

Thème N°8 : CALCUL LITTERAL

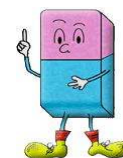
Développer et réduire une expression

La double distributivité

Utiliser des identités remarquables pour développer

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Réduire une expression littérale avec parenthèses
- ☞ Développer une expression littérale
- ☞ Développer en utilisant la double distributivité
- ☞ Utiliser des identités remarquables pour développer



A - REDUIRE UNE EXPRESSION LITTERALE

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y) \quad ; \quad k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

Exemples :

$$A = 2x + 3x$$

$$A = 2 \times x + 3 \times x$$

$$A = x \times (2 + 3)$$

$$A = 3x$$

$$B = x + 4 - 5x + 7$$

$$B = x - 5x + 4 + 7$$

On regroupe les termes en x

$$B = x \times 1 - 5 \times x + 4 + 7 \quad (\text{on compte les } x)$$

$$B = x(1 - 5) + 4 + 7 \quad \text{On factorise par } x$$

$$B = -4x + 11$$

$$C = x - 3 + 3x^2 - 5x - 4x^2$$

$$C = 3x^2 - 4x^2 + x - 5x - 3$$

On regroupe les x^2 puis les x

$$C = x^2(3 - 4) + x(1 - 5) - 3$$

On factorise par x^2 puis par x (on compte les x^2 et les x)

$$C = -x^2 - 4x - 3$$

B - DEVELOPPER UNE EXPRESSION LITTERALE

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y$$

$$k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$

Exemples :

$$A = 5(2 + x)$$

$$B = -3(2x - 7)$$

$$A = 5 \times 2 + 5 \times x$$

$$B = -3 \times 2x - (-)3 \times 7$$

$$A = 10 + 5x$$

$$B = -6x + 21$$

C - SUPPRESSION DE PARENTHESES

1°) Parenthèses précédées du signe +

Pour trois nombres relatifs x, y et z :

$$x + (y + z) = x + y + z \quad ; \quad x + (y - z) = x + y - z$$

On conserve les signes intérieurs aux parenthèses

Exemples :

$$A = 3 + (-2 + x) = 3 - 2 + x = 1 + x$$

$$B = 2 + (5 + x) = 2 + 5 + x = 7 + x$$

2°) Parenthèses précédées du signe -

Pour trois nombres relatifs x, y et z :

$$x - (y + z) = x - y - z \quad ; \quad x - (y - z) = x - y + z$$

Soit on change tous les signes intérieurs aux parenthèses

Exemples :

$$C = 4 - (-3 + x)$$

$$C = 4 + 3 - x$$

$$C = 7 - x$$

$$D = 7 - (x - 1)$$

$$D = 7 - (+x - 1)$$

$$D = 7 - x + 1$$

$$D = 8 - x$$

Soit on remplace le signe - par -1 et on utilise la distributivité

Exemples :

$$E = 4 - (-3 + x)$$

$$E = 4 - 1 \times (-3 + x)$$

$$E = 4 - 1 \times (-3) - 1 \times x$$

$$E = 4 + 3 - x$$

$$E = 7 - x$$

$$F = 7 - (x - 1)$$

$$F = 7 - 1 \times (x - 1)$$

$$F = 7 - 1 \times x - 1 \times (-1)$$

$$F = 7 - x + 1$$

$$F = 8 - x$$

D - METHODES

Méthode 1 : Savoir réduire une expression littérale

Réduis l'expression : $A = 5x + (7 - 2x^2) - (6x^2 - 3x)$

On supprime les parenthèses $\rightarrow A = 5x + 7 - 2x^2 - 6x^2 + 3x$

On regroupe les termes ayant un facteur commun $\rightarrow A = -2x^2 - 6x^2 + 5x + 3x + 7$

On factorise $\rightarrow A = x^2(-2 - 6) + x(5 + 3) + 7$

On réduit $\rightarrow A = -8x^2 + 8x + 7$

Méthode 2: Savoir développer et réduire une expression littérale

Développe et réduis l'expression : $B = x(7 - 2x) - 3(2x^2 - 3x)$

$$B = x(7 - 2x) - 3(2x^2 - 3x)$$

On applique la propriété de distributivité

$$\rightarrow B = x \times 7 - x \times 2x - 3 \times 2x^2 - 3 \times (-3x)$$

On simplifie l'écriture

$$\rightarrow B = 7x - 2x^2 - 6x^2 + 9x$$

On réduit

$$\rightarrow B = x^2(-2 - 6) + x(7 + 9)$$

$$B = -8x^2 + 16x$$

Méthode 3 : Savoir la valeur d'une expression littérale

Soit $E = 6(x - 3) - x^2$ Calcule E pour $x = -2$

On remplace x par -2

$$\rightarrow E = 6(-2 - 3) - (-2)^2$$

On effectue l'enchaînement

$$\rightarrow E = 6 \times (-5) - 4$$

$$E = -30 - 4$$

$$E = -34$$

Brevet des collèges : Amérique du Sud – novembre 2009- Exercice n°4

On donne $A = (x - 5)^2$ et $B = x^2 - 10x + 25$

1. Calculer A et B pour $x = 5$

.....
.....
.....

2. Calculer A et B pour $x = -1$.

.....
.....
.....

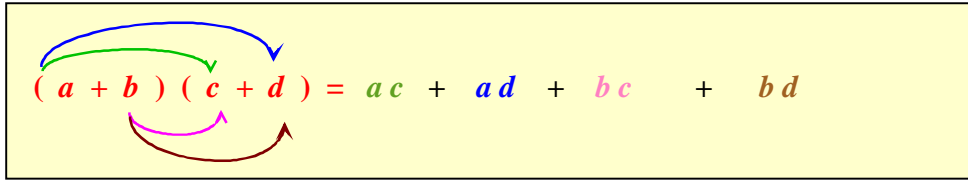
3. On admettra que $(x - 5)^2 = x(x - 5) - 5(x - 5)$

Peut-on affirmer que $A = B$ quelle que soit la valeur de x ? Justifier

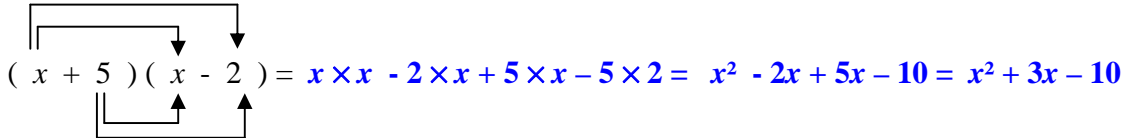
.....
.....
.....
.....

E - LA DOUBLE DISTRIBUTIVITE

Pour quatre nombres relatifs a , b , c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$


Exemple :

$$(x + 5)(x - 2) = x \times x - 2 \times x + 5 \times x - 5 \times 2 = x^2 - 2x + 5x - 10 = x^2 + 3x - 10$$


Méthode 4 : Développer et réduire une expression.

Développe et réduis l'expression : $C = (2x + 5)(3x - 4)$

$$C = (2x + 5)(3x - 4)$$

On applique la propriété de distributivité

$$\rightarrow C = 2x \times 3x - 2x \times 4 + 5 \times 3x - 5 \times 4$$

On simplifie l'écriture

$$\rightarrow C = 6x^2 - 8x + 15x - 20$$

On réduit

$$\rightarrow C = 6x^2 + x(-8 + 15) - 20$$

$$C = 6x^2 + 7x - 20$$

Développe et réduis l'expression : $D = 3x^2 - (x - 7)(2x - 3)$

On commence par mettre des crochets

$$\rightarrow D = 3x^2 - [(x - 7)(2x - 3)]$$

On applique la propriété de distributivité dans les crochets

$$\rightarrow D = 3x^2 - [x \times 2x - x \times 3 - 7 \times 2x - 7 \times (-3)]$$

$$\rightarrow D = 3x^2 - [2x^2 - 3x - 14x + 21]$$

On supprime les crochets

$$\rightarrow D = 3x^2 - 2x^2 + 3x + 14x - 21$$

On réduit

$$\rightarrow D = x^2(3 - 2) + x(3 + 14) - 21$$

$$D = x^2 + 17x - 21$$

F- IDENTITES REMARQUABLES - Développement

Carré d'une somme :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemple : $(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$

Carré d'une différence :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemple : $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

Produit de la somme et de la différence :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple : $(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$

Méthode 4: Développer une expression avec des identités remarquables

- Développer une expression de la forme $(a + b)^2$.

Exemple : Développer l'expression $A = (2x + 3)^2$

$$A = (2x + 3)^2$$

← ① On identifie les nombres a et b : $a = 2x$ et $b = 3$.

$$A = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$$A = 4x^2 + 12x + 9$$

← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme $(a - b)^2$.

Exemple : Développer l'expression $B = (3x - 5)^2$

$$B = (3x - 5)^2$$

← ① On identifie les nombres a et b : $a = 3x$ et $b = 5$.

$$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$$B = 9x^2 - 30x + 25$$

← ③ On calcule chacun des termes

- Développer une expression de la forme $(a + b)(a - b)$.

Exemple : Développer l'expression $C = (5x + 6)(5x - 6)$

$$C = (5x + 6)(5x - 6)$$

← ① On identifie les nombres a et b : $a = 5x$ et $b = 6$.

$$C = (5x)^2 - 6^2$$

← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$$C = 25x^2 - 36$$

← ③ On calcule chacun des termes

Objectif brevet : Extrait session septembre 2013 – exercice n°7 (Affirmation 3)

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

Pour n'importe quel nombre entier n , $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de 4.

.....
.....
.....
.....
.....
.....