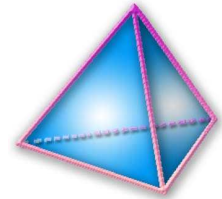


Thème N°22 : LE PARALLELOGRAMME (4)

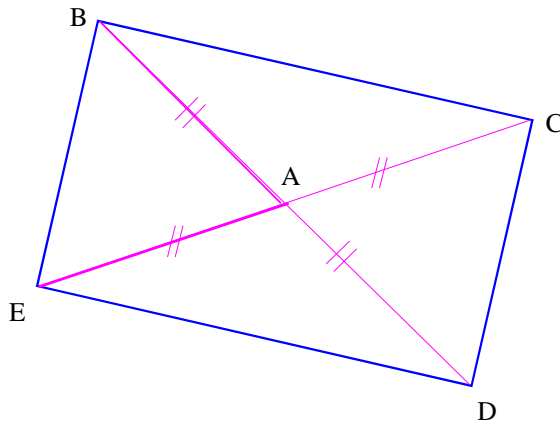
Parallélogrammes particuliers (2)

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Reconnaître un losange.
- ☞ Reconnaître un rectangle.
- ☞ Reconnaître un carré.



Exercice n°1 :



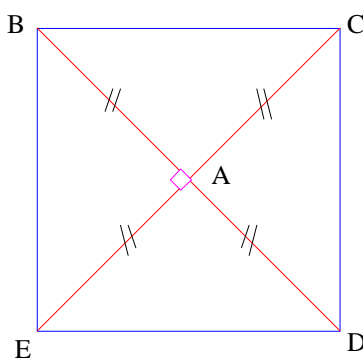
On sait que :

- Les diagonales [BD] et [EC] se coupent en leur milieu car :
 - A milieu de [BD] car D est le symétrique de B par rapport à A ;
 - et A milieu de [EC] car C est le symétrique de E par rapport à A.
- Les diagonales ont la même longueur car ABE est un triangle isocèle donc : $BA = EA = AC = AD$

Si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un rectangle.

Conclusion : BCDE est un rectangle.

Exercice n°2:



On sait que : D est le symétrique de B par rapport à A, donc A milieu de [DB]
E est le symétrique de C par rapport à A, donc A milieu de [EC].

Ainsi, les diagonales se coupent donc en leur milieu.

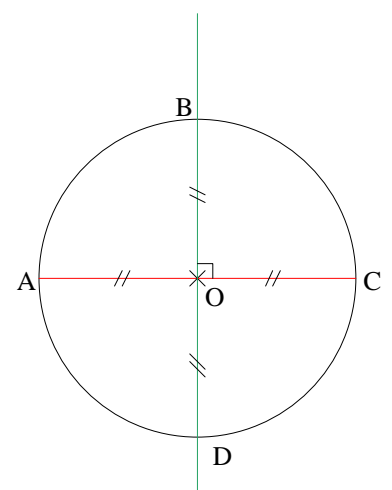
De plus comme ABC est un triangle isocèle en A, alors $AB = AC$ soit encore $EC = BD$.

Les diagonales ont donc même longueur.

Et comme ABC est un triangle rectangle en A, les droites (EC) et (BD) sont perpendiculaires. Les diagonales sont donc perpendiculaires.

D'après la propriété : si un quadrilatère à ses diagonales de même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un carré.

Conclusion : BCDE est un carré.



Exercice n°3 :

On sait que : $[AC]$ est un diamètre du cercle de centre O , donc O est milieu de $[AC]$.

La médiatrice du segment $[AC]$ coupe le cercle en B et D , donc d'après la définition de la médiatrice, (BD) perpendiculaire à (AC) et O milieu de $[BD]$ car tous points d'un cercle sont à égale distance du centre.

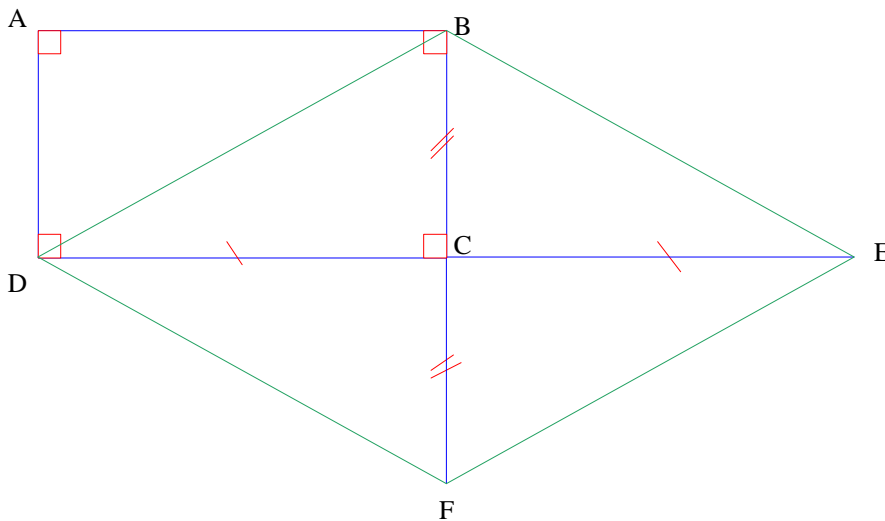
Bilan : On a $AC = BD$; (AC) perpendiculaire à (BD) et O milieu de (AC) et (BD) .

D'après la propriété : si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un carré.

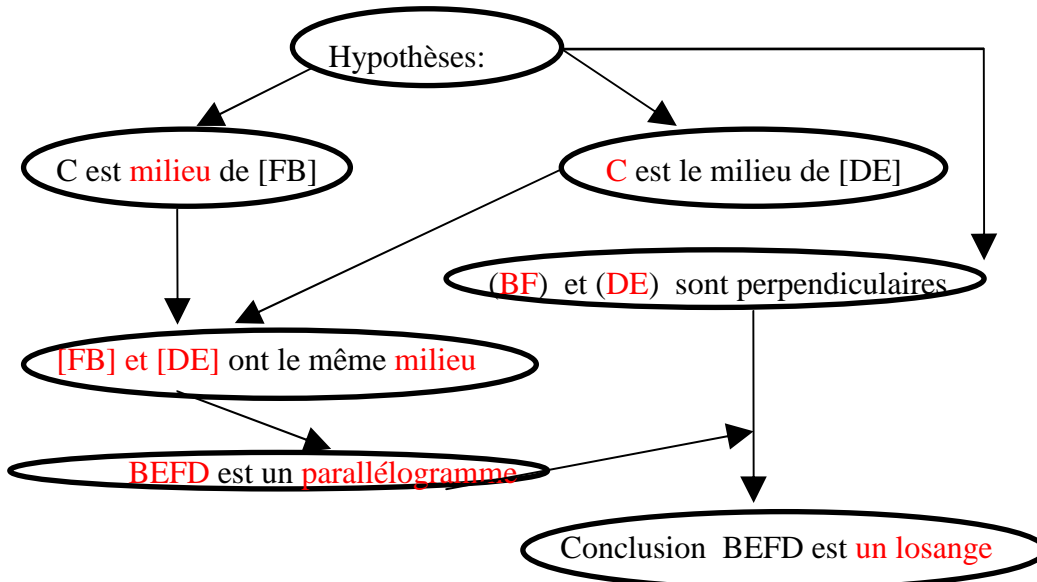
Conclusion : $ABCD$ est un carré.

Exercice n°4 : Un organigramme

a. Le quadrilatère $BEFD$ est un losange.



b.



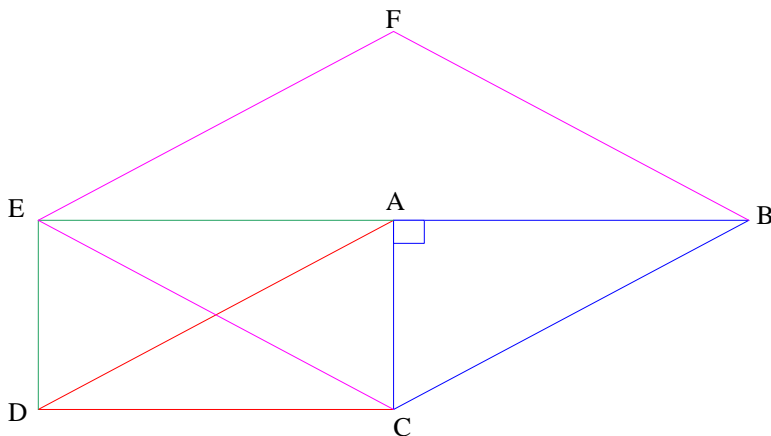
Exercice n°5 : b. $ACDE$ est un rectangle car si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.

c. $CEFB$ est un parallélogramme donc les diagonales $[EB]$ et $[CF]$ se coupent en leur milieu A .

De plus comme ABC est un triangle rectangle en A alors les diagonales sont perpendiculaires.

Donc si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires alors c'est un losange.

Conclusion : CEFB est un losange.



Exercice n°6 : b. EFG est un triangle équilatéral, donc : $AF = FG = GE$.

EHG est un triangle équilatéral, donc : $EH = HG = GE$

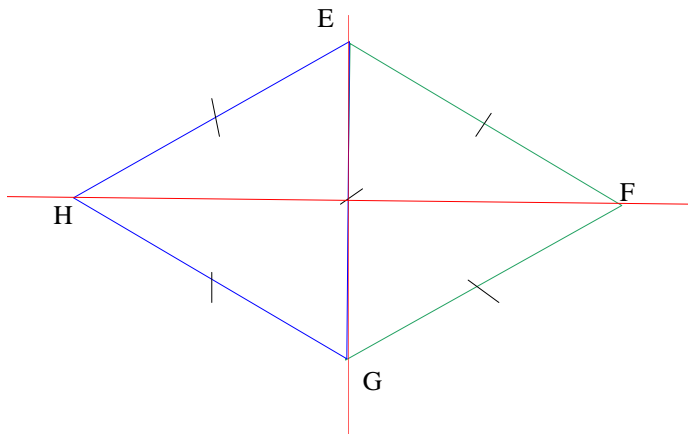
D'où : $AF = FG = GE = EH = HG$

c. On sait que $EF = FG = GH = HE$

D'après la propriété : Si un quadrilatère à quatre côtés de même longueur alors c'est un losange,

Donc : **EFGH est un losange**

d. Les droites (EG) et (HF) sont perpendiculaires car dans un losange les diagonales se coupent en leur milieu.



Exercice n°7 : Sur la figure ci-dessous, AEDC est un parallélogramme, les angles AGC et EFB sont droits.

a. On sait que : EDCA est un parallélogramme.

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés oppo
Donc (ED) est parallèle à (AC).

Ainsi, comme G est un point de [AC] alors les droites (ED) et (GC) sont parallèles.

b. On sait que (EF) et (GB) sont parallèles et (EG) perpendiculaire à (GB)

Donc si deux droites sont parallèles et l'une est perpendiculaire à une troisième droite alors l'autre est perpendiculaire à cette troisième.

Donc les droites (EG) et (EF) sont perpendiculaires.

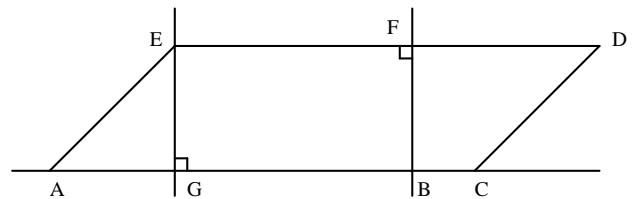
c. D'après la propriété : Si un quadrilatère à trois angles droits alors c'est un rectangle

Alors **EFBG est un rectangle**.

d. On sait que EFBG est un rectangle

D'après la propriété : Si un quadrilatère est un rectangle alors c'est diagonales sont de la même longueur.

Donc $FG = EB$.



Exercice n°8:

	Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
--	-----------------	-----------	---------	-------

2 paires de côtés parallèles	X			
côtés consécutifs perpendiculaires		X		
côtés opposés de même longueur	X			
côtés consécutifs de même longueur			X	
diagonales se coupent en leur milieu	X			
diagonales de même longueur				
diagonales perpendiculaires				
angles opposés égaux	X			

Exercice n°9 :

- a) Un trapèze étant ses deux bases de même longueur. **parallélogramme**
- b) Un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur. **parallélogramme**
- c) Un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur. **losange**
- d) Un parallélogramme ayant un angle droit. **rectangle**
- e) Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu. **parallélogramme**
- f) Un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu. **rectangle**
- g) Un quadrilatère ayant des diagonales perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu. **losange**
- h) Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et qui n'est pas un losange. **quelconque**
- i) Un quadrilatère ayant une diagonale pour axe de symétrie et qui n'est pas un losange. **quelconque.**