C = 1,008 \times (10^2 \times 10^2)$$

$$C = 1,008 \times 10^4$$

### Méthode 5: Comment organiser un calcul avec des puissances

Donne les écritures décimale et scientifique du nombre suivant :  $A = \frac{7 \times 10^7 \times 25 \times 10^{-5}}{14 \times 10^8 \times 10^{-2}}$ .

On rassemble les nombres et les puissances de dix  $A = \frac{7 \times 25}{14} \times \frac{10^7 \times 10^{-5}}{10^8 \times 10^{-2}}$

On simplifie les nombres et les puissances de dix  $A = \frac{7 \times 25}{2 \times 7} \times \frac{10^{7+(-5)}}{10^{8+(-2)}}$

$$A = \frac{25}{2} \times \frac{10^2}{10^6}$$

$$A = 12,5 \times 10^{2-6}$$

$$A = 12,5 \times 10^{-4}$$

L'écriture scientifique est  $A = 1,25 \times 10^1 \times 10^{-4}$

$$A = 1,25 \times 10^{1+(-4)}$$

$$A = 1,25 \times 10^{-3}$$

L'écriture décimale est  $A = 1,25 \times 0,001$

$$A = 0,00125$$

## H - LES PREFIXES

Puissance de dix	Préfixe	Symbole
$10^9$	giga	G
$10^6$	méga	M
$10^3$	kilo	k
$10^2$	hecto	h
$10^1$	déca	da
$10^{-1}$	déci	d
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	milli	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n

Exemples :

7 kilogrammes = **7 kg =  $7 \times 10^3$  g = 7 000 g**

8 mégaoctets = **8 Mo =  $8 \times 10^6$  octets**

9 micromètres = **9  $\mu$ m =  $9 \times 10^{-6}$  m**

12 cL =  **$12 \times 10^{-2}$  L = 0,12 L**

Méthode 6: Utiliser les puissances de dix pour convertir.

Énoncé : Le rayon d'un atome de plomb est  $1,8 \times 10^{-10}$  m. Le convertir en nanomètre

Solution :

On sait que :  $10^{-9}$  m = 1 nm

Donc :  $1 \text{ m} = \frac{1}{10^{-9}} \text{ nm} = 10^9 \text{ nm}$

En utilisant un tableau de proportionnalité, on a :

Distance (en m)	1	$1,8 \times 10^{-10}$
Distance (en nm)	$10^9$	$x$

Soit :  $x = \frac{1,8 \times 10^{-10} \times 10^9}{1} = 1,8 \times 10^{-1} = 0,18$

**Conclusion :** Le rayon d'un atome de plomb est 0,18 nm

Objectif brevet : Amérique du Nord – Juin 2010 (Extrait)

Donner l'écriture scientifique du nombre  $A = \frac{6 \times 10^{12} \times 35 \times 10^{-4}}{14 \times 10^3}$ .

$$A = \frac{6 \times 10^{12} \times 35 \times 10^{-4}}{14 \times 10^3}$$

$$A = \frac{6 \times 35}{14} \times \frac{10^{12} \times 10^{-4}}{10^3}$$

$$A = 15 \times \frac{10^{12+(-4)}}{10^3}$$

$$A = 15 \times \frac{10^8}{10^3}$$

$$A = 15 \times 10^{8-3}$$

$$A = 15 \times 10^5$$

$$A = 1,5 \times 10^1 \times 10^5$$

$$A = 1,5 \times 10^{1+5}$$

$$A = 1,5 \times 10^6$$

L'écriture scientifique est  $A = 1,5 \times 10^6$