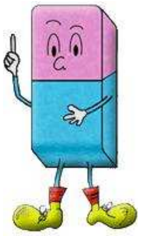
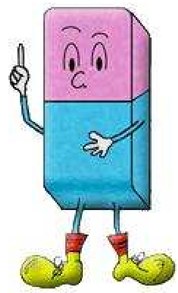


3- EME

Thème N°15 : PUISSANCES D'UN NOMBRE

A la fin du thème, tu dois savoir :

- Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire
- Savoir écrire un nombre en notation scientifique
- Utiliser les règles de calculs sur les puissances
- Comment organiser un calcul avec des puissances
- Connaitre les préfixes et savoir les utiliser avec les puissances de dix pour convertir.



A - PUISSANCES D'EXPOSANT ENTIER POSITIF

Définition :

Si n est un entier supérieur ou égal à 2, alors : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

De plus , $a^1 = a$ et pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Exemples :

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$; $(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$

$3^9 = 19\,683$ $(-3)^0 = 1$ $(5{,}7)^1 = 5{,}7$

B - PUISSANCES D'EXPOSANT ENTIER NEGATIF

Définition :

Si $a \neq 0$, alors le nombre a^{-n} est l'inverse de a^n. C'est-à-dire : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Exemples :

$4^{-1} = \dfrac{1}{4^1} = 0{,}25$; $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25} = 0{,}04$; $(-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = \dfrac{1}{-8} = 0{,}125$

C - PRIORITES OPERATOIRES

- Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions.
- Dans une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses.

Méthode 1 : Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale du nombre $C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$

$C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$

$C = 216 + 126 \times \frac{1}{3^2} - 8$ ☞ On effectue d'abord les puissances

$C = 216 + 126 \times \frac{1}{9} - 8$ ☞ On effectue la multiplication

$C = 216 + 14 - 8$ ☞ On effectue un calcul de la gauche vers la droite

$C = 222$

Exemple 2 : Donne l'écriture décimale du nombre $D = (5-2)^3 - (6 \times 2)^2$

$D = (5-2)^3 - (6 \times 2)^2$

$D = 3^3 - 12^2$ ☞ On effectue d'abord dans les parenthèses

$D = 27 - 144$ ☞ On applique la définition des puissances

$D = -117$ ☞ On effectue la soustraction

D - PUISSANCES DE DIX

1°) Cas ou l'exposant est positif

Pour tout entier positif n, l'écriture décimale de 10^n est un 1 suivi de n zéros

Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, $\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \mathbf{10^n}$

Exemples : $1\,000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^{\mathbf{3}}$; $1 = 10^{\mathbf{0}}$

2°) Cas ou l'exposant est négatif

Pour tout entier positif n, $\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^n}} = \frac{1}{10\ldots\ldots0} = 0,000 \ldots 01$ (n zéros précédent le 1 , sans oublier la virgule)

Exemple : $10^{-3} = = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = \mathbf{0,001}$

E - ECRITURE SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE DECIMAL

Nombre décimal non nul pouvant s'écrire sous la forme $a \times 10^n$, avec a un nombre décimal non nul ne comportant qu'un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif.

Méthode 2: Savoir écrire un nombre en notation scientifique

Exemples : Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

A = 0,000 256 ; B = $783{,}9 \times 10^{3}$; C = $18 \times 10^{-5} \times 5{,}6 \times 10^{7}$

A = 0,000 256

A = $2{,}56 \times 10^{-4}$

B = $783{,}9 \times 10^{3}$

B = $(\ \mathbf{7{,}839} \times 10^{\mathbf{2}}) \times 10^{\mathbf{3}}$

B = $\mathbf{7{,}839} \times (10^{\mathbf{2}} \times 10^{\mathbf{3}})$

B = $7{,}839 \times 10^{5}$

C = $18 \times 10^{-5} \times 5{,}6 \times 10^{7}$

C = $(\ \mathbf{18 \times 5{,}6}\ ) \times (10^{\mathbf{-5}} \times 10^{\mathbf{7}})$

C = $\mathbf{100{,}8} \times 10^{\mathbf{2}}$

C = $(\ \mathbf{1{,}008} \times 10^{\mathbf{2}}) \times 10^{\mathbf{2}}$

C = $\mathbf{1{,}008} \times (10^{\mathbf{2}} \times 10^{\mathbf{2}})$

C = $1{,}008 \times 10^{4}$

F - REGLES DE CALCULS

Si $a \neq 0$ et si m et n sont des entiers relatifs, alors :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad et \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad ; \quad (a^n)^P = a^{n \times p}$$

Si a et b sont des nombres différents de 0 et si n est un entier relatif, alors :

$$(ab)^n = a^n b^n \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Méthode 3: Utiliser les règles de calculs pour calculer

Exemples :

$3^4 \times 3^2 = 3^{4+2} = 3^6$; $9^5 \times 9^{-3} = 9^{5+(-3)} = 9^2$; $2^{-6} \times 2^5 = 2^{-6+5} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$(-4)^{-2} \times (-4)^5 = (-4)^{-2+5} = (-4)^3$; $\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2$; $\frac{2^{12}}{2^{15}} = 2^{12-15} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$(5^2)^3 = 5^{2\times3} = 5^6$; $((-8)^4)^7 = (-8)^{4\times7} = (-8)^{28}$; $(7^{-5})^2 = 7^{-5\times2} = 7^{-10}$

$(2\times3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4\times9 = 36$; $(5\times10^{-3})^2 = 5^2 \times (10^{-3})^2 = 25\times10^{-6}$

$(5x)^2 = 5^2 \times x^2 = 25x^2$; $(2\sqrt{5})^2 = 2^2 \times \sqrt{5}^2 = 4\times5 = 20$; $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

Méthode 4: Comment organiser un calcul avec des puissances

Donne les écritures décimale et scientifique du nombre suivant : $A = \frac{7 \times 10^{7} \times 25 \times 10^{-5}}{14 \times 10^{8} \times 10^{-2}}$.

On rassemble les nombres et les puissances de dix $A = \frac{7\times 25}{14}\times\frac{10^{7}\times 10^{-5}}{10^{8}\times 10^{-2}}$

On simplifie les nombres et les puissances de dix $A = \frac{7\times 25}{2\times 7}\times\frac{10^{7+(-5)}}{10^{8+(-2)}}$

$A = \frac{25}{2}\times\frac{10^{2}}{10^{6}}$

$A = 12{,}5\times 10^{2-6}$

$A = 12{,}5\times 10^{-4}$

L'écriture scientifique est $A = 1{,}25\times 10^{1}\times 10^{-4}$

$A = 1{,}25\times 10^{1+(-4)}$

$\boxed{\mathbf{A = 1{,}25 \times 10^{-3}}}$

L'écriture décimale est $A = 1{,}25\times 0{,}001$

$\boxed{\mathbf{A = 0{,}00125}}$

G - LES PREFIXES

Puissance de dix	Préfixe	Symbole
10^{9}	giga	G
10^{6}	méga	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	déca	da
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n

Exemples :

7 kilogrammes = **7 kg = 7 × 10^{3} g = 7 000 g**
8 mégaoctets = **8 Mo = 8 × 10^{6} octets**
9 micromètres = **9 µm = 9 × 10^{-6} m**
12 cL = **12 × 10^{-2} L = 0,12 L**

Méthode 5: Utiliser les puissances de dix pour convertir.

Enoncé : Le rayon d'un atome de plomb est $1{,}8 \times 10^{-10}$ m. Le convertir en nanomètre

Solution :

On sait que : 10^{-9} m = 1 nm

Donc : $1 \text{ m} = \dfrac{1}{10^{-9}} \text{ nm} = 10^{9} \text{ nm}$

En utilisant un tableau de proportionnalité, on a :

Distance (en m)	1	$1{,}8 \times 10^{-10}$
Distance (en nm)	10^{9}	x

Soit : $x = \dfrac{1{,}8\times10^{-10}\times10^{9}}{1} = 1{,}8\times10^{-1} = 0{,}18$

Conclusion : Le rayon d'un atome de plomb est 0,18 nm

Objectif brevet : *Amérique du Nord – Juin 2010 (Extrait)*

Donner l'écriture scientifique du nombre $\dfrac{6\times10^{12}\times35\times10^{-4}}{14\times10^{3}}$.

……

……

……

……

……

……

……

……

Bilan du thème : pas acquis en cours d'acquisition acquis

Mettre une croix au crayon à papier que tu pourras effacer et changer de case à tout moment.

Savoir calculer une expression en utilisant les priorités opératoire			
Savoir écrire un nombre en notation scientifique			
Utiliser les règles de calculs sur les puissances			
Comment organiser un calcul avec des puissances			
Connaitre les préfixes et savoir les utiliser avec les puissances de dix pour convertir.			

<u>Mes notes :</u> Ce que je ne dois pas oublier le jour d'un contrôle, le jour de l'examen du Brevet des Collèges, ...