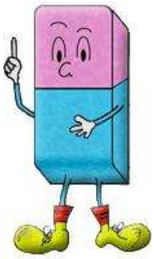
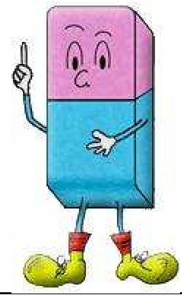


THEME 11 : CALCUL LITTERAL (2)
EQUATION

<u>A la fin du thème, tu dois savoir</u> :

- Résoudre des équations du premier degré à une inconnue
- Mettre un problème en équation en vu de sa résolution
- Résoudre des problèmes se ramenant au premier degré
- Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$



A - <u>RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE</u> (Rappels)

Résoudre une équation consiste à travers la valeur (ou les valeurs) de x qui vérifie l'équation. Une équation du 1^{er} degré n'a pas de x^2.

<u>Exemple</u> : dans l'équation $5x - 9 = x - 1$, l'inconnue est x.

$\underbrace{5x - 9}_{1^{er}\text{ membre}} = \underbrace{x - 1}_{2^{nd}\text{ membre de l'équation}}$

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, on regroupe les termes contenant l'inconnue dans le membre de gauche et les autres nombres dans le membre de droite.

<u>Méthode 1</u> : Résoudre une équation.

<u>Exemple 1 :</u> Résoudre l'équation $4x - 12 = 8 - x$

1. *On écrit l'égalité* : $4x - 12 = 8 - x$

2. *On regroupe les termes en x dans un des deux membres*
(pour cela, on ajoute l'opposé de ce terme dans chaque membre) :

$$4x - 12 + x = 8 - x + x$$
$$5x - 12 = 8$$

3. *On fait de même avec les termes ne contenant pas l'inconnue*

$$5x - 12 + 12 = 8 + 12$$
$$5x = 20$$

4. *On divise par 5 de chaque côté de l'égalité*

$$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$$
$$x = 4$$

5. *On vérifie* : $4x - 12 = \mathbf{4 \times 4 - 12 = 16 - 12 = 4}$

et $8 - x = \mathbf{8 - 4 = 4}$

<u>Conclusion : L'équation $4x - 12 = 8 - x$ a une seule solution : 4</u>

Exemple 2 : *« Rédaction plus rapide »*

$5x - 9 = x - 1$ → *On repère les termes en x et les autres nombres.*

$5x - 9 - x = -1$ → *On regroupe les termes en x dans le membre de gauche.*

$4x = -1 + 9$ → *On regroupe les autres nombres dans le membre de droite et on calcule le nombre de x.*

$4x = 8$ → *On calcule le membre de droite.*

$x = \frac{8}{4}$ → *On « isole » x.*

$\boxed{x = 2}$ → *On écrite le résultat plus simplement.*

Conclusion : La solution de l'équation est 2

B - EQUATION PRODUIT NUL

Une équation produit nul est une équation de la forme : (*ax* + *b*) (*cx* + *d*) = 0

Le premier membre est un* produit** ***le second membre est égal à 0.

$(x+7)(x+2)=9$ n'est pas une équation produit car le second membre n'est pas égal à 0.
$(x+9)+(x-5)=0$ n'est pas une équation produit car le premier est une somme.

Pour résoudre une équation-produit nul, on utilise la propriété suivante:
Si l'un des facteurs est nul, alors le produit est nul: Si A × B = 0 , alors A = 0 ou B = 0.

Méthode 2: Résoudre une équation produit nul

Exemple: *Résoudre l'équation* $(x-1)(4x+8)=0$.

$(x-1)(4x+8)=0$ ☞ On identifie une équation produit.

Si $(x-1)(4x+8)=0$ ☞ On utilise la propriété du cours

alors $x - 1 = 0$ **ou** $4x + 8 = 0$ (Attention à respecter la même rédaction: " le **ou** et le **et** ")

$x = 1$ $4x = -8$ ☞ On résout les deux équations du premier degré à une inconnue

$x = -2$

Conclusion : Les solutions de l'équation sont - 2 et 1 ☞ On conclut en donnant les solutions.

C - MISE EN EQUATION ET RESOLUTION

Méthode 3 : Mettre en équation un problème et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Exemple : *Trois frères se partagent 1 600 euros. L'aîné reçoit 200 euros de plus que le deuxième et le deuxième reçoit 100 euros de plus que le cadet.*
Combien reçoit le cadet ?

SOLUTION	COMMENTAIRE
Choix de l'inconnue : On note x le nombre d'euros que le cadet reçoit.	*Commencer par une lecture approfondie de texte pour savoir ce que l'on recherche.*
Mise en équation : Le deuxième reçoit $x + 100$ L'aîné reçoit $x + 100 + 200$ On a donc l'équation : $x + x + 100 + x + 100 + 200 = 1\,600$	*Traduire les données sans en oublier.*
Résolution de l'équation : $x + x + 100 + x + 100 + 200 = 1\,600$ $3x + 400 = 1\,600$ $3x = 1\,600 - 400$ $3x = 1\,200$ $x = 1\,200 : 3$ $x = 400$	*La résolution met en œuvre les différentes méthodes vues précédemment.*
Vérification : Le cadet reçoit **400 (€)** Le deuxième reçoit **400 + 100 = 500 (€)** L'aîné reçoit **500 + 200 = 700 (€)** **Au total :** 400 + 500 + 700 = 1 600 (€)	*Il faut vérifier la compatibilité de la solution trouvée avec le texte (par exemple : résultat positif pour un prix, une distance …)*
Conclusion : **Le cadet reçoit 400 euros**	

D - RESOLUTION DE L'EQUATION $x^2 = a$

Propriété :

Si $a > 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ et de.
L'équation $x^2 = 0$, admet une seule solution : 0
Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution

Méthode 4 : Comment résoudre une équation de la forme $x^2 = a$

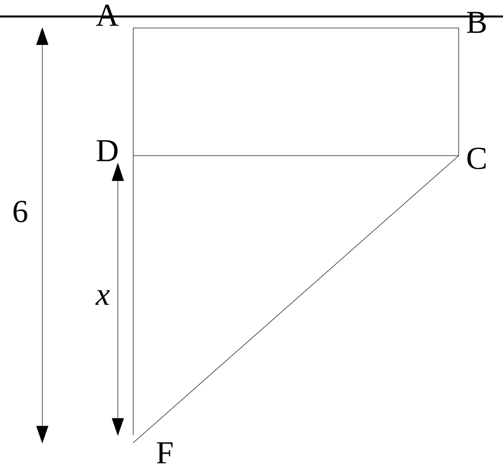
1°) Résoudre l'équation $x^2 = 9$.
9 est positif donc les solutions de l'équation $x^2 = 9$ sont c et $-\sqrt{9} = -3$

2°) Résoudre l'équation $x^2 = -7$.
-7 est négatif donc l'équation n'a pas de solution

3°) Résoudre l'équation $7x^2 = 49$.
$7x^2 = 49$ soit $x^2 = \dfrac{49}{7} = 7$. 7 est positif donc les solutions sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$

Objectif Brevet : *France métropolitaine – Juin 20092*

On considère la figure ci-après où les dimensions sont données en cm et les aires en cm^2.
ABCD est un rectangle. Le triangle DCF est rectangle en D.
1. Dans cette question, on a AB = 4 ; AF = 6 et DF = 2.
a. Calculer l'aire du rectangle ABCD.
b. Calculer l'aire du triangle DCF.



1.a) Calcul de l'aire du rectangle ABCD
On a : $Aire(ABCD) = AB \times AD = 4 \times (6-2) = 4 \times 4 = 16$ Conclusion : Aire du rectangle ABCD est 16 cm²

b) Calculer l'aire du triangle DCF.
On a : $Aire(DCF) = \dfrac{DC \times DF}{2} = \dfrac{4 \times 2}{2} = 4$ Conclusion : Aire du triangle DCF est 4 cm²

2. Dans la suite du problème, AB = 4 ; AF = 6 ; DF = x et AD = $6 - x$.
a. Montrer que l'aire du triangle ABCD est $24 - 4x$.
b. Montrer que l'aire du triangle DCF est $2x$.

1.a) Montrons que l'aire du triangle ABCD est $24 - 4x$.
On a : $Aire(ABCD) = AB \times AD = 4 \times (6 - x) = 24 - 4x$ Conclusion : Aire du rectangle ABCD est $24 - 4x$ cm²

b) Montrons que l'aire du triangle DCF est $2x$.
On a : $Aire(DCF) = \dfrac{DC \times DF}{2} = \dfrac{4 \times x}{2} = 2x$ Conclusion : Aire du triangle DCF est $2x$ cm²

3. Résoudre l'équation 24 – 4*x* = 2*x*.
Pour quelle valeur de *x*, l'aire du rectangle ABCD est-elle égale à l'aire du triangle DCF ?

$24 - 4x = 2x$
$24 - 4x - 2x = 2x - 2x$
$24 - 6x = 0$
$24 - 6x - 24 = -24$
$-6x = -24$
$\dfrac{-6x}{-6} = \dfrac{-24}{-6}$
$x = 4$

Conclusion : l'aire du rectangle ABCD est égale à l'aire du triangle DCF pour *x* = 4 cm

Objectif brevet : *Extrait session 2012 – exercice n°4*

On cherche à résoudre l'équation $(4x-3)^2 - 9 = 0$.

1. Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de l'équation ? le nombre 0 ?

2. Prouvez que, pour tout nombre *x*, $(4x-3)^2 - 9 = 4x(4x-6)$

3. Déterminer les solutions de l'équation $(4x-3)^2 - 9 = 0$

1. • Pour $x = \frac{3}{4}$, on a : $(4\times\frac{3}{4}-3)^2 - 9 = (3-3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$

Conclusion : $\frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation.

• Pour *x* = 0, on a : $(4\times 0-3)^2 - 9 = (0-3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$

Conclusion : 0 est solution de l'équation.

2. En utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ on a :

$$(4x-3)^2 - 9 = (4x-3)^2 - 3^2 = [(4x-3)-3][(4x-3)+3] = (4x-3-3)(4x-3+3) = (4x-3)4x = 4x(4x-3)$$

3. Résoudre l'équation $(4x-3)^2 - 9 = 0$ revient à résoudre $4x(4x-6) = 0$

Si $4x(4x-6) = 0$
Alors $4x = 0$ ou $4x - 6 = 0$
$x = 0$ $\quad$ $4x = 6$
$x = \dfrac{6}{4}$
$x = 1{,}5$

Conclusion : L'équation admet deux solutions : 0 et 1,5