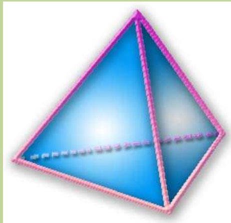
4- EME

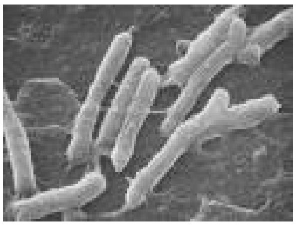
Thème N°15 : PUISSANCE D'UN NOMBRE

A la fin du thème, tu dois savoir :

- Notation puissance avec exposant positif ou négatif
- Calculs avec les notations puissances avec exposants positifs ou négatifs
- Calculer une expression avec exposants positifs ou négatifs
- Ecritures décimales
- Transformer un nombre en écriture scientifique
- Préfixes de nano à giga
- Utiliser les puissances de 10 pour convertir
- Calculer avec les propriétés



ACTIVITE 1 : « Les bactéries »



Une bactérie est un organisme microscopique constitué d'une seule cellule et qui se reproduit en se divisant en deux.

Lors d'une culture de bactéries, on a constaté que la population double toutes les heures.

1. Complète le tableau suivant :

	au départ	au bout d'1 heure	au bout de 2 heures	au bout de 3 heures	au bout de 4 heures	au bout de 5 heures
Nombre de bactéries	1	**2**	**4**	**8**	**16**	**32**

2. Ecris un calcul permettant de déterminer le nombre de bactéries au bout de la 10ème heure, de la 15ème heure et de la 21ème heure.

- Au bout de la 10ème heure : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ **1 024**.
- Au bout de la 15ème heure : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ **32 768.**
- Au bout de la 21ème heure :

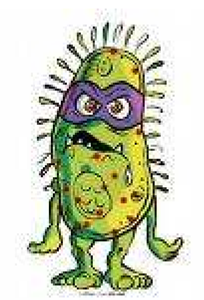
$2 \times 2 =$ **2 097 152.**

3. Que peux-tu dire de l'écriture des calculs proposés dans la question précédente ? : *Ils sont longs*

Propose un codage pour écrire ces différents calculs de façon beaucoup plus courte.

On constate que pour le calcul :

- au bout de la **10**^{ème} heure il y a **10 facteurs 2** . On peut codifier ce produit par **2^{10}**
- au bout de la **15**^{ème} heure il y a **15 facteurs 2**. On peut codifier ce produit par **2^{15}**
- au bout de la **21**^{ème} heure il y a **21 facteurs 2.** On peut codifier ce produit par **2^{21}**



Exercice n°1 : Complète chaque expression par l'exposant manquant

$7\times7\times7\times7\times7\times7\times7\times7\times7\times7 = 7^{10}$; $0,5\times0,5\times0,5\times0,5\times0,5 = 0,5^{5}$

$(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^{6}$;

Exercice n°2 : Décompose chaque nombre comme dans l'exercice 1 :

$6^4 = 6\times6\times6\times6$; $(-2)^3 = (-2)\times(-2)\times(-2)$; $4,7^5 = 4,7\times4,7\times4,7\times4,7\times4,7$

Exercice n°3 : Ecris les nombres suivants sous la forme d'un produit :

1. de puissances de 2 et de 5 :

$A = 2\times2\times5\times5\times5\times5\times2\times5\times5 = (2\times2\times2)\times(5\times5\times5\times5\times5\times5) = 2^3\times5^6$

$B = 25\times8\times5\times10\times2 = (5\times5)\times(2\times2\times2)\times5\times(2\times5)\times2 = (2\times2\times2\times2\times2)\times(5\times5\times5\times5) = 2^5\times5^4$

$C = 625\times512 = (5\times5\times5\times5)\times(2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2) = 5^4\times2^9$

2. de puissances de 2, de 3 et de 7 :

$D = 2\times2\times3\times3\times3\times7\times7\times7\times7\times7 = 2^2\times3^3\times7^5$

$E = 21\times12\times49 = (3\times7)\times(2\times2\times3)\times(7\times7) = (2\times2)\times(3\times3)\times(7\times7\times7) = 2^2\times3^2\times7^3$

$F = 32\times63\times12 = (2\times2\times2\times2\times2)\times(3\times3\times7)\times(2\times2\times3) = (2\times2\times2\times2\times2\times2\times2)\times(3\times3\times3)\times7$
$= 2^7\times3^3\times7$

$G = 42 = 2\times3\times7$ (ou $2^1\times3^1\times7^1$)

Exercice n°4 : Calcule sans calculatrice:

$2^6 = 64$; $(-3)^3 = -27$; $7^2 = 49$; $(-5)^3 = -125$; $(-15)^0 = 1$

$(0,2)^2 = 0,04$; $1^{16} = 1$; $(-1)^{17} = -1$; $(-2)^4 = 16$; $0^{32} = 0$

Exercice n°5 : En utilisant ta calculatrice, complète le tableau en donnant l'écriture décimale:

a	3	2	1,414	- 9	10	4	- 1	1	0
n	8	7	2	5	6	4	23	17	15
a^n	**6561**	**128**	**1,999396**	**-59049**	**1000000**	**256**	**-1**	**1**	**0**

Exercice n°6 : Ecris sous la forme d'une puissance. On pourra s'aider à chaque du modèle proposé.

1. <u>Produit de deux puissances d'un même nombre:</u>

Exemple : $2^4\times2^2 = (2\times2\times2\times2)\times(2\times2) = 2^6$

$3^3\times3^2 = (3\times3\times3)\times(3\times3) = 3^5$

$4^3\times4^4 = (4\times4\times4)\times(4\times4\times4\times4) = 4^7$

$10^2\times10^5 = (10\times10)\times(10\times10\times10\times10\times10) = 10^7$

$5,2^1\times5,2^3 = 5,2\times(5,2\times5,2\times5,2) = 5,2^4$

2. Quotient de deux puissances d'un même nombre:

Exemple : $\dfrac{2^5}{2^2} = \dfrac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2} = 2^3$

$\dfrac{3^4}{3^1} = 3^{4-1} = 3^3$; $\dfrac{1{,}5^5}{1{,}5^4} = 1{,}5^{5-4} = 1{,}5$;

3. Puissance d'un produit

Exemple : $(2\times4)^3 = (2\times4)\times(2\times4)\times(2\times4) = (2\times2\times2)\times(4\times4\times4) = 2^3\times4^3$

$(3{,}1\times5)^2 = (3{,}1\times5)\times(3{,}1\times5) = (3{,}1\times3{,}1)\times(5\times5) = 3{,}1^2\times5^2$

$(7\times10)^5 = (7\times10)\times(7\times10)\times(7\times10)\times(7\times10)\times(7\times10) = (7\times7\times7\times7\times7)\times(10\times10\times10\times10\times10) = 7^5\times10^5$

Exercice n°7:

a) Indique le signe du nombre sans effectuer de calculs.

$(-3)^4$ *positif* -5^2 *négatif* $(-5)^7$ *négatif* $(5-41)^5$ *négatif* -68^{85} *négatif*

10^7 *postif* -10^3 *négatif* $(-2\times7)^8$ *positif* $(-9\times(-15))^3$ *positif*

b) Calcule en utilisant la calculatrice

$(-7{,}2)^5 = -19349{,}176$; $52{,}43^6 \approx 2{,}08\times10^{11}$

$(-5{,}7)^{-3} \approx -5{,}4\times10^{-3}$; $(-7{,}74)^2\times(-3{,}14)^3 \approx -59{,}9076\times30{,}959144 \approx -1854{,}688$

Exercice n°8 : Calcule sans calculatrice les expressions suivantes:

$A = -2^2 - 3\times(-5)^2 + (-1)^4\times6^2$ $B = \dfrac{3^3\times7^4\times(3^2)^3}{3^8\times(7^2)^2}$

$A = -2^2 - 3\times(-5)^2 + (-1)^4\times6^2$

$A = -4 - 3\times25 + 1\times36$

$A = -4 - 75 + 36$

$A = -43$

$B = \dfrac{3^3\times7^4\times3^6}{3^8\times(7^2)^2}$

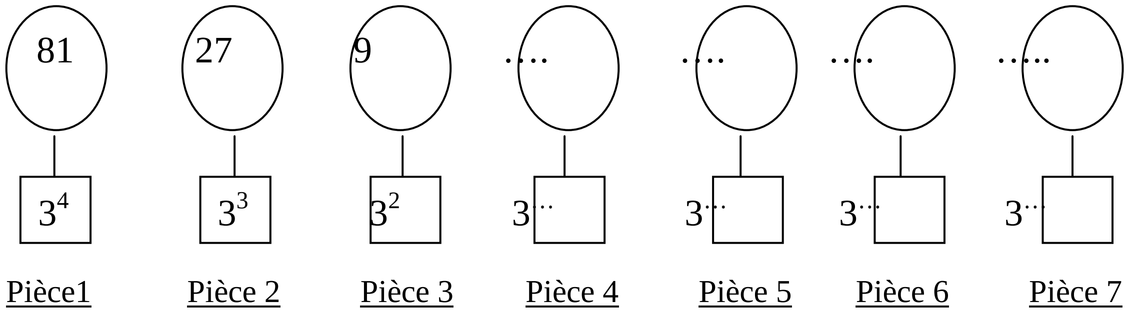
$B = \dfrac{(3\times3\times3)\times(3\times3\times3\times3\times3\times3)\times(7\times7\times7\times7)}{(3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3)\times7^2\times7^2}$

$B = \dfrac{3\times(7\times7\times7\times7)}{7\times7\times7\times7}$

$B = 3$

ACTIVITE 2 : « Avec un exposant négatif »

On dispose d'un jeu mathématique constitué de sept pièces.
Sur chaque pièce sont inscrits deux nombres : l'un sur un ovale et l'autre sur un carré.

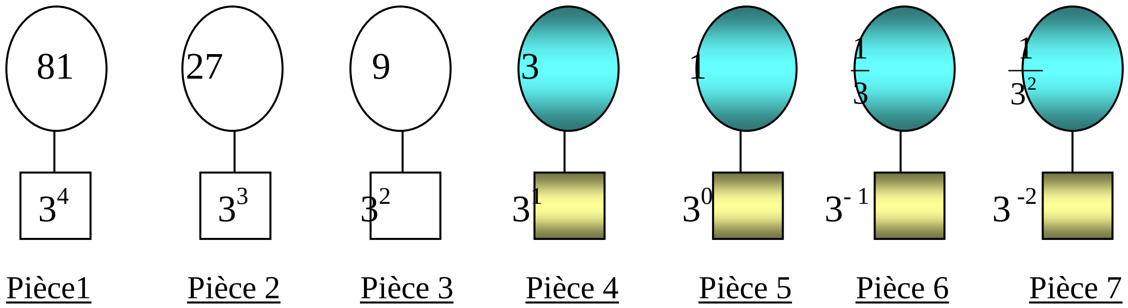


1. Compare les deux nombres inscrits sur les pièces 1, 2 et 3 : **$81 = 3^4$; $27 = 3^3$; $9 = 3^2$**

2. Quel est le procédé qui permet de passer du nombre inscrit sur un ovale au nombre inscrit sur l'ovale suivant ? : **Le procédé est « on divise le nombre par 3 »**
   $81 : 3 = 27$; $27 : 3 = 9$

3. Quel est le procédé qui permet de passer du nombre inscrit sur un carré au nombre inscrit sur le carré suivant ? : **Le procédé est « on soustrait 1 à l'exposant »**
   $3^{4-1} = 3^3$; $3^{3-1} = 3^2$

4. Complète ces deux suites logiques



5. Ecris chaque nombre sous la forme d'une fraction (tu peux utiliser la notation « puissance » au dénominateur) : 6^{-7}; 14^{-8} ; $8^{-1\,000}$
   $6^{-7} = \dfrac{1}{6^7}$; $14^{-8} = \dfrac{1}{14^8}$; $8^{-1\,000} = \dfrac{1}{8^{1000}}$

Exercice n°9 : Complète :

$12^{-6} = \dfrac{1}{12^6}$; $\dfrac{1}{9^{31}} = 9^{-31}$; $1{,}6^2 = \dfrac{1}{1{,}6^{-2}}$; $(-7)^4 = \dfrac{1}{(-7)^{-4}}$; $\dfrac{1}{(-3)^{-10}} = (-3)^{10}$

Exercice n°10 : Ecris les nombres suivants sous la forme d'un produit :

1. de puissances de 2 et de 5 :

$A = \dfrac{2\times2\times2\times2}{5\times5\times5} = \dfrac{2^4}{5^3} = 2^4 \times \dfrac{1}{5^3} = 2^4 \times 5^{-3}$; $B = \dfrac{25}{16} = \dfrac{5\times5}{4\times4} = \dfrac{5^2}{4^2} = 5^2 \times \dfrac{1}{4^2} = 5^2 \times 4^{-2}$

2. de puissances de 2, de 3 et de 7 :

C = $\dfrac{2\times2\times3\times3\times7\times7}{3\times2\times2\times2} = \dfrac{3\times7^2}{2} = 3\times7^2\times\dfrac{1}{2} = 3\times7^2\times2^{-1}$

D = $\dfrac{1}{49\times32\times27} = \dfrac{1}{7\times7\times2\times2\times2\times2\times3\times7} = \dfrac{1}{2\times2\times2\times2\times3\times7\times7\times7} = \dfrac{1}{2^4\times3\times7^3} = \dfrac{1}{2^4}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{7^3}$

D = $2^{-4}\times3^{-1}\times7^{-3}$

Exercice n°11 : En utilisant ta calculatrice, complète le tableau en donnant l'écriture décimale:

a	3	2	1,414	- 9	10	4	- 1	1	0
n	8	7	2	5	6	4	23	17	15
a^n	**6561**	**128**	**1,999396**	**-59049**	**1000000**	**256**	**-1**	**1**	**0**

Exercice n°12 : Ecris sous la forme d'une puissance. On pourra s'aider à chaque du modèle proposé.

4. Produit de deux puissances d'un même nombre:

Exemple : $2^4\times2^2 = (2\times2\times2\times2)\times(2\times2) = 2^6$

$3^3\times3^2 = (3\times3\times3)\times(3\times3) = 3^5$

$4^3\times4^4 = (4\times4\times4)\times(4\times4\times4\times4) = 4^7$

$10^2\times10^5 = (10\times10)\times(10\times10\times10\times10\times10) = 10^7$

$5{,}2^1\times5{,}2^3 = 5{,}2\times(5{,}2\times5{,}2\times5{,}2) = 5{,}2^4$

5. Quotient de deux puissances d'un même nombre:

Exemple : $\dfrac{2^5}{2^2} = \dfrac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2} = 2^3$

$\dfrac{3^4}{3^1} = 3^{4-1} = 3^3$; $\dfrac{1{,}5^5}{1{,}5^4} = 1{,}5^{5-4} = 1{,}5$;

6. Puissance d'un produit

Exemple : $(2\times4)^3 = (2\times4)\times(2\times4)\times(2\times4) = (2\times2\times2)\times(4\times4\times4) = 2^3\times4^3$

$(3{,}1\times5)^2 = (3{,}1\times5)\times(3{,}1\times5) = (3{,}1\times3{,}1)\times(5\times5) = 3{,}1^2\times5^2$

$(7\times10)^5 = (7\times10)\times(7\times10)\times(7\times10)\times(7\times10)\times(7\times10) = (7\times7\times7\times7\times7)\times(10\times10\times10\times10\times10) = 7^5\times10^5$

Exercice n°13:

a) Indique le signe du nombre sans effectuer de calculs.

$(-3)^4$ *positif* -5^2 *négatif* $(-5)^7$ *négatif* $(5-41)^5$ *négatif* -68^{85} *négatif*

10^7 *postif* -10^3 *négatif* $(-2\times7)^8$ *positif* $(-9\times(-15))^3$ *positif*

b) Calcule en utilisant la calculatrice

$(-7{,}2)^5 = -19349{,}176$; $52{,}43^6 \approx 2{,}08\times10^{11}$

$(-5{,}7)^{-3} \approx -5{,}4\times10^{-3}$; $(-7{,}74)^2\times(-3{,}14)^3 \approx -59{,}9076\times30{,}959144 \approx -1854{,}688$

Exercice n°14 : Calcule sans calculatrice les expressions suivantes:

$A = -2^2 - 3\times(-5)^2 + (-1)^4 \times 6^2$ $B = \dfrac{3^3 \times 7^4 \times (3^2)^3}{3^8 \times (7^2)^2}$

$A = -2^2 - 3\times(-5)^2 + (-1)^4 \times 6^2$

$A = -4 - 3\times 25 + 1\times 36$

$A = -4 - 75 + 36$

$A = -43$

$B = \dfrac{3^3 \times 7^4 \times 3^6}{3^8 \times (7^2)^2}$

$B = \dfrac{(3\times3\times3)\times(3\times3\times3\times3\times3\times3)\times(7\times7\times7\times7)}{(3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3)\times7^2\times7^2}$

$B = \dfrac{3\times(7\times7\times7\times7)}{7\times7\times7\times7}$

$B = 3$

ACTIVITE 3 : « Goutte d'eau… »

1. Un orage s'est abattu sur Brive. Le terrain de rugby, de longueur 100 m et de largeur 50 m, a reçu 20 mm d'eau de pluie.
   a) Convertir en millimètres les dimensions du terrain :

   100 m = **100 000** mm ; 50 m = **50 000** mm

   b) Le volume d'un goutte d'eau est d'environ 1 mm^3 .
   Combien de gouttes d'eau sont tombées sur la pelouse ?

Faire d'abord le calcul à la main puis à la machine.

Rappel : Le volume d'un parallélépipède rectangle de hauteur h et de base un rectangle de longueur L et de largeur l est : Volume = L × l × h.

- *A la main :* **10 000 × 50 000 × 20 = 100 000 000 000**.
- *A la machine : (écris ce que tu vois apparaître) :* $\boxed{\mathbf{1\times 10^{11}}}$

> Ce nombre est la puissance de 10 d'exposant 11. On dit aussi « **10 puissance 11** » ou encore « **10 exposant 11** ». Il s'écrit $\mathbf{10^{11}}$ et suivant la calculatrice, on lit 1 11 ou 1 E 11.

2. **a)** L'aire d'un carré de côté *c* a pour formule : **Aire =** $c \times c = c^2$

   Le volume d'un cube d'arête *c* a pour formule : **Volume =** $c \times c \times c = c^3$

   b) *Complète :* $100 = 10 \times 10 = 10^{2}$ ← exposant ; $1\,000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^{3}$ ← exposant

   c) Propose une écriture avec exposant, des puissances de dix suivantes :

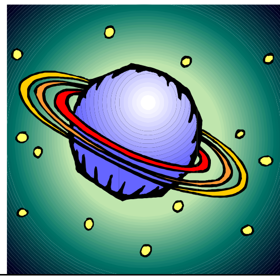
   $10\,000 = \mathbf{10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^{4}$; $100\,000 = \mathbf{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^{5}$

   d) Que peux-tu dire du nombre de zéros de l'écriture décimale de ces puissances de dix et de l'exposant de la nouvelle écriture ? : **Le nombre de zéro est le même que celui de l'exposant**

Complète : $1\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{15}$; $10 = 10^{1}$; $1 = 10^{0}$

2. a) Complète le tableau suivant :

Ecriture décimale	**Opération associée**	**Ecriture sous forme de puissance de 10**
100	10×10	10^2
10 000	**$10 \times 10 \times 10 \times 10$**	**10^4**
10 000	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	**10^4**
1 000 000	**$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$**	10^6
10 000 000	**$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$**	**10^7**
10 000 000 000	**$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$**	10^{10}



Exercice n°15 :

Ecris les nombres de deux façons : 1 milliard s'écrit : **1 000 000 000** ou **10^9**

La distance entre deux molécules gazeuses est d'environ de dix mille nanomètres :	**10 000** nm = **10^4** nm
Une galaxie contient environ cent milliards d'étoiles :	**100 000 000 000** = **10^{11}**
Un grain de sel contient environ mille milliards d'atomes	**1 000 000 000 000** = **10^{12}**

Exercice n°16 :

1°) Complète :

35 000 = $35 \times 1\,000$ = 35×10^{3} ; 2 300 = $23 \times$ **100** = 23×10^{2} ;

12 500 = $12{,}5 \times 1\,000$ = $12{,}5 \times 10^{3}$; 584 600 000 = $58{,}46 \times$ **10 000 000** = $58{,}46 \times 10^{7}$

56 000 000 = $5{,}6 \times 10^{7}$ = 560×10^{5} = $0{,}56 \times 10^{8}$; 49 = $0{,}49 \times 10^{2}$ = $0{,}049 \times 10^{3}$ = 49×10^{0}

18 800 000 000 000 = $1{,}88 \times 10^{\cdots\cdots}$ = $1\,880 \times 10^{10}$ = $0{,}0188 \times 10^{15}$

2°) Complète par un nombre :

5×10^6 = **5 000 000** ; $0{,}000\,008 \times 10^3$ = **0,008** ; $0{,}000\,3 \times 10^8$ = **30 000**

$8{,}5 \times 10^4$ = **85 000** ; $3{,}569 \times 10^5$ = **356 900** ; $0{,}024 \times 10^2$ = **2,4**

ACTIVITE 4 :

a. Complète le tableau suivant :

Ecriture sous forme d'une puissance de 10	**Son écriture décimale**	**L'inverse du nombre en écriture fractionnaire**	**Son écriture décimale**
10^{2}	**100**	$\frac{1}{100}$	**0,01**
10^{3}	**1 000**	$\frac{1}{1\,000}$	**0,00 1**
10^{5}	**100 000**	$\frac{1}{100\,000}$	**0,000 01**
10^{8}	**100 000 000**	$\frac{1}{100\,000\,000}$	**0,000 000 01**
10^{10}	**10 000 000 000**	$\frac{1}{10\,000\,000\,000}$	**0,000 000 000 1**

b. Compare d'après le tableau ci-dessus le nombre de zéros des deux écritures décimales : **même nombre de zéros**.

On écrira $0{,}01 = 10^{-2}$. Ce nombre est la puissance de 10 d'exposant - 2.
On l'appelle **« 10 puissance – 2 »** ou bien **« 10 exposant - 2 »** .

Complète : $0{,}00\,1 = 10^{-3}$; $0{,}000\,01 = 10^{-5}$; $0{,}000\,000\,01 = 10^{-8}$; $0{,}000\,000\,000\,1 = 10^{-10}$

Exercice n°17 :

Un neurone est une cellule appartenant au système nerveux.
Le cerveau contient environ 100 000 000 000 neurones.
L'influx nerveux est transmis d'un neurone à l'autre au niveau de zones appelées synapses.
Le nombre total de synapses est estimé à environ 1 000 000 000 000 000.
Le diamètre du corps cellulaire des neurones varie selon leur type de 0,000 005 à 0,000 12 m

Ecris chacun des nombres sous la forme d'une puissance de 10 ou d'un nombre multiplié par une puissance de 10

$100\,000\,000\,000 = 10^{11}$; $1\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{15}$;

$0{,}000\,005 = 0{,}000\,001 \times 5 = 10^{-6} \times 5 = 5 \times 10^{-6}$; $0{,}000\,12 = 0{,}000\,01 \times 12 = 10^{-5} \times 12 = 12 \times 10^{-5}$

Exercice n°18 :

a) Ecrire sous forme de puissances de 10

$10\,000 = \mathbf{10^{4}}$; $1\,000 = \mathbf{10^{3}}$; $1 = \mathbf{10^{0}}$; $0{,}1 = \mathbf{10^{-1}}$; $10 = \mathbf{10^{1}}$; $0{,}00\,1 = \mathbf{10^{-3}}$

$0{,}000\,000\,1 = \mathbf{10^{-7}}$; $100 = \mathbf{10^{2}}$; $0{,}000\,000\,000\,000\,1 = \mathbf{10^{-13}}$; $1\,000\,000\,000 = \mathbf{10^{9}}$

b) Donne l'écriture décimale des nombres suivants :

10^{3} = **1 000** ; 10^{-4} = **0,000 1** ; 10^{-9} = **0, 000 000 001** ; 10^{6} = **1 000 000** ;

10^{0} = **1** ; 10^{-3} = **0,00 1** ; 10^{-1} = **0,1** ; 10^{1} = **10**

Exercice n° 19 :

1°) Complète :

$0{,}000\ 42 = 42 \times 0{,}000\ 01 = 42 \times 10^{-5}$; $0{,}0024 = 24 \times \mathbf{0{,}000\ 1} = 24 \times 10^{-4}$;

$0{,}000\ 125 = 12{,}5 \times \mathbf{0{,}000\ 01} = 12{,}5 \times 10^{-5}$

$0{,}000\ 000\ 47 = 47 \times 10^{-8} = 4{,}7 \times 10^{-7} = 470 \times 10^{-9}$; $0{,}49 = 49 \times 10^{-2} = 0{,}049 \times 10^{1} = 490 \times 10^{-3}$

$18\ 8 = 1{,}88 \times 10^{2} = 1880 \times 10^{-1} = 188\ 000 \times 10^{-3}$

2°) Complète par un nombre décimale :

$4 \times 10^{-6} =$ **0, 000 004** ; $0{,}008 \times 10^{3} =$ **8** ; $300 \times 10^{-4} =$ **0,03**

$8{,}5 \times 10^{-3} =$ **0,008 5** ; $58 \times 10^{-5} =$ **0,000 58** ; $0{,}02 \times 10^{2} =$ **2**

3°) a. Trouve la touche qui permet de calculer 8×10^{-4} en tapant $\boxed{8}$ $\boxed{?}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

b. Calcule, en utilisant la touche précédente :

$3 \times 10^{-5} =$ **0,000 03** ; $-4 \times 10^{-2} =$ **– 0,04** ; $6 \times 10^{-1} =$ **0,6** ; $854 \times 10^{-2} =$ **8,54**

Exercice n°20 :

Calcule

$4{,}5 \times 10^{2} =$ **4 50** ; $27 \times 10^{4} =$ **270 000**

$0{,}072 \times 10^{5} =$ **7 200** ; $350 \times 10^{-2} =$ **3,5**

$12 \times 10^{-4} =$ **0,001 2** ; $0{,}045 \times 10^{-2} =$ **0,000 45**

ACTIVITE 5:

1. Complète le tableau :

Opérations avec des puissances de dix	Opérations écrites sous forme décimale	Résultat de l'opération sous forme décimale	Résultat sous de forme de puissance de 10
$10^{4} \times 10^{2}$	$10\ 000 \times 100$	1 000 000	10^{6}
$10^{3} \times 10^{-2}$	**$1\ 000 \times 0{,}01$**	**10**	**10^{1}**
$10^{-7} \times 10^{4}$	**$0{,}000\ 001 \times 10\ 000$**	**0,001**	**10^{-3}**
$10^{-6} \times 10^{-2}$	**$0{,}000\ 001 \times 0{,}01$**	**0,000 000 01**	**10^{-8}**
$10^{0} \times 10^{5}$	**$1 \times 10\ 000$**	**100 000**	**10^{5}**
$10^{-2} \times 10^{3} \times 10^{-1}$	**$0{,}01 \times 1\ 000 \times 0{,}1$**	**1**	**10^{0}**

2. Comment peux- tu passer directement de la première colonne à la dernière colonne ? :
En ajoutant les exposants

3. Ecris sous forme de puissance de dix les nombres suivants :

$10^{4} \times 10^{6} = 10^{4+6} = \mathbf{10^{10}}$; $10^{5} \times 10^{2} = 10^{5+2} = \mathbf{10^{7}}$; $10^{3} \times 10^{-6} = 10^{3+(-6)} = \mathbf{10^{-3}}$;
$10^{-7} \times 10^{-2} = 10^{-7+(-2)} = \mathbf{10^{-9}}$

Si n et m sont deux entiers relatifs, alors $10^{n} \times 10^{m} = 10^{n+m}$

Exercice n° 21 : Ecrire sous forme d'une puissance de dix :

$10^{-3} \times 10^{-5} = 10^{-3+(-5)} = \mathbf{10^{-8}}$; $10^{7} \times 10^{9} = 10^{7+9} = \mathbf{10^{16}}$; $10^{-1} \times 10^{-3} = 10^{-1+(-3)} = \mathbf{10^{-4}}$

$10^{-7} \times 10^{5} = 10^{-7+5} = \mathbf{10^{-2}}$; $10^{-3} \times 10^{0} = 10^{-3+0} = \mathbf{10^{-3}}$; $10 \times 10^{2} = 10^{1+2} = \mathbf{10^{3}}$;

$10^{15} \times 10^{-15} = 10^{15+(-15)} = \mathbf{10^{0}}$; $10^{-35} \times 10^{-6} = 10^{-35+(-6)} = \mathbf{10^{-41}}$.

Exercice n°22 : $A = 10^{3} \times 10^{-1}$; $B = 10^{3} + 10^{-1}$.

1. a. Existe-t-il une règle de calcul sur les puissances de 10 permettant le calcul de A ? Si oui laquelle ?:

Oui, il s'agit de la règle $10^{n} \times 10^{m} = 10^{n+m}$

b. Calculer A : $A = 10^{3} \times 10^{-1} = 10^{3+(-1)} = 10^{2} = \mathbf{100}$

2. Même question pour B. : **Non :** $B = 10^{3} + 10^{-1} = 1\,000 + 0{,}1 =$ **1 000,1**

3. Vérifier avec la calculatrice.

ACTIVITE 6 : Ecriture scientifique

1. Observe les nombres de l'encadré ci-dessous.

> Ils sont écrits sous la forme $a \times 10^{p}$:
> Comment a été choisi le décimal a ? : **Il s'écrit avec un seul chiffre autre que le zéro avant la virgule.**
> Cette écriture d'un nombre s'appelle la **notation scientifique**.

Constantes physiques

Masse de l'électron au repos $\approx 9{,}109\,390 \times 10^{-31}$ ***kg***

Masse du proton au repos $\approx 1{,}672\,623 \times 10^{-27}$ kg

Charge de l'électron $\approx -1{,}6 \times 10^{-19}$ coulomb

Nombre d'Avogadro $\approx 6{,}022 \times 10^{23}$

Masse du neutron au repos $\approx 1{,}675 \times 10^{-27}$ kg

2. Donne la notation scientifique des nombres suivants :

$707 = 7{,}07 \times 10^{2}$; $45\,200 = 4{,}52 \times 10^{4}$; $87\,000\,000 = 8{,}7 \times 10^{7}$; $0{,}75 = 7{,}5 \times 10^{-1}$

$0{,}095 = 9{,}5 \times 10^{-2}$; $0{,}00\,128 = 1{,}28 \times 10^{-3}$; $-15{,}9 = -1{,}59 \times 10^{1}$; $148{,}56 = 1{,}185\,6 \times 10^{2}$

Exercice n°23 :

1. Ecris la notation scientifique des nombres suivants :

$50{,}41 = \mathbf{5{,}041 \times 10^{1}}$; $-487\,000 = \mathbf{-4{,}87 \times 10^{5}}$; $-0{,}013 = \mathbf{-1{,}3 \times 10^{-2}}$; $0{,}000\,1 = \mathbf{1 \times 10^{-4}}$

$1\,000 = \mathbf{1 \times 10^{3}}$; $2\,001 = \mathbf{2{,}001 \times 10^{3}}$; $314\,159 \times 10^{-5} = 3{,}141\,59 \times 10^{5} \times 10^{-5} = \mathbf{3{,}141\,59 \times 10^{0}}$

12 milliards $= 12 \times 10^{9} = \mathbf{1{,}2 \times 10^{10}}$; $0{,}73 \times 10^{4} = 7{,}3 \times 10^{-1} \times 10^{4} = \mathbf{7{,}3 \times 10^{3}}$

$52 = \mathbf{5{,}2 \times 10^{1}}$; 320 millions $= 320 \times 10^{6} = 3{,}2 \times 10^{2} \times 10^{6} = \mathbf{3{,}20 \times 10^{8}}$;

$91\,000 = \mathbf{9{,}1 \times 10^{4}}$; $0{,}013 \times 10^{-4} = 1{,}3 \times 10^{-2} \times 10^{-4} = \mathbf{1{,}3 \times 10^{-6}}$

3. Donne l'écriture décimale des nombres suivants :

$2{,}3 \times 10^{4} =$ **23 000** ; $-1{,}47 \times 10^{1} =$ **- 14,7** ; $5{,}000\,1 \times 10^{-2} =$ **0,050 001** ;

$1 \times 10^{6} =$ **1 000 000** ; $3{,}04 \times 10^{5} =$ **304 000** ; $6{,}7 \times 10^{-2} =$ **0,067** ;

$7{,}123 \times 10^{4} =$ **71 230** ; $981 \times 10^{-2} =$ **9,81**

Exercice n° 24 : Ecris les nombres suivants en notation scientifique :

$A = 0{,}000\,028 = \mathbf{2{,}8 \times 10^{-5}}$

$B = 325{,}42 = \mathbf{3{,}254\,2 \times 10^{2}}$

$C = 0{,}000\,000\,145 = \mathbf{1{,}45 \times 10^{-7}}$

$D = 47\,000 \times 10^{3} = 4{,}7 \times 10^{4} \times 10^{3} = \mathbf{4{,}7 \times 10^{7}}$

$E = 0{,}052 \times 10^{-4} = 5{,}2 \times 10^{-2} \times 10^{-4} = \mathbf{5{,}2 \times 10^{-6}}$

$F = 38\,000\,000\,000 \times 10^{5} \times 1\,000 = 3{,}8 \times 0^{10} \times 10^{5} \times 10^{3} = \mathbf{3{,}8 \times 10^{18}}$

$G = 0{,}000\,007\,328 \times 10\,000 = 7{,}328 \times 10^{-6} \times 10^{4} = \mathbf{7{,}328 \times 10^{-2}}$

Exercice n°25:

a. Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont écris en notation scientifique ?

$A = 0{,}35 \times 10^{3}$; $B = 4{,}28 \times 10^{6}$; $C = 45 \times 10^{-5}$; $D = 3{,}987 \times 10^{-8}$

Les nombres **B et D** sont en notation scientifique.

b. Ecris les nombres suivants en notation scientifique :

$A = 36\,000 = \mathbf{3{,}6 \times 10^{4}}$

$B = 0{,}000\,25 = \mathbf{2{,}5 \times 10^{-4}}$

$C = 0{,}000\,005\,2 = \mathbf{5{,}2 \times 10^{-6}}$

$D = 135 \times 10^{3} = 1{,}35 \times 10^{2} \times 10^{3} = \mathbf{1{,}35 \times 10^{5}}$

$E = 0{,}36 \times 10^{4} = 3{,}6 \times 10^{-1} \times 10^{4} = \mathbf{3{,}6 \times 10^{3}}$

$F = 10^{3} \times 2{,}5 \times 10^{-7} = 2{,}5 \times 10^{3} \times 10^{-7} = \mathbf{2{,}5 \times 10^{-4}}$

ACTIVITE 7 :

1°) Complète suivant le modèle : $(10^3)^2 = 10^3 \times 10^3 = 10^6$

$(10^4)^2 = 10^4 \times 10^4 = \mathbf{10^{8}}$; $(10^3)^4 = 10^3 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^3 = \mathbf{10^{12}}$

$(10^5)^2 = 10^5 \times 10^5 = \mathbf{10^{10}}$; $(10^2)^4 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = \mathbf{10^{8}}$

$$\boxed{(10^{m})^{n} = 10^{m \times n}}$$

2°) D'après certains astronomes, dans un cube centré au Soleil et de 10^{15} km de côté on compterait une centaine d'étoiles. Calculer en km^3 le volume de ce gros cube.

$(10^{15})^3 = 10^{15 \times 3} = \mathbf{10^{45}}$

Exercice n° 26 :

Complète :

$(10^2)^3 = 10^{2\times 3} = \mathbf{10^{6}}$; $(10^{-4})^{-3} = 10^{-4\times(-3)} = \mathbf{10^{12}}$; $(10^{-2})^5 = 10^{-2\times 5} = \mathbf{10^{-10}}$; $(10^4)^{-3} = 10^{4\times(-3)} = \mathbf{10^{-12}}$

ACTIVITE 8 :

1°) Complète le tableau

10^n	10^m	**Ecriture décimale de** $\frac{1}{10^n}$	**Ecriture décimale de** 10^{-n}	**Ecriture décimale de** $\frac{10^n}{10^m}$	**Ecriture décimale de** 10^{n-m}
10^4	10^2	$\frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = \mathbf{0{,}000\ 1}$	$\mathbf{10^{-4} = 0{,}000\ 1}$	$\frac{10^4}{10^2} = \frac{10000}{100} = \mathbf{100}$	$\mathbf{10^{4-2} = 10^2 = 100}$
10^5	10^3	$\frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\ 000} = \mathbf{0{,}000\ 01}$	$\mathbf{10^{-5} = 0{,}000\ 01}$	$\frac{10^5}{10^3} = \frac{100\ 000}{1\ 000} = \mathbf{100}$	$\mathbf{10^{5-3} = 10^2 = 100}$
10^{-4}	10^3	$\frac{1}{10^{-4}} = \frac{1}{0{,}000\ 1} = \mathbf{10\ 000}$	$\mathbf{10^4 = 10\ 000}$	$\frac{10^{-4}}{10^3} = \frac{0{,}0001}{1\ 000} = \mathbf{0{,}000\ 000\ 1}$	$\mathbf{10^{-4-3} = 10^{-7} = 0{,}000\ 000\ 1}$
10^2	10^5	$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = \mathbf{0{,}01}$	$\mathbf{10^{-2} = 0{,}01}$	$\frac{10^2}{10^5} = \frac{100}{100\ 000} = \mathbf{0{,}001}$	$\mathbf{10^{2-5} = 10^{-3} = 0{,}001}$
10^{-3}	10^{-4}	$\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{0{,}001} = \mathbf{0{,}001}$	$\mathbf{10^3 = 1\ 000}$	$\frac{10^{-3}}{10^{-4}} = \frac{0{,}001}{0{,}000\ 1} = \mathbf{10}$	$\mathbf{10^{-3-(-4)} = 10^1 = 10}$
10^3	10^{-5}	$\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = \mathbf{0{,}001}$	$\mathbf{10^{-3} = 0{,}001}$	$\frac{10^3}{10^{-5}} = \frac{1000}{0{,}000\ 01} = \mathbf{100\ 000\ 000}$	$\mathbf{10^{3-(-5)} = 10^8 = 100\ 000\ 000}$
10^0	10^1	$\frac{1}{10^0} = \frac{1}{1} = \mathbf{1}$	$\mathbf{10^{-0} = 10^0 = 1}$	$\frac{10^0}{10^1} = \frac{1}{10} = \mathbf{0{,}1}$	$\mathbf{10^{0-1} = 10^{-1} = 0{,}1}$

2°)

En observant le tableau, complète : $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$; $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

3°) Trouve une autre façon en utilisant les puissances de dix de calculer $\frac{10^4}{10^2}$: $10^4 \times \frac{1}{10^2} = 10^4 \times 10^{-2} = 10^2 = \mathbf{100}$

4°) Ecrire les quotients suivants sous la forme 10^n :

$\frac{10^8}{10^5} = 10^{8-5} = \mathbf{10^3}$; $\frac{10^{-4}}{10^6} = 10^{-4-6} = \mathbf{10^{-10}}$; $\frac{1}{10^7} = \mathbf{10^{-7}}$; $\frac{10^4}{10^{-5}} = 10^{4-(-5)} = \mathbf{10^9}$; $\frac{1}{10^{-6}} = \mathbf{10^6}$

Exercice n° 27 : Ecris sous la forme d'une seule puissance de dix :

$10^2 \times 10^5 = 10^{2+5} = \mathbf{10^7}$; $10^4 \times 10^7 = 10^{4+7} = \mathbf{10^{11}}$; $10^2 \times 10 = 10^{2+1} = \mathbf{10^3}$;

$10^6 \times 10^{-4} = 10^{6+(-4)} = \mathbf{10^2}$; $10^{-8} \times 10^{-2} = 10^{-8+(-2)} = \mathbf{10^{-10}}$; $10 \times 10^5 = 10^{1+5} = \mathbf{10^6}$;

$\frac{10^6}{10^3} = 10^{6-3} = \mathbf{10^3}$; $\frac{10^7}{10^2} = 10^{7-2} = \mathbf{10^5}$; $\frac{10^{12}}{10^5} = 10^{12-5} = \mathbf{10^7}$; $\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = \mathbf{10^2}$;

$\frac{10^5}{10^7} = 10^{5-7} = \mathbf{10^{-2}}$; $\frac{10^3}{10} = 10^{3-1} = \mathbf{10^2}$; $\frac{10^3}{10^8} = 10^{3-8} = \mathbf{10^{-5}}$; $(10^2)^4 = 10^{2\times 4} = \mathbf{10^8}$;

$(10^3)^4 = 10^{3\times 4} = 10^{12}$; $(10^5)^6 = 10^{5\times 6} = 10^{30}$; $(10^2)^{10} = 10^{2\times 10} = 10^{20}$; $(10^5)^2 = 10^{5\times 2} = 10^{10}$;

$100 \times 10^3 = 10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$; $10^3 \times (10^2)^5 = 10^3 \times 10^{2\times 5} = 10^3 \times 10^{10} = 10^{3+10} = 10^{13}$;

$10\,000 \times 10^{-3} = 10^4 \times 10^{-3} = 10^{4+(-3)} = 10^1$; $10^3 \times 10^5 \times 10^{-2} = 10^{3+5+(-2)} = 10^6$;

$10^4 \times (10^2)^4 = 10^4 \times 10^{2\times 4} = 10^4 \times 10^8 = 10^{4+8} = 10^{12}$; $\frac{10^3 \times 10^4}{10^2} = \frac{10^{3+4}}{10^2} = \frac{10^7}{10^2} = 10^{7-2} = 10^5$;

$\frac{10^5 \times 10^3}{10^{-2}} = \frac{10^{5+3}}{10^{-2}} = \frac{10^8}{10^{-2}} = 10^{8-(-2)} = 10^{10}$;

Exercice n° 28: Sujets de Brevet

N°1 : $A = 0{,}00049 = 4{,}9\times 10^{-4}$ $\quad B = 10^5 \times 6{,}7\times 10^{-10} = 6{,}7\times 10^{-5}$

N°2 :

$$C = \frac{3{,}2\times 10^{-1}\times 5\times (10^2)^3}{4\times 10^7} = \frac{3{,}2\times 5}{4}\times\frac{10^{-1}\times 10^6}{10^7} = \frac{0{,}8\times 4\times 5}{4}\times\frac{10^5}{10^7} = 4\times 10^{-2} = 0{,}04$$

$$D = \frac{2\times 10^{-5}\times 1{,}2\times 10^2}{3\times 10^{-7}} = \frac{2\times 1{,}2}{3}\times\frac{10^{-5}\times 10^2}{10^{-7}} = \frac{2\times 0{,}4\times 3}{3}\times\frac{10^{-3}}{10^{-7}} = 0{,}8\times 10^4 = 8\times 10^3$$

N°3:

1. $$E = \frac{5\times 10^2\times 0{,}3\times 10^{-6}}{25\times 10^{-5}} = \frac{5\times 3\times 10^{-1}\times 10^2\times 10^{-6}}{5\times 5\times 10^{-5}} = \frac{3\times 10^{-5}}{5\times 10^{-5}} = \frac{3}{5}$$

2. $$F = \frac{65\times 10^3\times 10^{-5}}{26\times 10^2} = \frac{65}{26}\times\frac{10^{-2}}{10^2} = 2{,}5\times 10^{-4}$$

$$G = \frac{3\times 10^2\times 1{,}2\times 10^{-5}}{15\times 10^2} = \frac{36\times 10^{-1}\times 10^2\times 10^{-5}}{15\times 10^2} = \frac{36\times 10^{-4}}{15\times 10^2} = 2{,}4\times 10^{-6}$$

N°4 :

$$H = \frac{13\times 10^{14}\times 10^6}{2\times 10^{21}} = \frac{13}{2}\times\frac{10^{14}\times 10^6}{10^{21}} = \frac{13}{2}\times\frac{10^{20}}{10^{21}} = \frac{13}{2}\times 10^{-1} = \frac{13\times 0{,}1}{2} = \frac{1{,}3}{2} = \frac{13}{20}$$

$$I = \frac{5\times 10^5\times (2\times 10^{-1})^3}{24\times 10^2} = \frac{5\times 10^5\times 2^3\times (10^{-1})^3}{24\times 10^2} = \frac{5\times 2^3}{24}\times\frac{10^5\times (10^{-1})^3}{10^2} = \frac{5\times 8}{8\times 3}\times\frac{10^5\times 10^{-3}}{10^2} = \frac{5}{3}\times\frac{10^2}{10^2} = \frac{5}{3}$$

N°5 : $J = 7{,}5\times 10^3 + 35\times 10^{-2} = 7{,}5\times 1000 + 35\times 0{,}01 = 7500 + 0{,}35 = 7\,500{,}35$