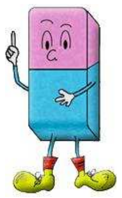
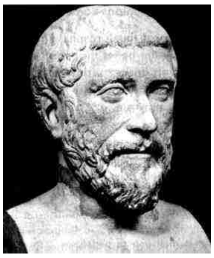
Thème N°2 : TRIANGLE RECTANGLE (1)
RACINE CARREE D'UN NOMBRE POSITIF
LE THEOREME DE PYTHAGORE





A la fin du thème, tu dois savoir :

- Définition de la racine carrée d'un nombre positif
- Les carrés parfaits
- Calculer avec des racines carrées (utiliser les carrés parfaits) + réduction
- Propriété de Pythagore
- Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de l'hypoténuse.
- Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit.

A - DEFINITION DE LA RACINE CARREE

Définition : **Soit a un nombre positif, la racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est a.**

La racine carrée de a se note $\sqrt{a}$.

Le symbole « $\sqrt{\ }$ » s'appelle le radical.

Exemples :

- La racine carrée de 49 est 7, car $7^2 = 49$ et 7 est positif. On note $\sqrt{49} = 7$.
- La racine carrée de 1 est 1, car $1^2 = 1$ et 1 est positif. On note $\sqrt{1} = 1$.
- La racine carrée de 17,64 est4,2, car $4,2^2 = 17,64$ et 4,2 est positif. On note $\sqrt{17,64} = 4,2$.

Attention : la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas, car le carré d'un nombre est **toujours positif !**

Quel que soit le nombre a positif : $(\sqrt{a})^2 = a$ *et* $\sqrt{a^2} = a$

- Par exemple : ➔ $(\sqrt{7})^2 = \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$

  ➔ $5 \times 5 = 5^2 = 25$, donc $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier, sa racine carrée est un nombre entier

- 16 est un carré parfait car $\sqrt{16} = 4$ et 4 est un entier
- 625 est un carré parfait car $\sqrt{625} = 25$ et 25 est un entier

Méthode 1 : Comment réduire une somme de racines carrées

Exemple : $A = 5\sqrt{7} + 8\sqrt{7} - 15\sqrt{7}$ ← *On remarque que $\sqrt{7}$ est un facteur commun au trois termes.*

$A = (5 + 8 - 15)\sqrt{7}$ ← *On factorise par $\sqrt{7}$.*

$A = -2\sqrt{7}$

B – (Pour aller plus loin) : PRODUIT DE DEUX RACINES CARREES

Si *a* et *b* sont deux nombres positifs, alors on a : $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

Exemples : $\sqrt{7}\times\sqrt{3}=\sqrt{7\times3}=\sqrt{21}$ $\qquad$ $\sqrt{18}\times\sqrt{2}=\sqrt{18\times2}=\sqrt{36}=6$

ATTENTION : $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$ *et* $\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$

Méthode 2: Comment calculer une somme de nombres écrits avec des radicaux.

Calculer l'expression $A=\sqrt{45}+3\sqrt{20}-11\sqrt{5}$ **en donnant le résultat sous la forme** $a\sqrt{b}$ **, où *a* est un entier relatif et *b* un entier positif le plus petit possible.**

On remarque que : $45=\mathbf{9}\times5$ et $20=\mathbf{4}\times5$

On écrit donc $\sqrt{45}$ et $\sqrt{20}$ en fonction de $\sqrt{5}$

A = $\sqrt{9\times5}+3\sqrt{4\times5}-11\sqrt{5}$

A = $\sqrt{9}\times\sqrt{5}+3\times\sqrt{4}\times\sqrt{5}-11\times\sqrt{5}$

A = $3\times\sqrt{5}+3\times2\times\sqrt{5}-11\times\sqrt{5}$

A = $3\sqrt{5}+6\sqrt{5}-11\sqrt{5}$

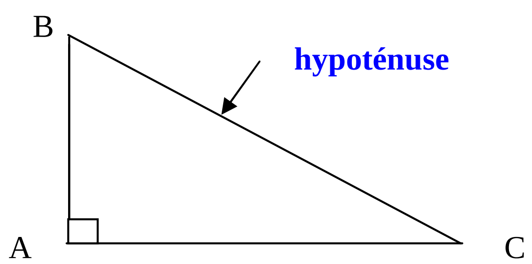
On factorise par $\sqrt{5}$ $\qquad$ A = $(3+6-11)\times\sqrt{5}$

On écrit le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ $\qquad$ $\boxed{A=-2\sqrt{5} \quad (a=-2 \text{ et } b=5)}$

C - LE THOREME DE PYTHAGORE POUR CALCULER UNE LONGUEUR

ENONCE :

Dans un triangle rectangle , le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Si l'on sait que ABC est un triangle rectangle en A, alors on peut écrire : **$BC^2 = AB^2 + AC^2$**

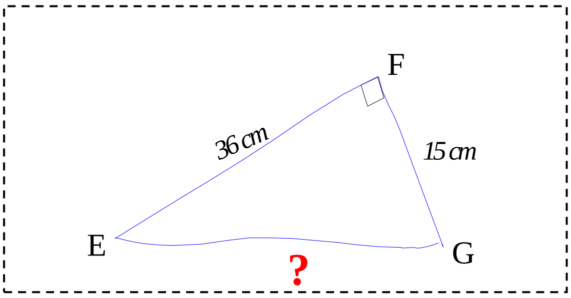
Ceci permet de calculer un côté lorsque les deux autres sont connus.

Remarque : L'hypoténuse est le plus long côté d'un triangle rectangle.

Méthode 3 : Savoir calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

Exemple : Soit EFG un triangle rectangle en F tel que EF = 36 cm et FG = 15 cm.
Calcule EG

Commence par faire un croquis



Le triangle EFG est rectangle en F. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$EG^2 = EF^2 + FG^2$

$EG^2 = 36^2 + 15^2$

$EG^2 = 1\,296 + 225$

$EG^2 = 1\,521$

$EG = \sqrt{1521}$

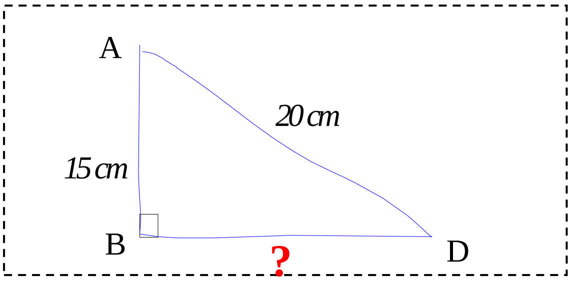
$EG = 39$ Conclusion :

EG = 39 cm

Méthode 4 : Savoir calculer la longueur de l'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle

Exemple : Soit ABD un triangle rectangle en B. On sait que AD = 20 cm et AB = 15 cm.
Calcule BD (donne la valeur exacte, puis une valeur arrondie au millimètre près).

Commence par faire un croquis.



Le triangle ABD est rectangle en B. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$AD^2 = BD^2 + BA^2$

$20^2 = BD^2 + 15^2$

$400 = BD^2 + 225$

$BD^2 = 400 - 225$

$BD^2 = 175$

$BD = \sqrt{175}$

$BD \approx 13{,}228$

Conclusion :

La valeur exacte de BD est $\sqrt{175}$ cm

La valeur arrondie au mm près est 13,2 cm