

## Thème N°19 : EFFET D'UN AGRANDISSEMENT-REDUCTION

\*\*\*\*\*

*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Agrandissement - Réduction
- ☞ Comprendre les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs et les angles
- ☞ Comprendre les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les Aires et les volumes
- ☞ Comprendre l'effet d'une homothétie sur une figure
- ☞ Trouver le coefficient d'agrandissement ou de réduction.

### A - AGRANDISSEMENT - REDUCTION

#### Définition

On dit qu'un objet est un **agrandissement** ou une **réduction** d'un autre objet lorsque leurs longueurs sont proportionnelles.  
Le coefficient de proportionnalité est alors appelé **coefficient de réduction** ou **coefficient d'agrandissement** suivant le cas.  
Le coefficient d'agrandissement ou de réduction est **un rapport de longueurs** qu'on appellera  **$k$**

#### Propriétés

Si  **$k > 1$** , il s'agit **d'un agrandissement**.

Si  **$k < 1$** , il s'agit **d'une réduction**.

Si  **$k = 1$** , il s'agit **d'une reproduction** ( les deux objets ont les mêmes dimensions).

### B - EFFETS SUR LES LONGUEURS ET LES ANGLES

#### Propriétés

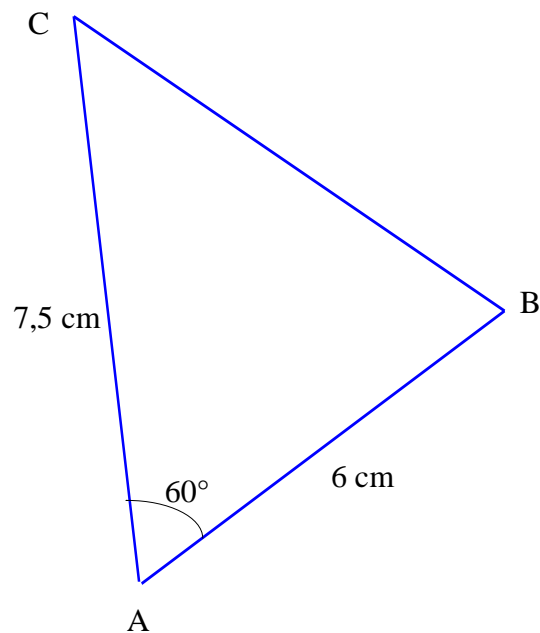
Dans un agrandissement ou une réduction dans le rapport  **$k$**  :

→ Les longueurs sont **toutes multipliées par  $k$**  .

→ Les mesures des angles sont **conservées**

**Méthode 1:** Trouver le coefficient d'agrandissement ou de réduction et représenter la figure obtenue.

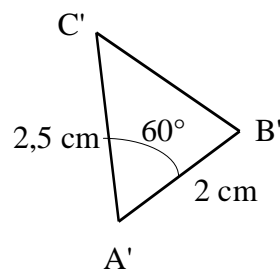
On souhaite réaliser une réduction du triangle ABC de telle sorte que le côté du triangle réduits correspondant au côté [AB] ait pour longueur  $A'B' = 2\text{cm}$ .



**Etape 1 :** On calcule le coefficient de réduction :  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

**Etape 2 :** On applique ce coefficient de réduction au côté [AC] :  $A'C' = 7,5 \times \frac{1}{3} = 2,5 \text{ (cm)}$

**Etape 3 :** On fait la construction du triangle  $A'B'C'$  sachant que dans une réduction, les angles sont conservés.



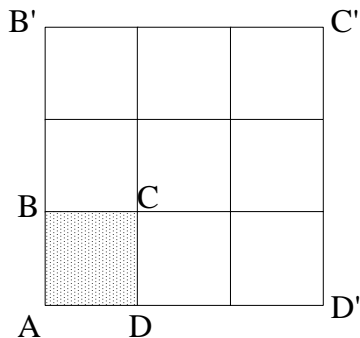
## C - EFFETS SUR LES AIRES ET LES VOLUMES

### Propriétés

Si, au cours d'un agrandissement ou d'une réduction, les dimensions d'une figure sont toutes multipliées par un même nombre  $k$ , alors :

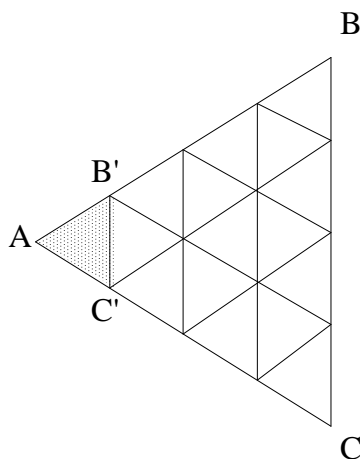
- les aires sont multipliées par  $k^2$
- les volumes sont multipliés par  $k^3$

### Exemples :



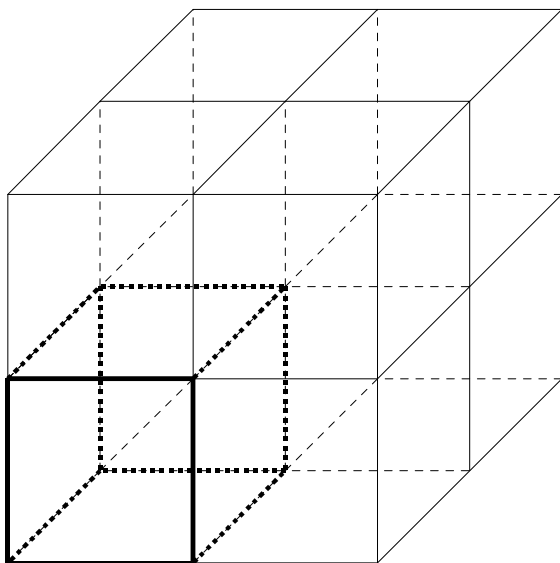
Le carré  $AB'C'D'$  s'obtient en multipliant par 3 le côté du carré  $ABCD$ , donc :

$$\begin{aligned} \text{Aire}(AB'C'D') &= 3^2 \times \text{aire}(ABCD) \\ &= 9 \times \text{aire}(ABCD) \end{aligned}$$



Le triangle  $AB'C'$  s'obtient en multipliant par  $\frac{1}{4}$  les côtés du triangle  $ABC$ , donc :

$$\begin{aligned} \text{Aire}(AB'C') &= \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \text{aire}(ABC) \\ &= \frac{1}{16} \times \text{aire}(ABC) \end{aligned}$$



Le grand cube s'obtient en multipliant par 2 le côté du petit cube, donc :

$$\text{Volume}(\text{ grand cube}) = 2^3 \times \text{volume}(\text{ petit cube})$$

$$\text{Volume}(\text{ grand cube}) = 8 \times \text{volume}(\text{ petit cube})$$

## Méthode 2: Déterminer un coefficient de réduction l'utiliser pour calculer une aire ou un volume

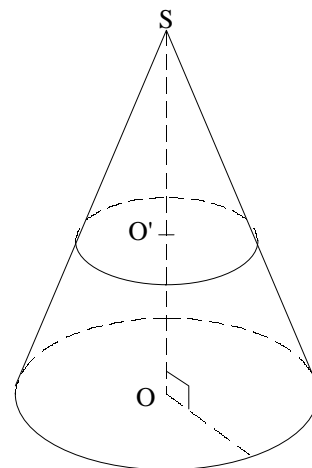
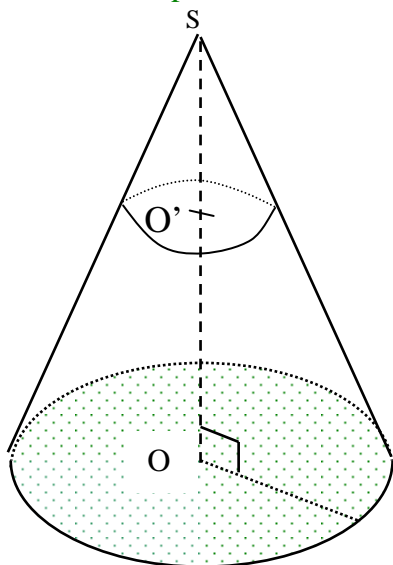
### Énoncé :

On réalise la section d'un cône de hauteur  $OS = 6$  cm par un plan parallèle à la base tel que  $SO' = 2$  cm.

On donne le volume du grand cône :  $V = 43,2$  cm<sup>3</sup>

Et l'aire de la base  $A = 21,6$  cm<sup>2</sup>.

1. Quelle est la nature de la section ?
2. Calculer le volume  $V'$  du petit cône et l'aire  $A'$  de sa base.



### Solution :

1. **La section obtenue est un disque** de centre O'. En effet, la section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction du disque de base.
2. Le cône de sommet S et de hauteur SO' est une réduction du cône de sommet S et de hauteur OS.

Le coefficient de réduction est :  $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Le petit cône étant une réduction du grand cône dans le rapport  $\frac{1}{3}$ , donc :

$$V' = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times V = \frac{1}{27} \times 43,2 = 1,6$$

**Le volume du petit cône est 1,6 cm<sup>3</sup>.**

$$A' = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times A = \frac{1}{9} \times 21,6 = 2,4$$

**L'aire du petit cône est 2,4 cm<sup>2</sup>.**

## D - EFFETS D'UNE HOMOTHÉTIE SUR UNE FIGURE

Effectuer une homothétie de rapport  $k$  revient à faire un agrandissement ou une réduction de coefficient  $k$ .

Par une homothétie de rapport  $k$  :

- **Les mesures des angles** sont inchangées
- **Les dimensions** sont multipliées par  $k$ .
- **Les aires** sont multipliées par  $k^2$
- **Les volumes** sont multipliés par  $k^3$

Bilan du thème : pas acquis 😞 en cours d'acquisition 😐 acquis 😊

Mettre une croix au crayon à papier que tu pourras effacer et changer de case à tout moment.

|  | 😞 | 😐 | 😊 |
|--|---|---|---|
| Agrandissement - Réduction   |   |   |   |
| Comprendre les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs et les angles |   |   |   |
| Comprendre les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les Aires et les volumes    |   |   |   |
| Comprendre l'effet d'une homothétie sur une figure   |   |   |   |
| Trouver le coefficient d'agrandissement ou de réduction.                                     |   |   |   |

Mes notes : Ce que je ne dois pas oublier le jour d'un contrôle, le jour de l'examen du Brevet des Collèges, .....