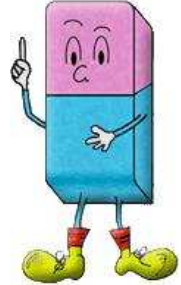


# SYNTHESE - THEME N°14 : HOMOTHETIES

\*\*\*\*\*

*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Connaître la définition d'une homothétie
- ☞ Connaître les propriétés de l'homothétie
- ☞ Construire l'image d'un point par une homothétie
- ☞ Construire l'image d'un segment par une homothétie
- ☞ Construire l'image d'une figure par une homothétie à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

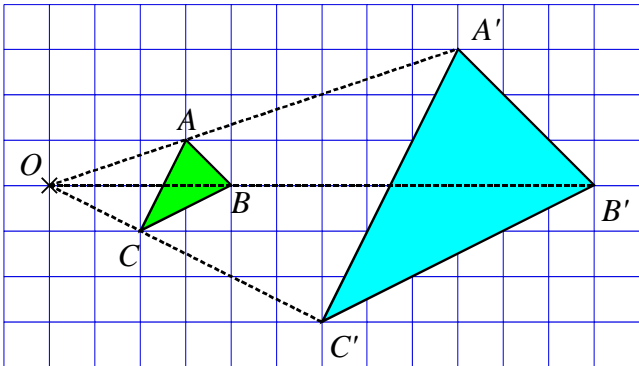


## A - DEFINITION

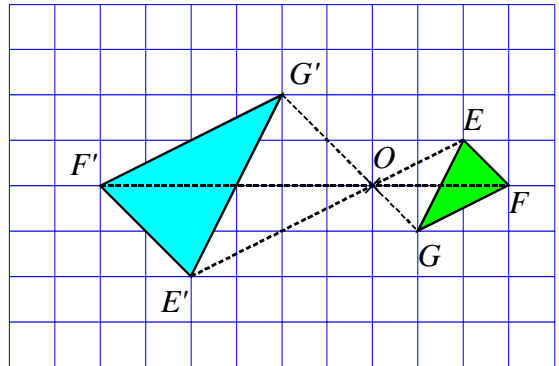
Transformer une figure par **homothétie**, c'est construire l'image de cette figure par rapport à :

- un ..... O (un point)
- un .....  $k$  (un nombre non nul)

Exemples :



Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = 3$ .

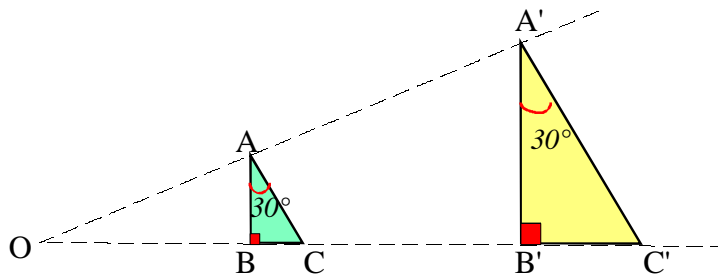


Le triangle E'F'G' est l'image du triangle EFG par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = -2$ .

## B - PROPRIETES

### Propriété 1 :

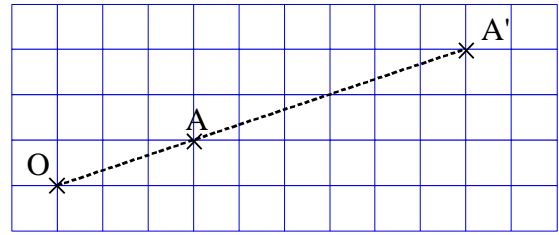
Une homothétie conserve les .....



Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O, alors les points O, A et A' sont alignés

**Propriété 2 :**

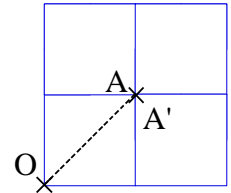
Un point, son image par une homothétie et le centre de l'homothétie sont .....



**Propriété 3 :**

Une homothétie de rapport 1 n'effectue .....

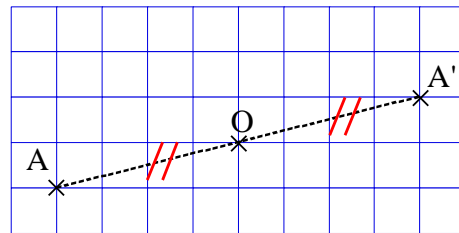
Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O et de rapport 1, alors A' et A sont confondus



**Propriété 4 :**

Une homothétie de rapport - 1 est une .....

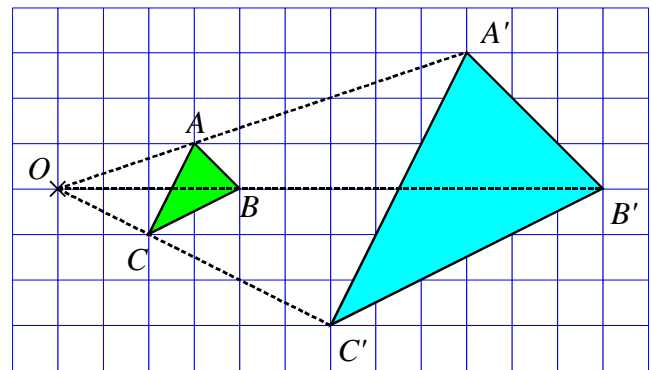
Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O et de rapport - 1 alors A' est le symétrique de A par rapport à O.



**Propriété 5 :**

Si  $k > 1$  ( ou  $k < -1$  ), l'homothétie correspondant à un .....

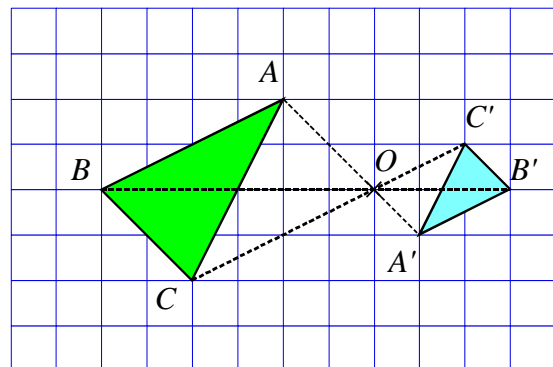
Le triangle A'B'C' est un agrandissement du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = 3$



**Propriété 6 :**

Si  $0 < k < 1$  ( ou  $-1 < k < 0$  ), l'homothétie correspondant à une .....

Le triangle A'B'C' est une réduction du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = 0,5$ .



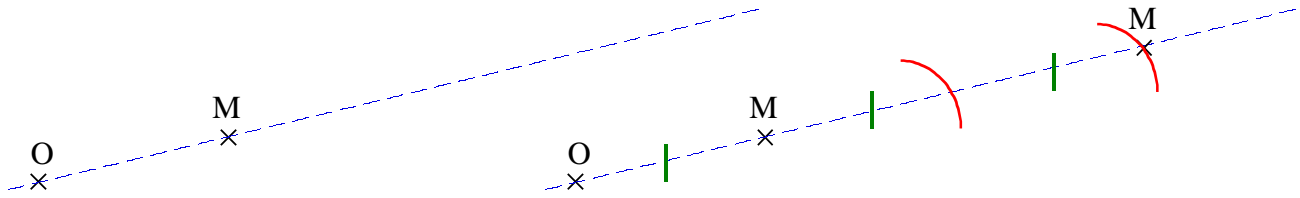
## C - LES METHODES

### Méthode 1 : Construire l'image d'un point par une homothétie

- Construire l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = 3$ .

Etape 1 : On trace la droite (OM)

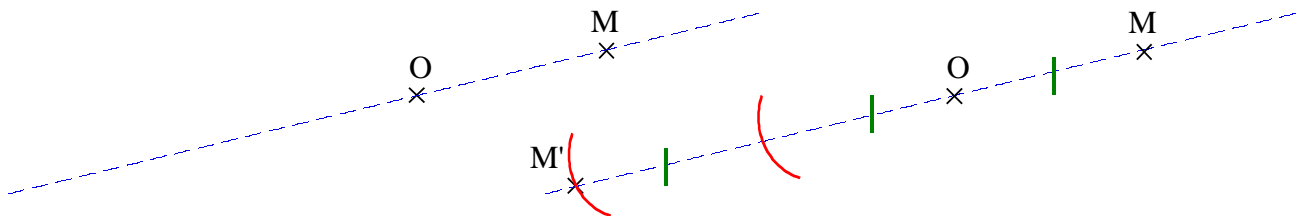
Etape 2 : On construit le point M' du même côté que M sur cette droite tel que  $OM' = 3 \times OM$



- Construire l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = -2$ .

Etape 1 : On trace la droite (OM)

Etape 2 : On construit le point M' du côté opposé à M sur cette droite tel que  $OM' = 2 \times OM$



« A ton tour »

Construis l'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = 2$ .



### Méthode 2 : Construire l'image d'un segment par une homothétie

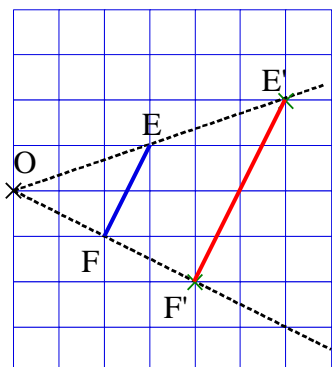
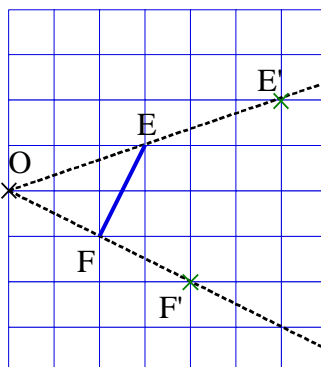
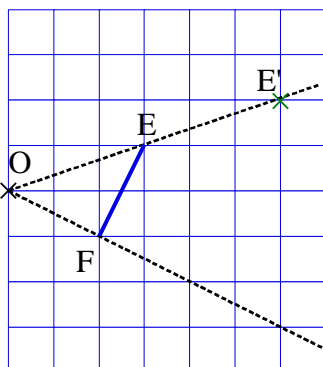
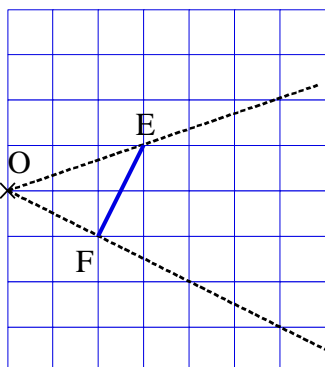
- Construire l'image du segment [EF] par l'homothétie de centre O et de rapport  $k = 2$ .

Etape 1 :  
On trace les  
demi-droites  
[OE) et [OF)

Etape 2 :  
Sur [OE), on place  
le point E' tel que  
 $OE' = 2 \times OE$

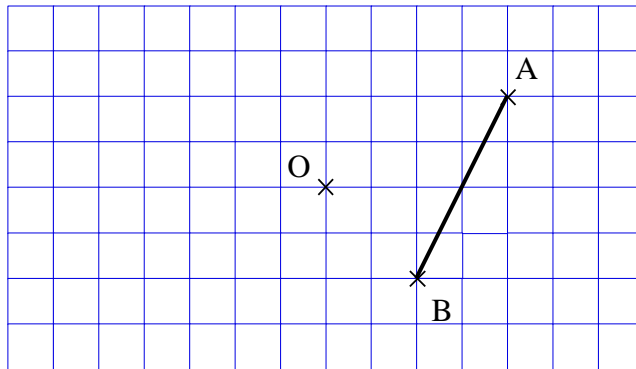
Etape 3 :  
Sur [OF), on place  
le point F' tel que  
 $OF' = 2 \times OF$

Etape 4 :  
On trace [E'F']



« A ton tour »

Construis l'image du segment [AB] l'homothétie de centre O et de rapport  $k = -1,5$ .

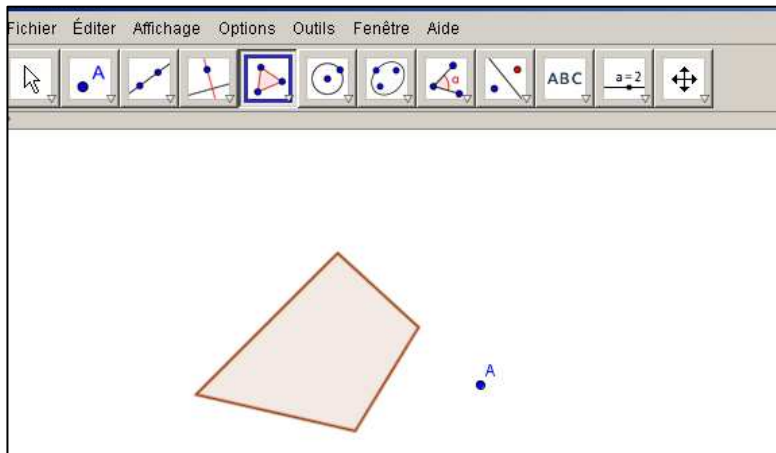


Méthode 3 :

Construire l'image d'une figure par une homothétie à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Construire l'image d'une

On veut construire l'image d'une figure par une homothétie de centre A et de rapport  $k = -2$

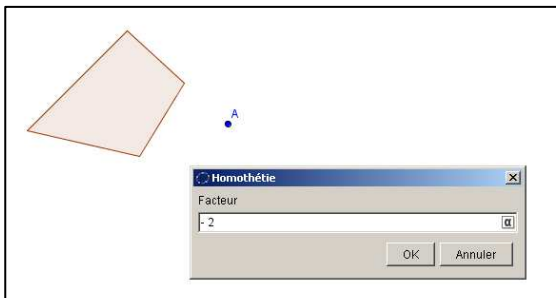
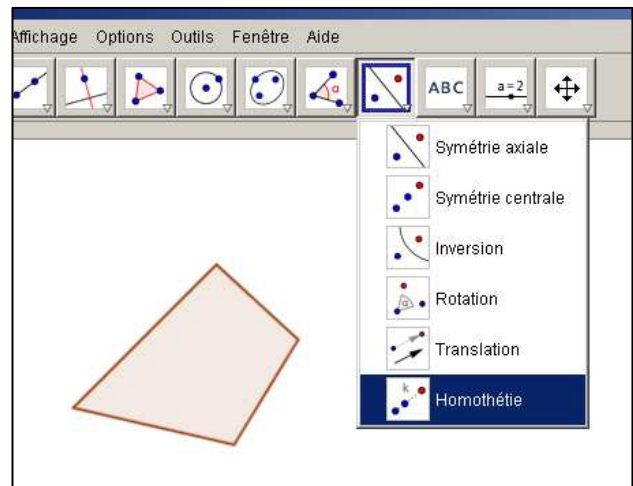


Etape 1 :

Reproduire le quadrilatère ainsi que le centre A de l'homothétie

Etape 2 :

Dans l'onglet **Transformation**, sélectionne **homothétie** puis clique sur le quadrilatère puis sur le centre A.  
(Une nouvelle fenêtre s'ouvre)

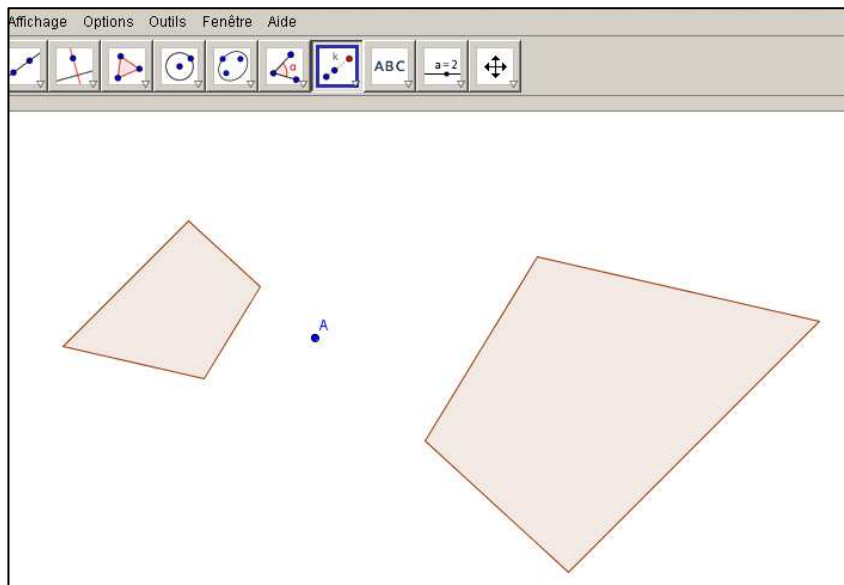


Etape 3 :

On entre le rapport  $-2$ .

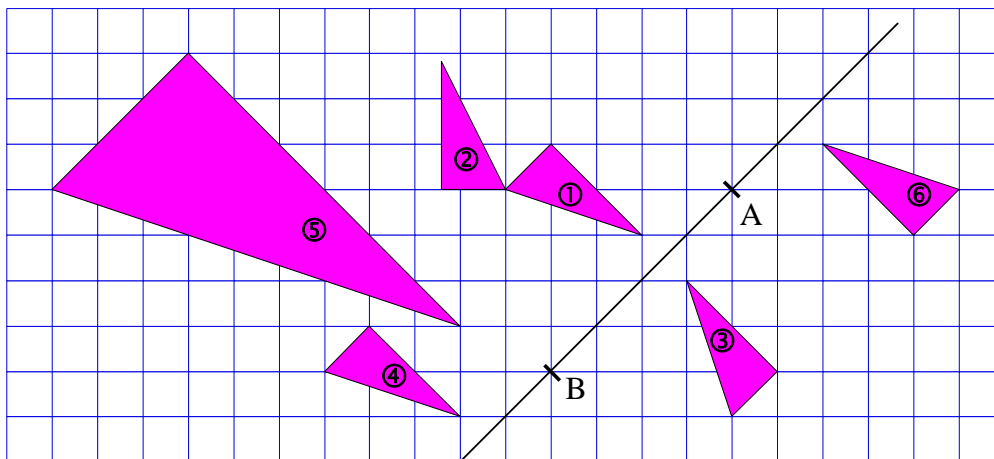
Etape 4 :

Il apparaît l'image du quadrilatère par l'homothétie de centre A et de rapport  $-2$ .



Objectif brevet

Dans la figure ci-dessous, chacun des triangles ②, ③, ④, ⑤ et ⑥ est l'image du triangle ① par une transformation. Décrire chacune de ces transformations.



- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ② est .....
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ③ est .....
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ④ est .....
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ⑤ est .....
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ⑥ est .....