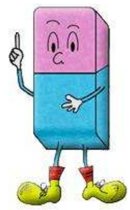
Thème N°20 : PROBABILITES
Propriétés – Arbre des possibles

<u>A la fin du thème, tu dois savoir</u> :
- Connaitre quelques propriétés sur les calculs de probabilités (somme proba = 1, p(B barre) = 1-P(B)
- Utiliser un arbre pour dénombrer (1 ou 2 épreuves)
- Donner un nombre aléatoire avec la calculatrice (Random)



A- <u>PROPRIETES des probabilités</u>

- La probabilité p d'un événement est **<u>comprise entre 0 et 1</u>**.
- La probabilité d'un événement qui se produit à coup sûr est égale à 1 :L'événement est dit **<u>certain</u>**
- La probabilité d'un événement qui ne peut se produire est égale à 0 : L'événement est dit **<u>impossible.</u>**
- La **<u>somme</u>** des probabilités associées à chaque issue est **<u>égale à 1</u>**.

<u>Méthode 1</u>: Connaître les propriétés des probabilités.

<u>Exemple :</u> « le dé cubique »

- On a $\frac{1}{2} = 0{,}5$, donc ….. ≤ $\boldsymbol{p}$**(B)** ≤ ….. On a $\frac{1}{6} \approx 0{,}166...$, donc ……. ≤ $\boldsymbol{p}$**(A)** ≤ ……
- On considère l'évènement C : « on a obtenu un nombre entre 0 inclus et 6 inclus »

  On a $p(\text{C}) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$, soit encore $p(\text{C})$ = …... L'évènement C est donc ………………
- On a aussi : $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = \dots\dots \times \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$ La **<u>somme</u>** est donc égale à ….
- On considère l'évènement D : « on a obtenu le nombre 7 »

  On a $p(\text{D}) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$, soit encore $p(\text{D})$ = ……. L'évènement D est donc ……………

B- <u>Evénements INCOMPATIBLES - Evénements CONTRAIRES</u>

<u>Evénements incompatibles :</u>

Définition : Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent se produire en même temps.

Propriété : Si deux événements A et B sont incompatibles, alors
p(A ou B est réalisé) = p(A) + p(B)

<u>Méthode 2</u>: Connaître le vocabulaire « évènement incompatible ».

<u>Exemple :</u> « le dé cubique »

- On considère l'évènement E : « on a obtenu un multiple de 3 »

  L'évènement E est constitué de …. issues :

On a $p(E) = \frac{.....}{.....}$.

On considère l'évènement F : « on a obtenu un nombre strictement inférieur à 3 »
L'évènement F est constitué de ….. issues :

On a $p(F) = \frac{.....}{.....}$.

Comme les événements E et F n'ont pas d'issue commune, alors E et F sont ……………………

- La probabilité d'avoir un nombre multiple de 3 **ou** un nombre strictement inférieur à 3 est :

$p(E) + p(F) = \frac{.....}{.....} + \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$

C'est-à-dire $p(E \text{ ou } F) = \frac{.....}{.....}$. On a 4 issues

<u>Evénements contraires :</u>

Définition : L'événement contraire d'une événement A est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.
On le note $p(\text{non } A)$ ou $p(\overline{A})$.

Propriété : La somme des probabilités de A et de son contraire est 1 :
$p(A) + p(\text{non } A) = 1$

<u>Méthode 3</u>: Connaître le vocabulaire « évènement contraire ».

<u>Exemple :</u> « le dé cubique »

- Reprenons **<u>l'évènement A</u>** : « on a obtenu un quatre » avec $p(A) = \frac{1}{6}$

L'évènement « non A » est constitué de 5 issues :

Comme les événements A et non A sont incompatibles, alors :
$p(\text{non } A) + p(A) = ...$

Ainsi : $p(\overline{A}) = p(\text{non } A) = ...- \frac{......}{.....} = \frac{.....}{......}$

C- <u>Arbre des possibles</u>

<u>L'arbre des possibles</u> d'une expérience indique chacune de ses issues.
Quand on fait figurer sur chaque branche la probabilité associée, on dit qu'on pondère l'arbre des possibles.

<u>Méthode 4</u>: Calculer des probabilités et construire l'arbre pondéré des possibles.

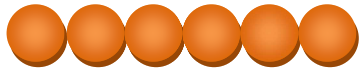
<u>Exemple :</u> « des billes de différentes couleurs »

Un sachet contient 3 billes vertes, 1 bille bleue et 6 billes oranges. On tire, au hasard, une bille du sachet et on définit les événements suivants :
A : « la bille est verte » ;
B : « la bille est bleue » ;
C : « la bille est orange ».

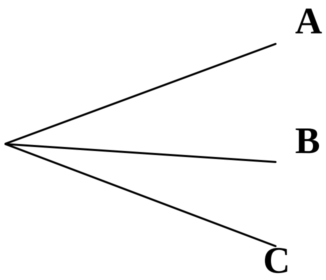
<u>Calcul de probabilités.</u>
Comme la bille est tirée au hasard, alors chaque bille a la même chance d'être tirée.
Le nombre d'issues possibles est de 10 (3 + 1 + 6 = 10).

L’événement A est constitué de ….. issues favorables, on a donc : $p(A) = \frac{.....}{.....}$. 

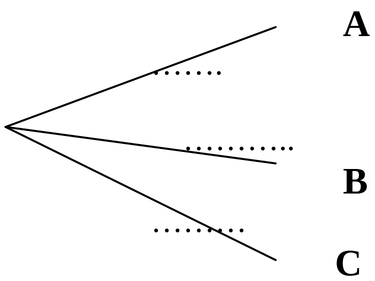
L’événement B est constitué de …...issue favorable, on a donc : $p(B) = \frac{.....}{.....}$. 

L’événement C est constitué de ….. issues favorables, on a donc : $p(C) = \frac{.....}{.....}$. 

Arbre des possibles :



Arbre pondérée des possibles :



On vérifie que $\frac{...}{...} + \frac{...}{...} + \frac{...}{...} = 1$

D- Expérience à deux épreuves

Sur l’arbre des possibles d’une expérience aléatoire à deux épreuves, une succession de deux branches est appelé **un chemin**.
Avec un arbre, la probabilité de l’issue auquel conduit un chemin est égal au **produit des probabilités** rencontrées le long de ce chemin.

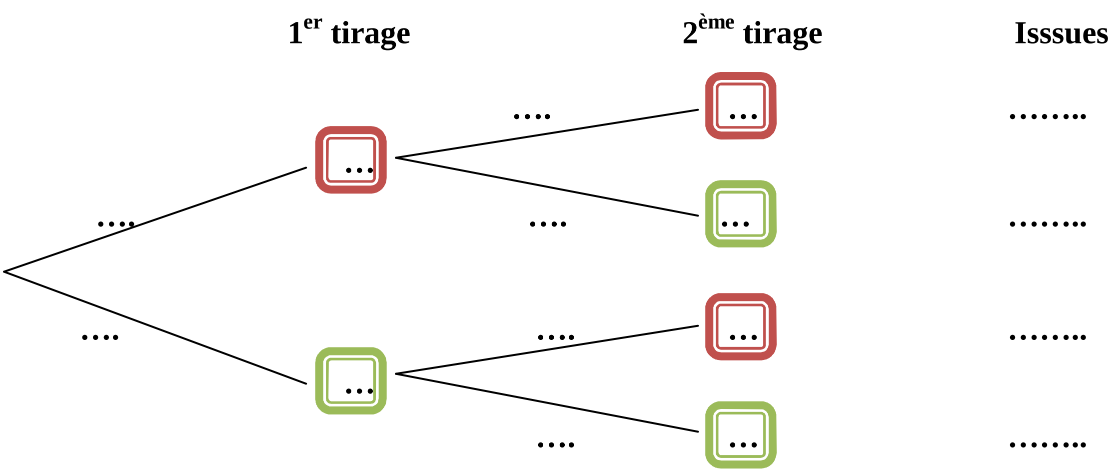
Méthode 5: Travailler avec une expérience à deux épreuves.

Exemple :
Une urne opaque contient trois boules rouges (R), deux boules vertes (V).
On tire une boule au hasard, on la remet dans l’urne, puis on tire une deuxième boule au hasard.

1. Dessine l’arbre pondéré des possibles par les probabilités sous forme décimale.
2. Calcule la probabilité de tirer deux boules rouges.
3. Calcule la probabilité de tirer deux boules de même couleur.

Solution :

1. L’arbre pondéré des possibles.



2. Probabilité de tirer deux boules rouges

Il s’agit de calculer la probabilité dont l’issue est (…, …)

On a : …… × …… = ………

Conclusion : La probabilité de tirer deux boules rouges est …….

3. Probabilité de tirer deux boules de même couleur

Il s’agit de calculer la probabilité dont les issues sont (…., ….) et (…., ….).
Comme ces deux issues sont incompatibles, pour calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur, on ajoute les probabilités de ces issues.

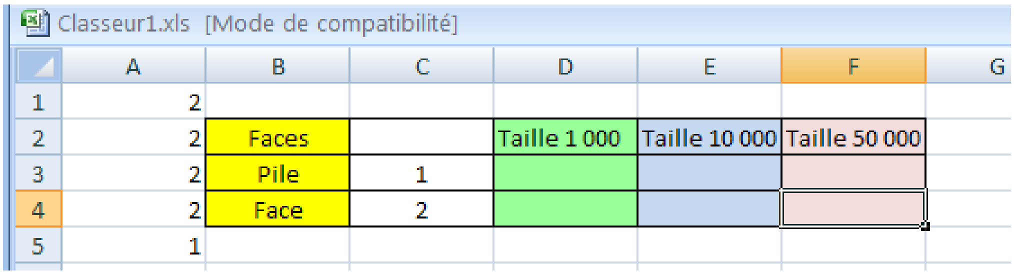
On a : …..× ….. + …..× …..= ……..+ ……… = ……….

Conclusion : La probabilité de tirer deux boules de même couleur est ……..

Méthode 6: Simuler une expérience aléatoire à l’aide d’un tableur

Préparation de la feuille de calculs :

Dans une feuille de calcul, pour simuler le lancé d’une pièce de monnaie, écris dans la cellule A1 la formule : « =ALEA.ENTRE.BORNES(1 ;2) » permettant d’inscrire 1 si la face supérieure est pile et 2 si la face supérieure est face.
Copie ensuite cette formule jusqu’à la cellule 50 000 pour simuler une série de 1 000 lancers puis de 10 000 lancers et enfin de 50 000 lancers.
Complète la feuille de calcul comme ci-dessous.

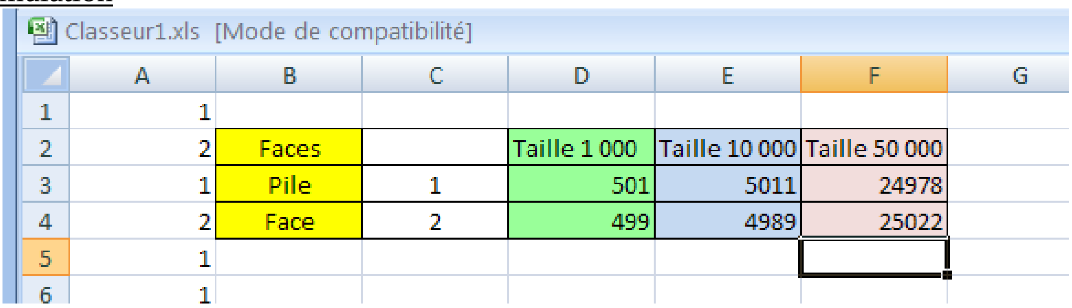


Classeur1.xls [Mode de compatibilité]

	A	B	C	D	E	F	G
1	2						
2	2	Faces		Taille 1 000	Taille 10 000	Taille 50 000	
3	2	Pile	1				
4	2	Face	2				
5	1						

Ecris en D3, la formule « =NB.SI(A1 :A1000 ;$C3) ». Elle permet d’obtenir le nombre d’apparitions dans les cellules A1 à A1000 de la valeur écrite C3.
De la même manière achève le tableau.

Exemple de simulation



Classeur1.xls [Mode de compatibilité]

	A	B	C	D	E	F	G
1	1						
2	2	Faces		Taille 1 000	Taille 10 000	Taille 50 000	
3	1	Pile	1	501	5011	24978	
4	2	Face	2	499	4989	25022	
5	1						
6	1						

En observant les résultats, soit de ta feuille de calcul soit de l’exemple ci-dessus, complète le tableau ci-dessous en calculant les fréquences.

	1 000 lancers	10 000 lancers	50 000 lancers		1 000 lancers	10 000 lancers	50 000 lancers
P				F			
Fréquence				Fréquence			

Complète :

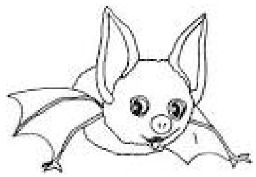
Lorsqu'on lance une pièce de monnaie un très grand nombre de fois :

- la fréquence de P est environ égale à ……………
- la fréquence de F est environ égale à ……………
- la fréquence de P et celle de f sont ……………

<u>Brevet des collèges</u> : *Extrait session décembre 2009 –Nouvelle Calédonie*

La roussette rousse est une espèce de chauve souris de Nouvelle-Calédonie. Elle a été la mascotte officielle des XIV^{e} Jeux du pacifique de 2011.
Dans une urne, on a dix boules indiscernables au toucher portant les lettres du mot ROUSSETTES :

R O U S S E T T E S



On tire au hasard une boule dans cette urne et on regarde la lettre inscrite sur la boule.
1. Quels sont les six résultats possibles à l'issue d'un tirage ?

……

……

……

2. Déterminer les probabilités suivantes :

a. La lettre tirée est un R ;

b. La lettre tirée est un S ;

c. La lettre tirée n'est pas un S.

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

3. Julie affirme qu'elle a plus e chance d'obtenir une voyelle qu'une consonne à l'issue d'un tirage.
A-t-elle raison ? Justifier votre réponse.