

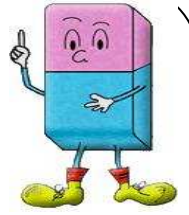
Thème N°1 : TRANSFORMATIONS

Symétrie axiale et médiatrice

Symétrie centrale

A la fin du thème, tu dois savoir :

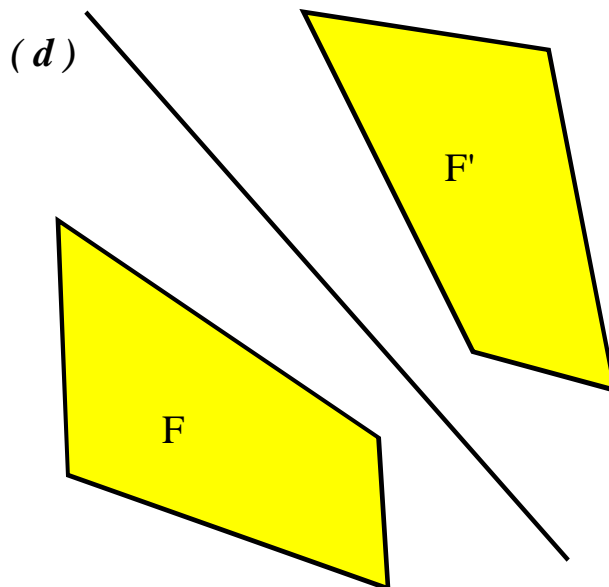
- ☞ Figures symétriques par rapport à une droite
- ☞ Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.
- ☞ Construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite
- ☞ Médiatrice d'un segment : Définition et construction
- ☞ Figures symétriques par rapport à un point
- ☞ Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.
- ☞ Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle par symétrie centrale.
- ☞ Construire le symétrique d'une figure par rapport à un point.
- ☞ Centre de symétrie d'une figure.
- ☞ Comprendre l'effet d'une symétrie axiale ou centrale sur une figure



A - FIGURES SYMETRIQUES:

Définition : Deux figures sont symétriques par rapport à une droite si ces deux figures se superposent par pliage suivant cette droite.

Exemple : Dans la symétrie axiale d'axe (d), les figures F et F' ci-dessous sont symétriques.

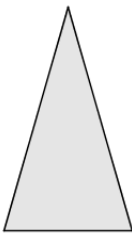

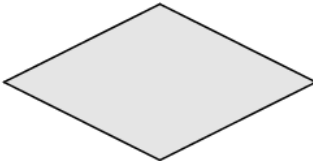


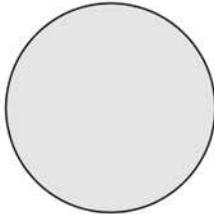


B - AXE DE SYMETRIE:

Définition

Si le symétrique d'une figure par rapport à une droite (d) est elle-même alors on dit que la droite (d) est un axe de symétrie de cette figure.

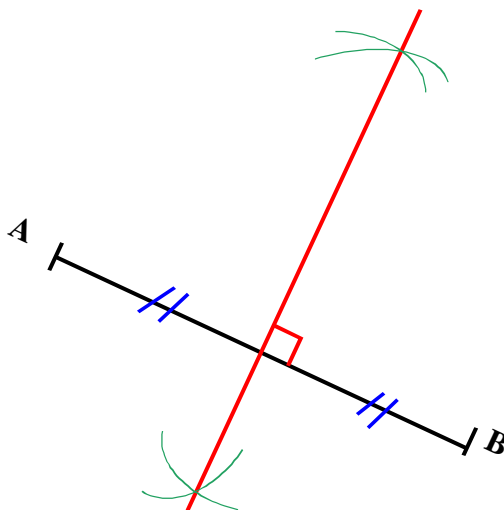
Méthode 1: Tracer les axes de symétrie de figures

Triangle isocèle	Triangle équilatéral	Losange
		
Carré	Rectangle	Cercle
		

C - MEDIATRICE D'UN SEGMENT

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.



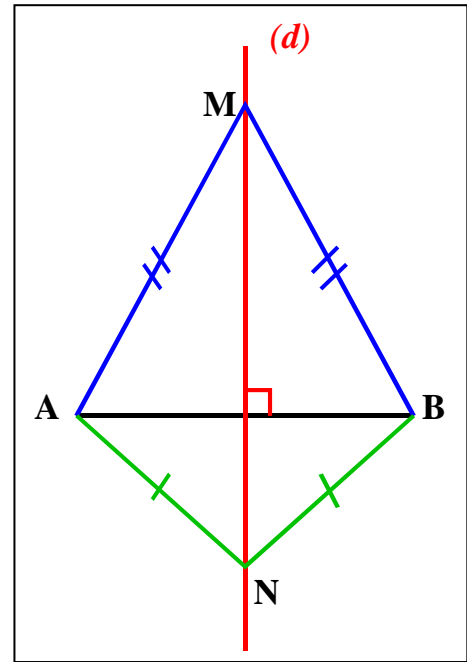
Propriétés :

M3 : Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors ce point est équidistant des extrémités de ce segment.

Si M appartient à (d) alors $AM = MB$

M4 : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Si $AM = MB$ alors M appartient à (d)



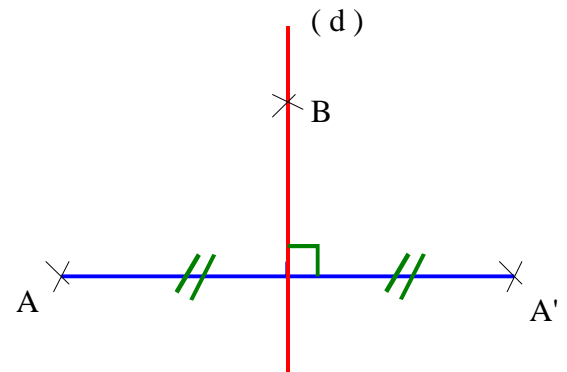
D - SYMETRIQUE D'UN POINT:

D-1) Définition :

Définition : Dire que les points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) signifie que la droite (d) est la médiatrice du segment [AA'].

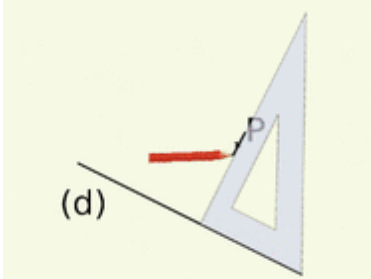
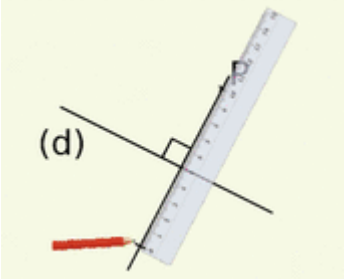
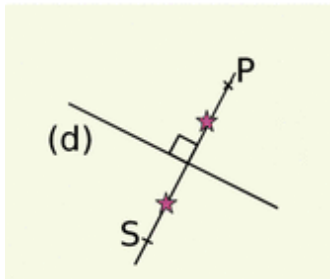
Remarque : le symétrique d'un point B appartenant à la droite (d) est le point B lui-même.

Exemple :



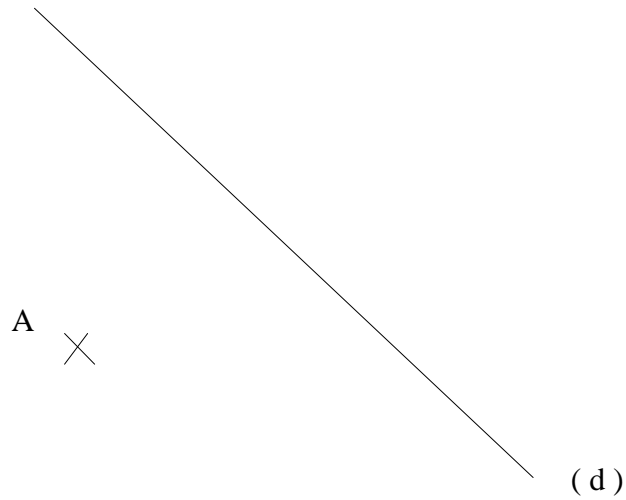
D-2) Construction du point S symétrique du point P par rapport à la droite (d) :

Méthode 2 : Construire le symétrique d'un point avec l'équerre et la règle.

<p>On trace, avec l'équerre, la perpendiculaire à la droite (d) passant par P.</p>	<p>On reporte la distance de P à (d) de l'autre côté de (d) sur cette perpendiculaire.</p>	<p>On obtient ainsi le point S tel que (d) soit la médiatrice de [PS].</p>
		

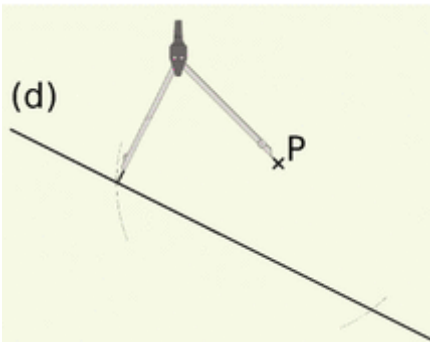
A ton tour :

Construis le point B symétrique du point A par rapport à la droite (d)

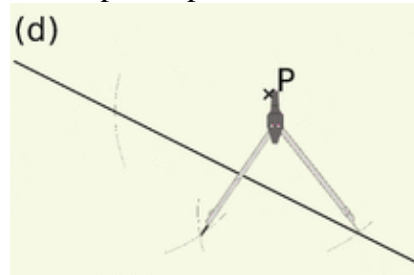


Méthode 3 : Construire le symétrique d'un point avec le compas.

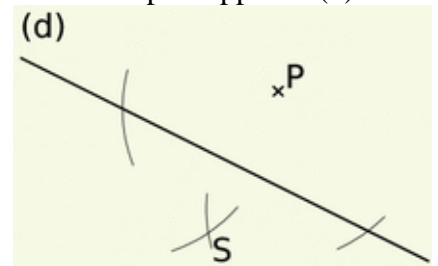
1) On trace un arc de cercle de centre P qui coupe l'axe en deux points.



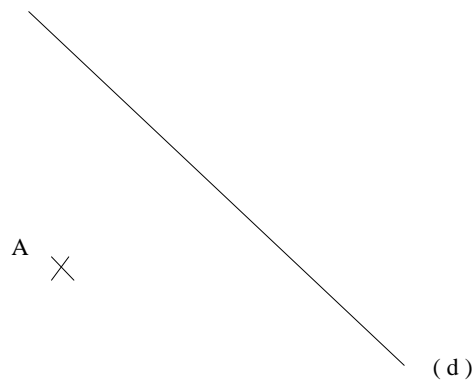
2) De l'autre côté de la droite (d), on trace deux arcs de cercle de même rayon et de centre les deux points précédents.



3) Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point S, symétrique de P par rapport à (d).

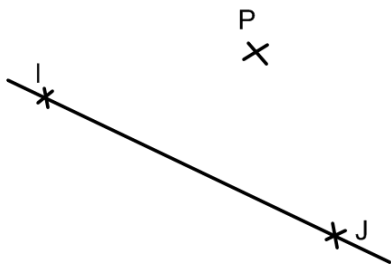


A ton tour : Construis le point B symétrique du point A par rapport à la droite (d)

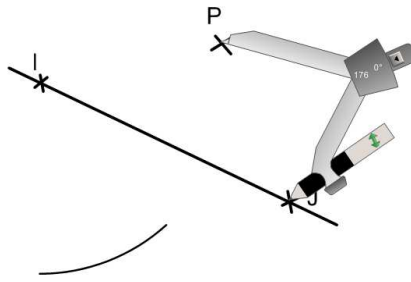


Méthode 4 : Construire le symétrique d'un point avec le compas.

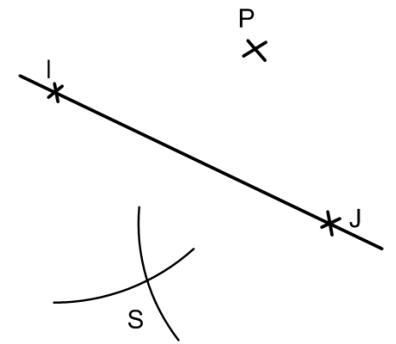
1) On place deux points I et J sur la droite (d)



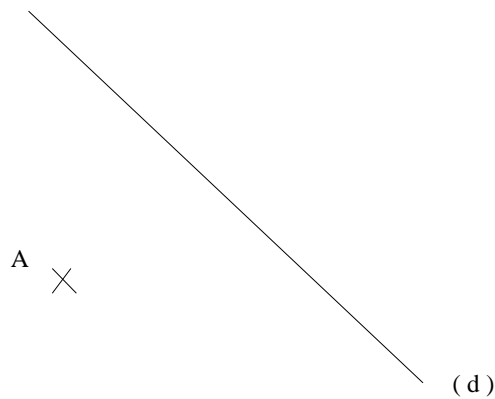
2) On trace un arc de cercle de centre I et de rayon IP de l'autre côté de la droite (d). On fait de même avec le point J.



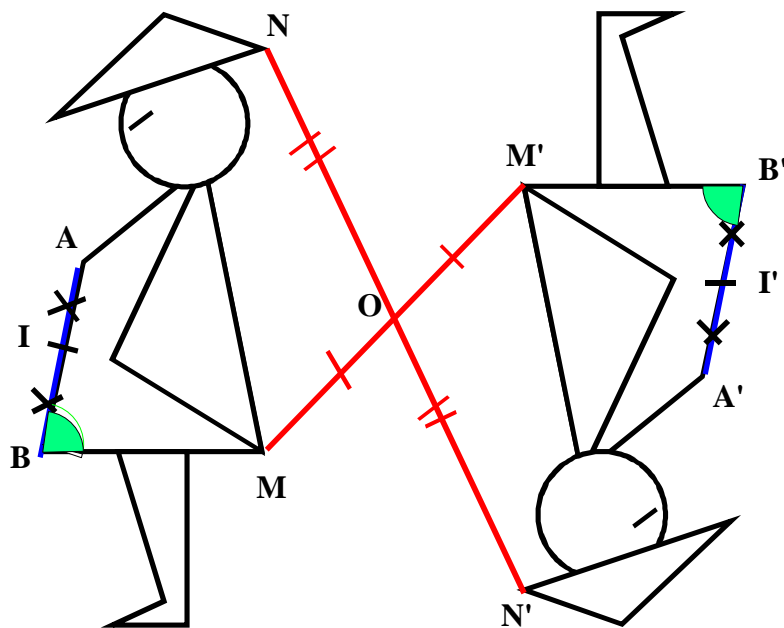
3) Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point S, symétrique de P par rapport à (d).



A ton tour : Construis le point B symétrique du point A par rapport à la droite (d)



E - SYMETRIE CENTRALE DE CENTRE O

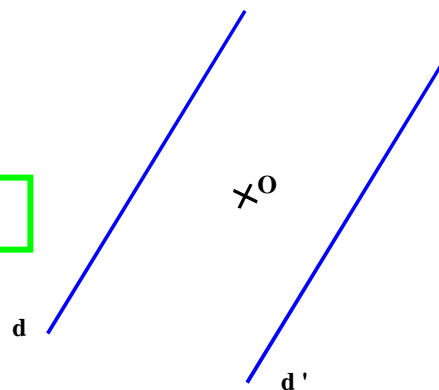


O est le milieu du segment [MM'] et [NN']

Symétrie d'une droite :

Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.

(d') est parallèle à (d)

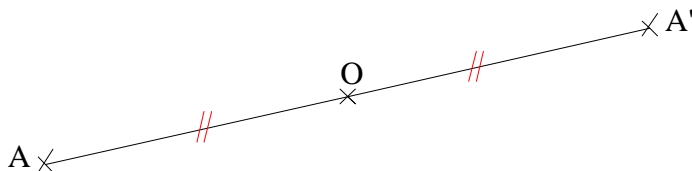


Symétrie d'une figure :

On obtient la figure symétrique en tournant le calque autour du point O d'un demi-tour.

F - POINTS SYMETRIQUES

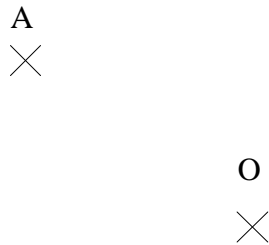
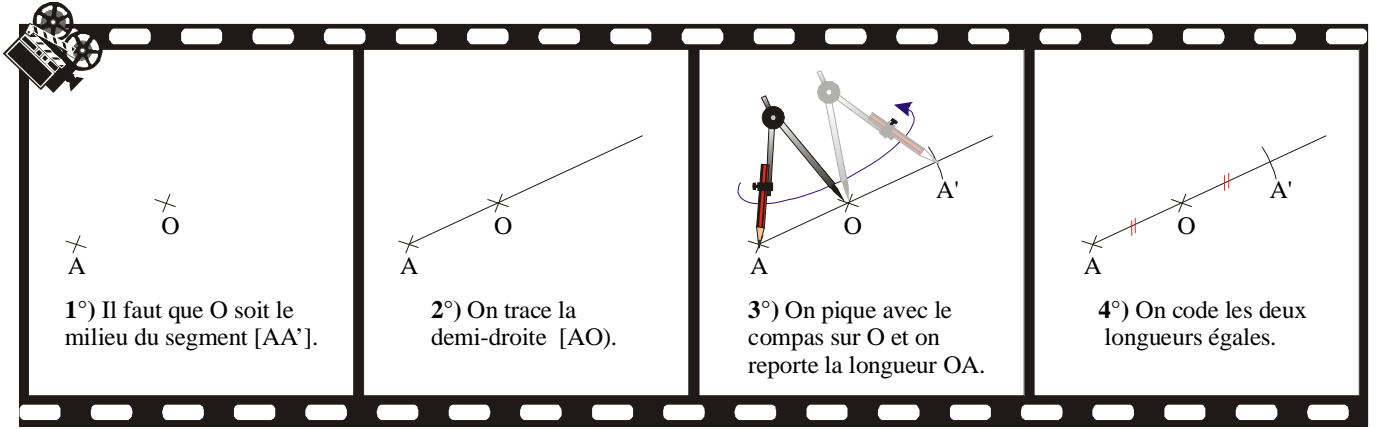
Définition : On dit que deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O quand O est le milieu du segment [AA'].



- A' est le symétrique de A par rapport à O.
- A est le symétrique de A' par rapport à O.
- $AO = OA'$ et les points A, O, A' sont alignés.
- O milieu de [AA'].

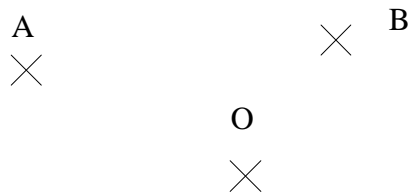
Méthode 5 : Savoir construire le symétrique d'un point

Exemple : Construis le symétrique A' de A par rapport au point O en suivant les schémas ci-dessous.



Méthode 6 : Savoir construire le symétrique d'un segment

Enoncé : Construis le symétrique du segment [AB] par rapport à O.



Solution :

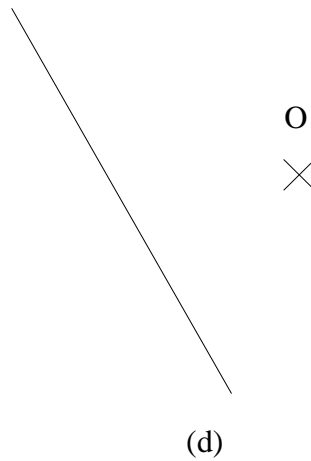
- ① Construis les symétriques des points A et B comme dans la méthode 1.
- ② Trace le segment symétrique [A'B']

Méthode 7 : Savoir construire le symétrique d'une droite

Enoncé : Construis le symétrique de la droite (d) par rapport à O.

Solution :

- ① On marque deux points A et B sur la droite (d)
- ② Construis les symétriques des points A et B comme dans la méthode 1.
- ③ Trace la droite (d').

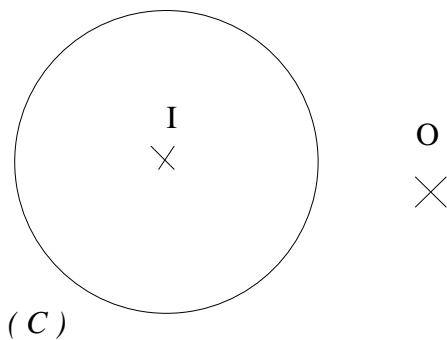


Méthode 8 : Savoir construire le symétrique d'un cercle

Enoncé : Construis le symétrique du cercle (C) de centre I par rapport à O.

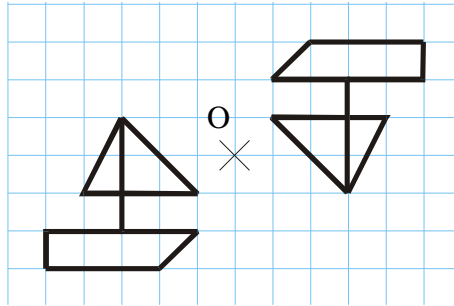
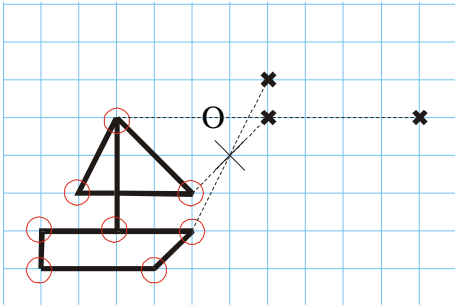
Solution :

- ① Construis le symétrique du point I comme dans la méthode 1.
- ③ Trace le cercle (C') de centre I' et de rayon le même que celui de cercle (C).



Méthode 9 : Savoir construire le symétrique d'une figure sur quadrillage

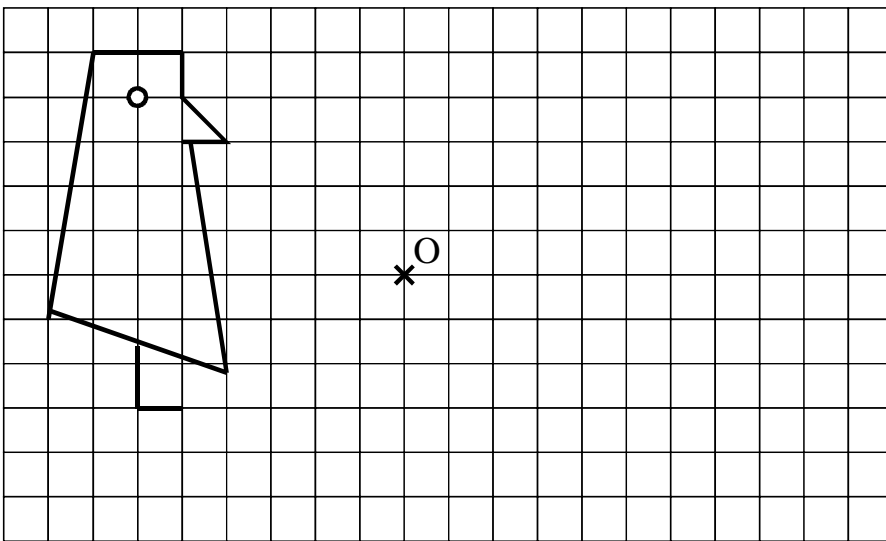
Exemple : Construis à l'aide du quadrillage le symétrique de la figure ci-contre par rapport au point O.



1. On repère les points importants et on construit leur symétrique.
O doit être le milieu de chaque segment formé par un point et son symétrique.

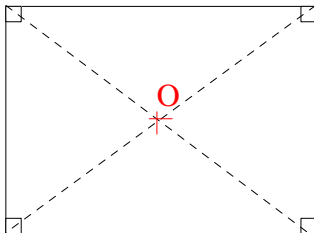
2. Quand on a construit le symétrique de tous les points, on termine la figure en reliant les points comme la figure de départ : attention, elle a été retournée !

A ton tour.....

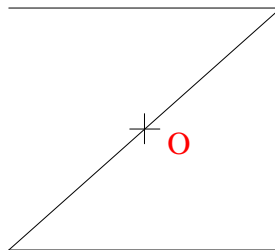


6 - CENTRE DE SYMETRIE D'UNE FIGURE

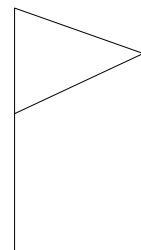
**Certaines figures possèdent un centre de symétrie :
le dessin ne change pas lorsqu'on construit le symétrique de la figure par rapport à ce point.**



1 centre



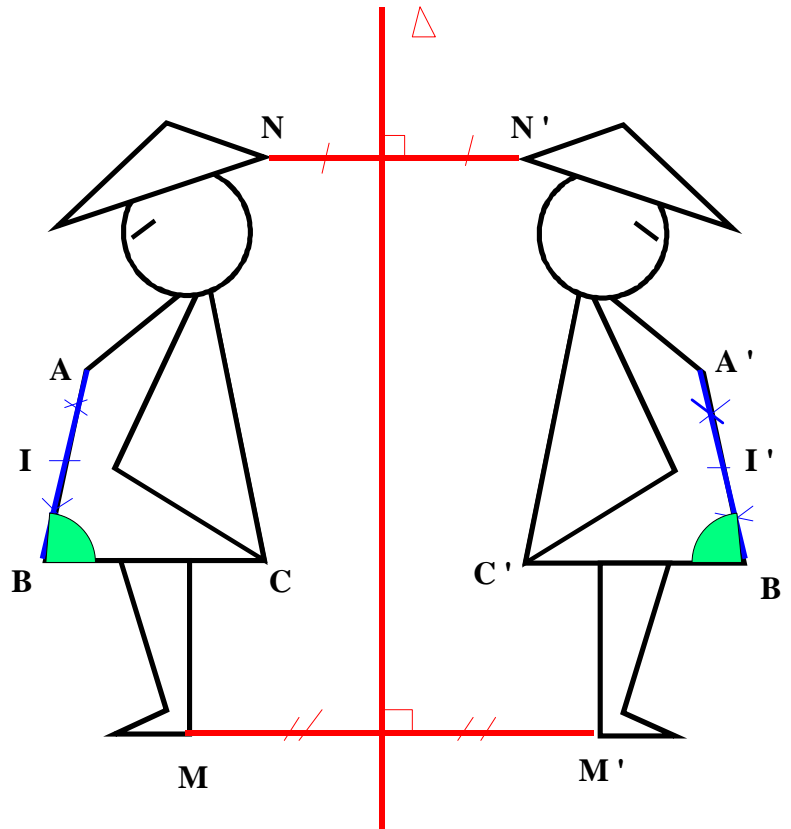
1 centre



pas de centre de symétrie

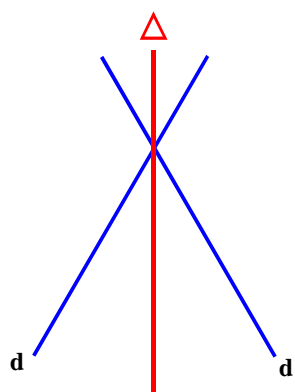
H - EFFET D'UNE SYMETRIE

H - 1) PROPRIETES DE LA SYMETRIE AXIALE:

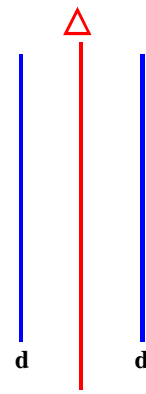


La symétrie axiale conserve :

- **l'alignement des points :** A, I, B alignés donc A', I', B' alignés.
- **Le milieu des segments :** $AB = 2 \times AI$ donc $A'B' = 2 \times A'I'$.
- **La longueur des segments :** $AB = A'B'$.
- **La mesure des angles :** $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.
- **L'aire des polygones et des disques.**
- **Symétrique d'une droite :**



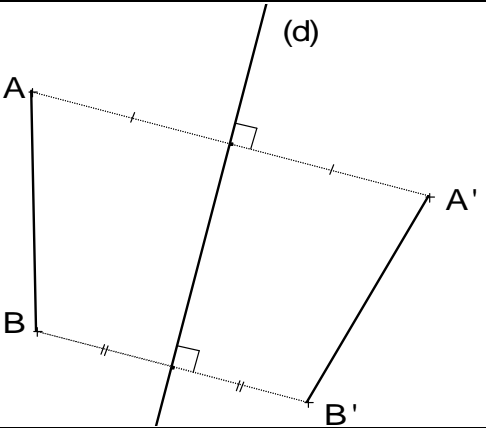
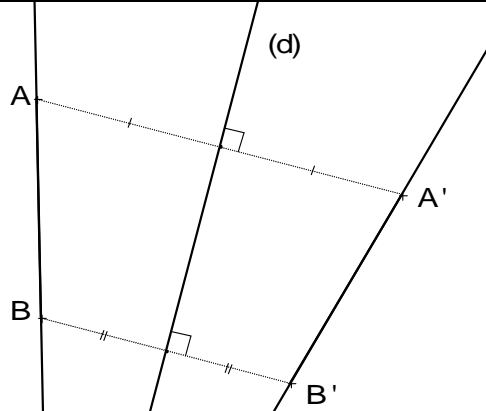
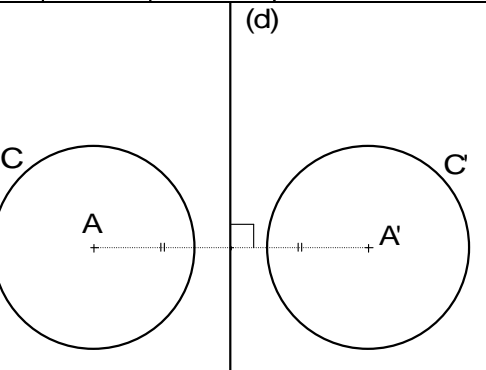
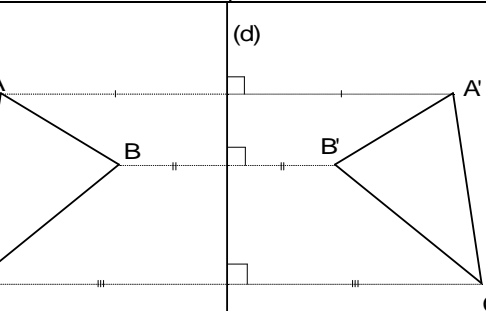
(d) et (d') se coupent en A sur (Δ).



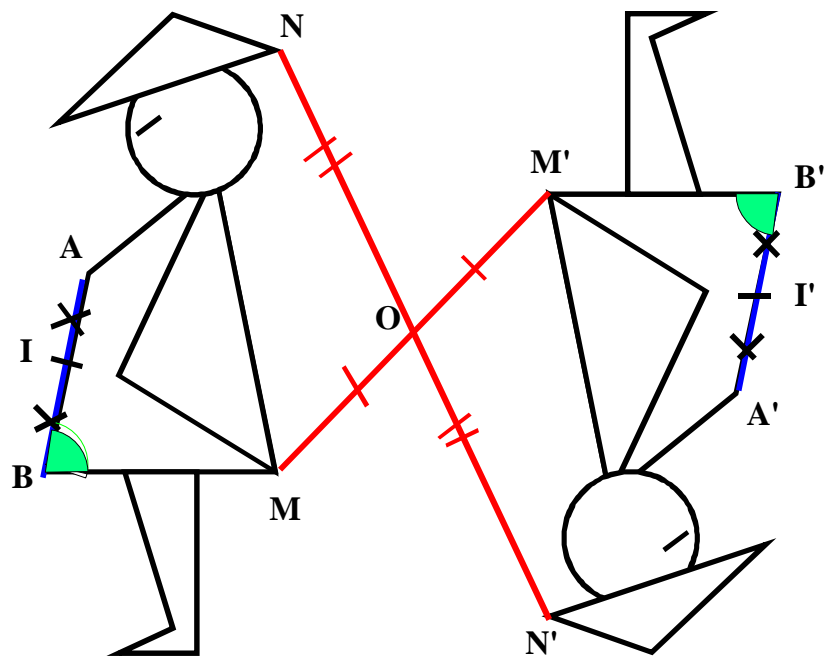
(d') est parallèle à (Δ).

Méthode 10 : Construire le symétrique d'une figure en utilisant les propriétés de la symétrie axiale.

Dans chaque cas, on effectue une symétrie axiale d'axe la droite (d).

Propriété :	Illustration :	Mode de construction :
<p>Le symétrique d'un segment est un segment de même mesure.</p> <p><i>La symétrie axiale conserve les distances.</i></p>		<p>On trace le symétrique des extrémités du segment par rapport à l'axe (d) (A' et B'). On trace ensuite le segment [A'B']. [A'B'] est le symétrique du segment [AB] par rapport à (d).</p>
<p>Le symétrique d'une droite est une droite.</p> <p><i>La symétrie axiale conserve l'alignement des points.</i></p>		<p>On place deux points A et B sur la droite et on trace le symétrique de ces deux points par rapport à l'axe (d) (A' et B'). On trace ensuite la droite (A'B'). (A'B') est le symétrique de la droite (AB) par rapport à (d).</p>
<p>Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.</p>		<p>On trace le symétrique A' du point A centre du cercle C. A partir de ce point A', je trace un cercle de même rayon que C que je nomme C'.</p>
<p>Le symétrique d'un triangle est un triangle superposable.</p> <p><i>La symétrie axiale conserve les angles et les périmètres et les aires.</i></p>		<p>On trace le symétrique des sommets du triangle : A', B' et C'. On trace les segments [A'B'], [B'C'] et [A'C'].</p>

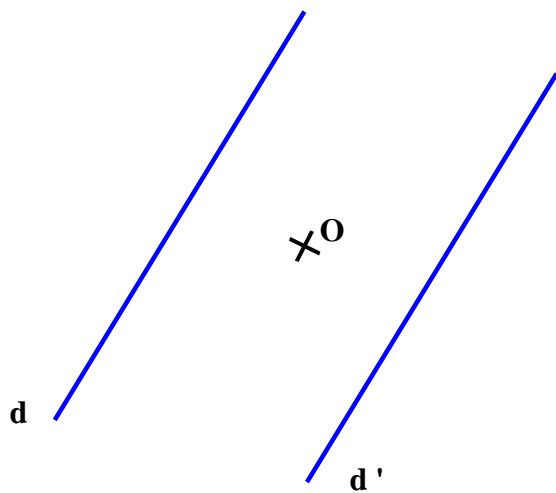
H - 2) PROPRIETES DE LA SYMETRIE CENTRALE



O est le milieu du segment $[MM']$ et $[NN']$

Propriétés :

Sauf pour le symétrique d'une droite, on retrouve les mêmes propriétés que la symétrie axiale



Symétrique d'une droite :

Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.

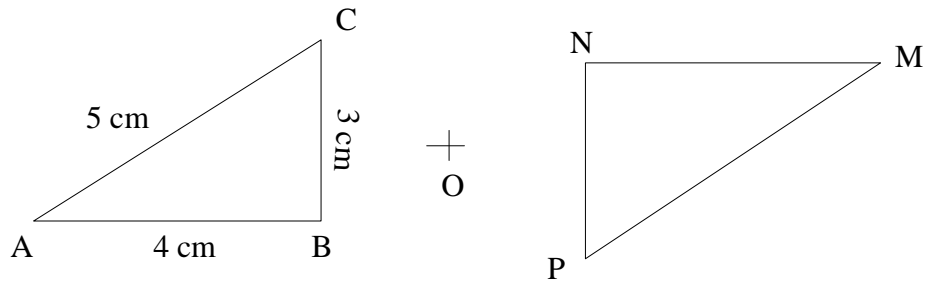
(d') est parallèle à (d)

Méthode 11: Savoir utiliser les propriétés de la symétrie centrale.

Enoncé : Les triangles ABC et MNP représentés ci-contre sont symétriques par rapport au point O.

1) Quelles sont les dimensions du triangle MNP ?

2) Démontrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



Solution :

1) On sait que les triangles ABC et MNP sont symétriques par rapport au point O.

Or la symétrie centrale conserve les

Donc le triangle MNP a les Dimensions que le triangle ABC.

Conclusion : $MN = AB = \dots\dots\dots$; $MP = \dots\dots = \dots\dots\dots$; $NP = \dots\dots = \dots\dots\dots$

2) Les points M et N sont symétriques respectifs des points A et B.

Donc les droites (MN) et (AB) sont Par rapport au point O.

Or, dans la symétrie centrale, le symétrique d'une droite est une droite

Conclusion : Les droites (MN) et (AB) sont