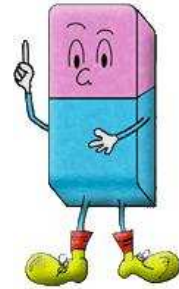


SYNTHESE (THEME 13)

FONCTIONS (2) : FONCTIONS AFFINES REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Définition d'une fonction affine
- ☞ Retrouver l'expression d'une fonction affine
- ☞ Calculer l'image d'un nombre par une fonction affine
- ☞ Calculer un antécédent par une fonction affine
- ☞ Construire la représentation graphique d'une fonction affine



A - FONCTION AFFINE

A - 1 : DEFINITION ET NOTATION

a et b étant deux nombres fixés, on appelle fonction affine tout processus opératoire qui au nombre x associe le nombre $ax + b$:



Une fonction affine nommée f se note $f : x \mapsto ax + b$ (On lit « la fonction f qui à x associe $ax + b$)

Exemples :

1. La fonction f telle que : $x \mapsto 2x - 3$ est une fonction affine avec $a = \dots\dots$ et $b = \dots\dots$

2. Soit g la fonction telle que : $x \mapsto 3x - 2$

$g(-2) = \dots\dots\dots$

$g(12) = \dots\dots\dots$

$g(16) = \dots\dots\dots$

x	-2	12	16
$g(x)$			

$\dots\dots$ est l'image de -2 par la fonction g , on note $\dots\dots\dots$

A - 2 : CAS PARTICULIERS

La fonction linéaire définie par $f(x) = ax$ est une fonction affine avec $b = \dots\dots$

La fonction constante définie par $f(x) = b$ est une fonction affine avec $a = \dots\dots$

A - 3 : REPRESENTATION GRAPHIQUE

La représentation graphique d'une fonction affine est une

qui passe par l'.....

Exemple :

La représentation graphique de la fonction linéaire $f: x \mapsto 2x - 3$ est la droite D passant par le **point A (4 ;)** et le point **B (-1 ;)**

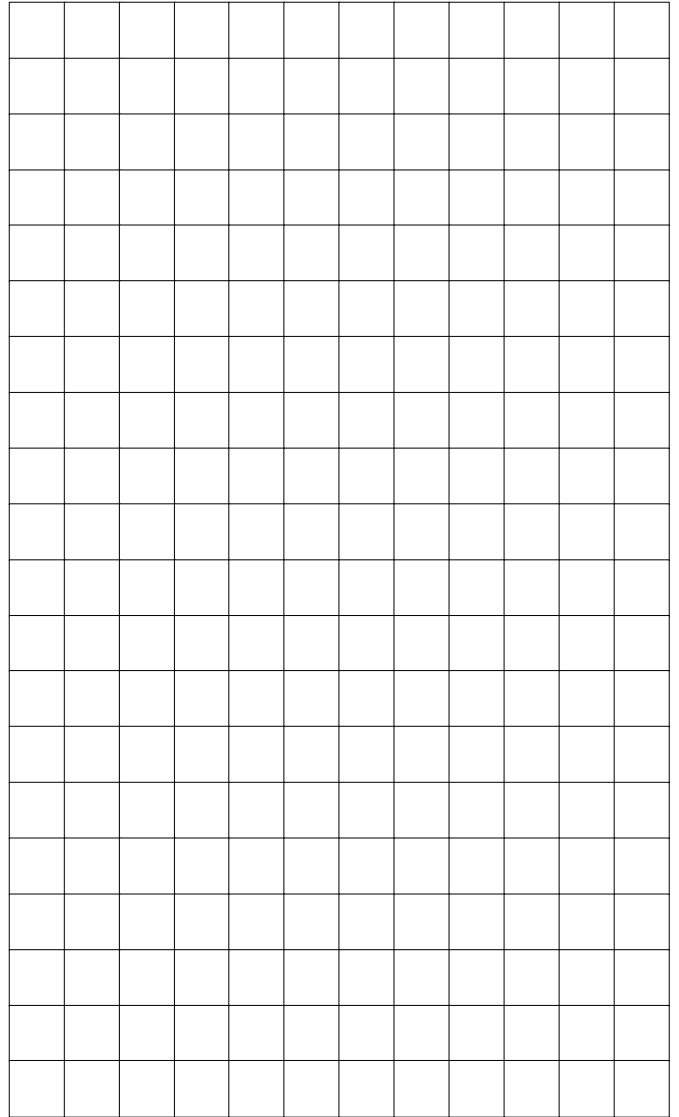
En effet $f(4) = \dots\dots\dots$

et $f(-1) = \dots\dots\dots$

On dit que 2 est le **coefficient**

et que $f(0) = \dots\dots\dots$ est son
à l'origine.

Remarque : La représentation graphique d'une fonction constante est une droite qui est



B - PROPORTIONNALITE DES ACCROISSEMENTS

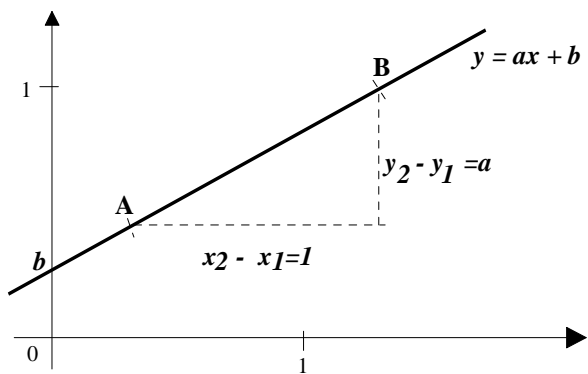
Soit $f: x \mapsto ax + b$ une fonction affine.

Si x_1 et x_2 sont deux nombres distincts, on a :

..... = a ($x_2 \neq x_1$)

Remarque :

Si $x_2 - x_1 = 1$, alors = a



C - INTERPRETER UNE REPRESENTATION GRAPHIQUE

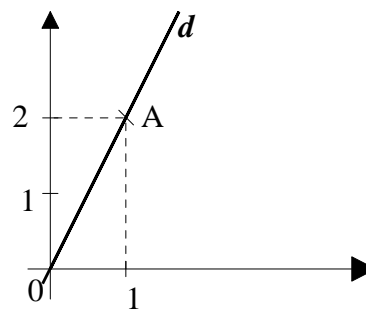
C - 1 : Fonction linéaire

Sur la figure ci-contre, la droite d qui passe par l'origine du repère est la représentation graphique d'une fonction f .

On veut déterminer le coefficient a de cette fonction.

Le coefficient directeur a est l'..... du point A d'abscisse 1.

On lit : $a = \dots\dots\dots$; f est la fonction $x \mapsto \dots\dots\dots$



C - 2 : Fonction affine

Sur la figure ci-contre, la droite d est la représentation graphique d'une fonction affine f . Le repère est orthonormé.

On veut déterminer les coefficients a et b de cette fonction ($f(x) = ax + b$).

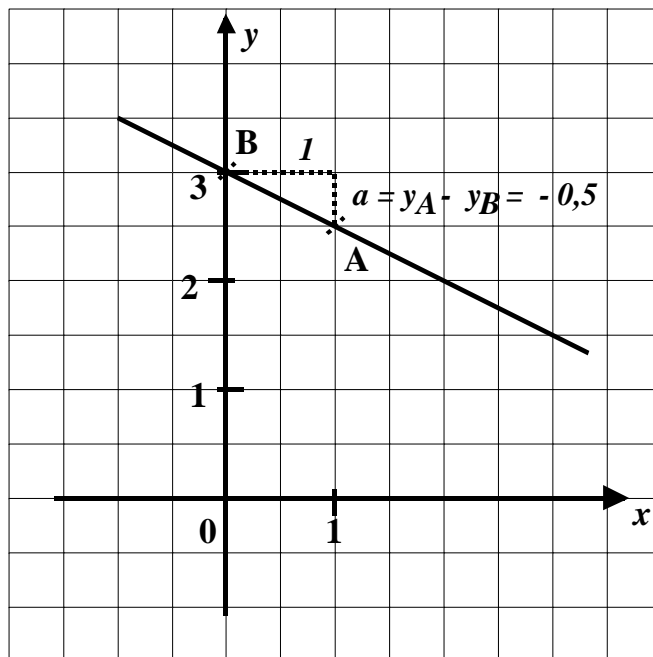
b est l'ordonnée du point d'intersection de d avec l'axe des abscisses, donc : $b = f(\dots) = \dots\dots\dots$

Coefficient a :

Si $x_A - x_B = 1$, alors $f(x_A) - f(x_B) = a$.

C'est-à-dire $y_A - y_B = a$

Sur le graphique, on lit $a = \dots\dots\dots$



Objectif brevet: « Épreuve commune de Mathématiques (Février 2006) »

Un viticulteur propose un de ses vins aux tarifs suivants :

- Tarif 1 : 7,5 euros la bouteille, transport compris.
- Tarif 2 : 6 euros la bouteille, mais avec un forfait de transport de 18 euros.

1. **Recopier et compléter** le tableau donné ci-dessous en justifiant **particulièrement** les calculs de la colonne grisée.

Nombre de bouteilles	1	5			15
Prix au tarif 1 en €	7,5			97,5	
Prix au tarif 2 en €		48	78		

Méthode 1: Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.

Nombre de bouteilles	1	5			15
Prix au tarif 1 en €	7,5			97,5	
Prix au tarif 2 en €		48	78		

Calculs de la colonne grisée :

- Avec un prix de 78 € avec le tarif 2, on a : , c'est-à-dire **..... bouteilles**
- Le prix payé pour 10 bouteilles avec le tarif 1 est : soit **..... €**

2. Exprimer le prix à payer par le consommateur en fonction du nombre x de bouteilles achetées.
Pour le tarif 1, le prix sera noté P_1 ; pour le tarif 2, le prix sera noté P_2 .

Méthode 2: Connaître et utiliser la relation $y = ax + b$

Pour le tarif 1, expression du prix P_1 en fonction de x :

$$P_1 = \dots \times \dots$$



.....

Pour le tarif 2, expression du prix P_2 en fonction de x :

$$P_2 = \dots \times \dots + \dots$$



.....

3. Tracer, sur une feuille de papier millimétré, les droite d et d' , représentations graphiques des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = 7,5x \quad \text{et} \quad g(x) = 6x + 18 \quad \text{pour des valeurs comprises entre 0 et 15.}$$

On placera l'origine dans le coin inférieur gauche de la feuille et on prendra les unités suivantes :

- sur l'axe des abscisses : 1cm représente 1 bouteille.
- Sur l'axe des ordonnées : 1cm représente 10 euros.

Méthode 3: Représenter graphiquement une fonction affine. Connaître le vocabulaire : Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentant une fonction affine.

• $f(x) = 7,5x$

f est une de la forme $f(x) = \dots\dots\dots$ avec $a = \dots\dots\dots$

Sa représentation graphique est donc une droite d qui passe par l'..... et le point de coordonnées (10 ;). En effet $f(10) = \dots\dots\dots$

x		
$f(x)$		

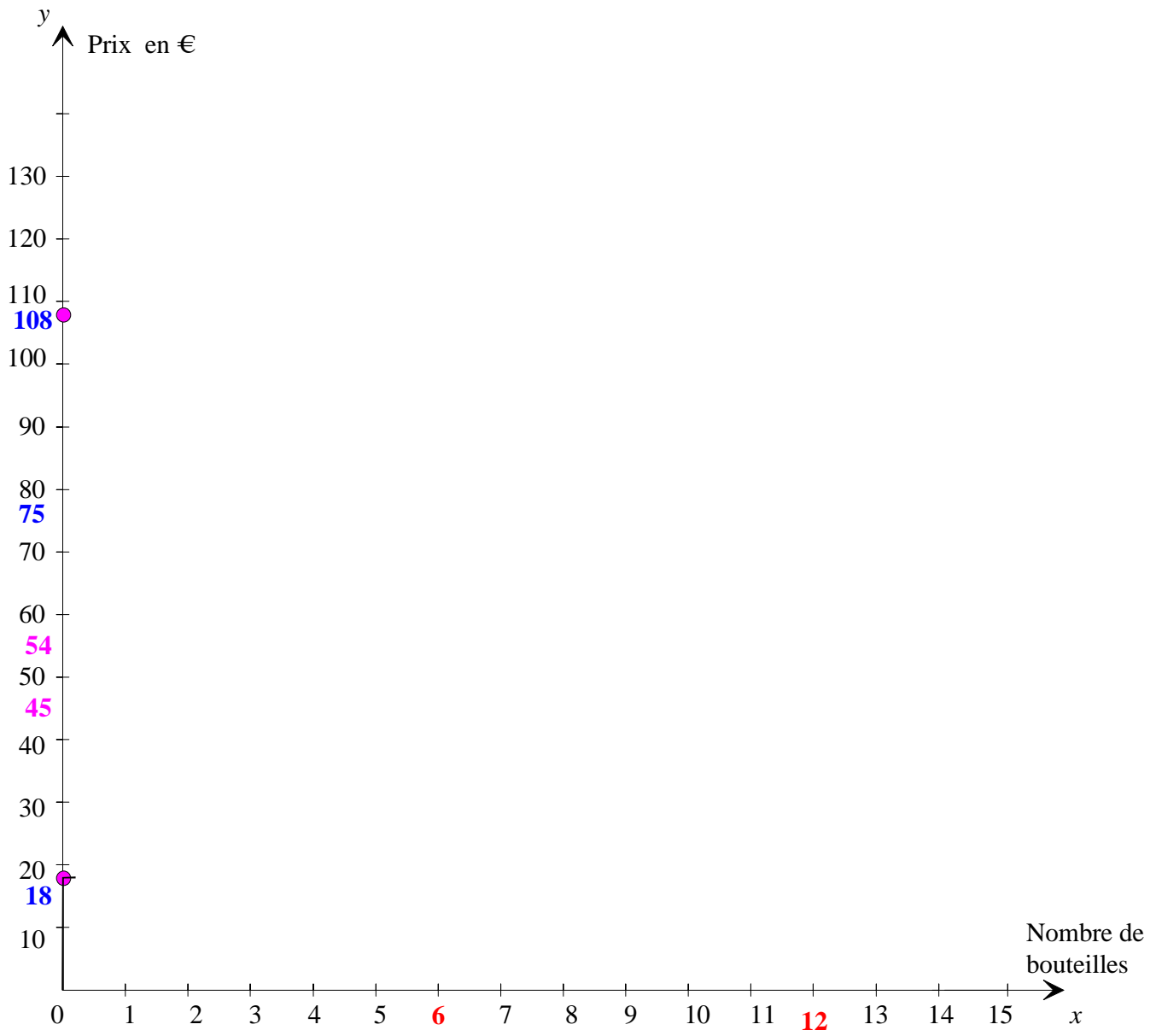
• $g(x) = 6x + 18$

g est une de la forme $g(x) = \dots\dots\dots$ avec $a = \dots\dots$ et $b = \dots\dots$

Sa représentation graphique est donc une droite d' qui passe par les points de coordonnées (0 ; ...) et (15 ;).

En effet $g(0) = \dots\dots\dots$ et $g(15) = \dots\dots\dots$

x		
$g(x)$		



Pour la question 4 , on laissera sur le graphique les traits de rappel utilisés pour faciliter la lecture.

4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :

- a. On veut acheter 6 bouteilles. Quel est le tarif le plus avantageux ?
- b. On dispose de 70 euros. Lequel des deux tarifs permet d'acheter le plus grand nombre de bouteilles ? Préciser ce nombre de bouteilles.
- c. Déterminer graphiquement pour combien de bouteilles le prix de revient est identique, quel que soit le tarif choisi. Donner ce nombre de bouteilles.
Quel est le prix correspondant ?

Méthode 4: Lire sur la représentation graphique d'une fonction affine l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.

4. a. Lecture graphique du prix le plus avantageux pour 6 bouteilles

Pour 6 bouteilles, la droite d est de la droite d' .**Le tarif est donc le plus avantageux.**

En effet, avec le tarif 1, 6 bouteilles coûtent 45 € (P_1) alors que pour le tarif 2, elles coûtent 54 € (P_2).

b. Lecture graphique du nombre de bouteilles avec 70 €

Avec la même ordonnée 70, l'abscisse du point de la droite d **est** à l'abscisse du point de la droite d' . Donc pour avec 70 € **le tarif est le plus avantageux.**

c. Lecture graphique du nombre de bouteilles lorsque les deux tarifs sont égaux.

Les deux tarifs sont égaux lorsque les deux droites

Le point d'intersection des droites d et d' a pour coordonnées (..... ;)

Le nombre de bouteilles est

Le prix commun est €