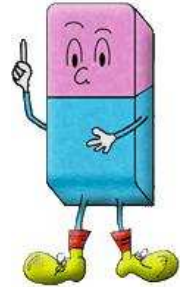


SYNTHESE - THEME N°14 : HOMOTHETIES

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Connaître la définition d'une homothétie
- ☞ Connaître les propriétés de l'homothétie
- ☞ Construire l'image d'un point par une homothétie
- ☞ Construire l'image d'un segment par une homothétie
- ☞ Construire l'image d'une figure par une homothétie à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

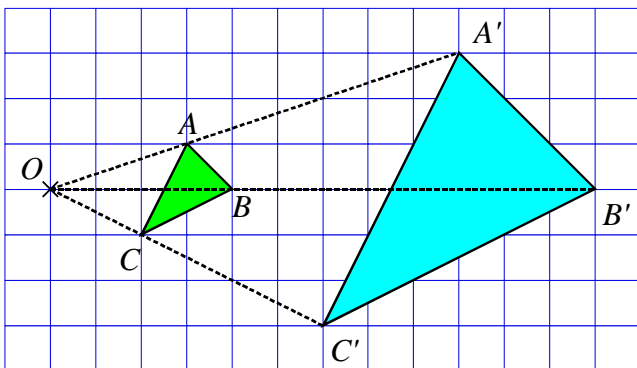


A - DEFINITION

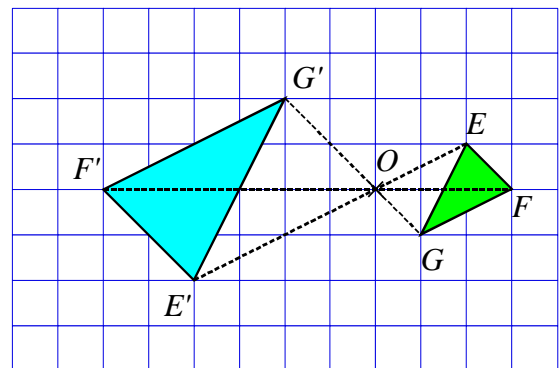
Transformer une figure par **homothétie**, c'est construire l'image de cette figure par rapport à :

- un centre O (un point)
- un rapport k (un nombre non nul)

Exemples :



Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.

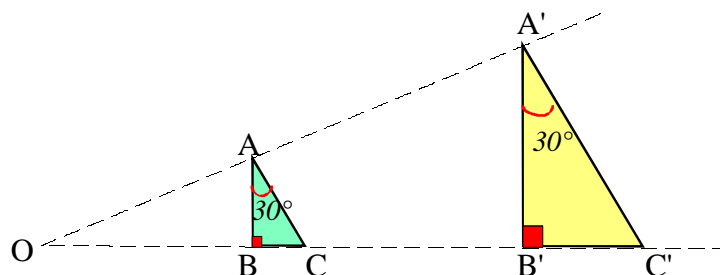


Le triangle $E'F'G'$ est l'image du triangle EFG par l'homothétie de centre O et de rapport $k = -2$.

B - PROPRIETES

Propriété 1 :

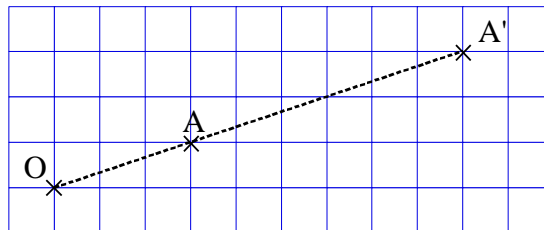
Une homothétie conserve les angles.



Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O , alors les points O , A et A' sont alignés

Propriété 2 :

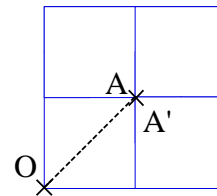
Un point, son image par une homothétie et le centre de l'homothétie sont alignés.



Propriété 3 :

Une homothétie de rapport 1 n'effectue aucune transformation.

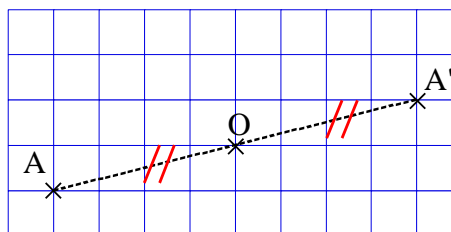
Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O et de rapport 1, alors A' et A sont confondus



Propriété 4 :

Une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.

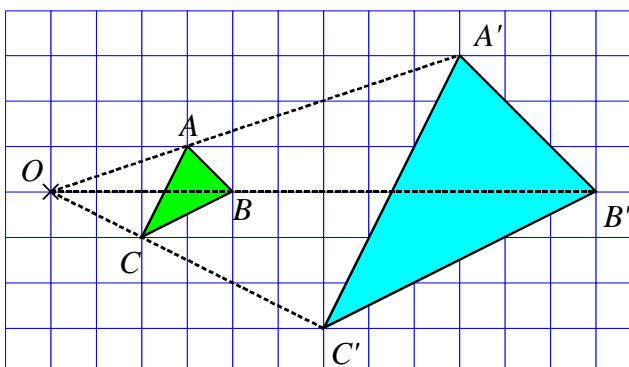
Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O et de rapport -1 alors A' est la symétrique de A par rapport à O .



Propriété 5 :

Si $k > 1$ (ou $k < -1$), l'homothétie correspondant à un agrandissement.

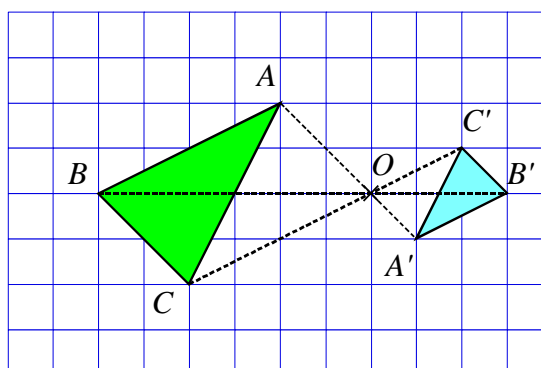
Le triangle $A'B'C'$ est un agrandissement du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$



Propriété 6 :

Si $0 < k < 1$ (ou $-1 < k < 0$), l'homothétie correspondant à une réduction.

Le triangle $A'B'C'$ est une réduction du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 0,5$.



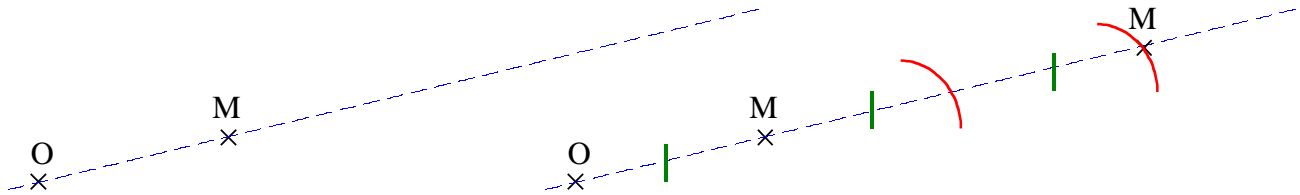
C - LES METHODES

Méthode 1 : Construire l'image d'un point par une homothétie

- Construire l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.

Etape 1 : On trace la droite (OM)

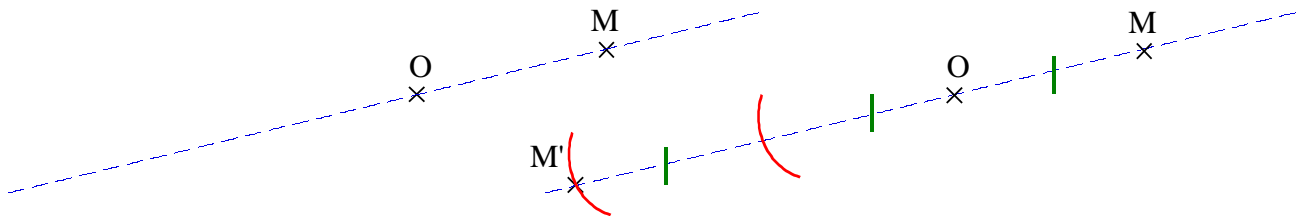
Etape 2 : On construit le point M' du même côté que M sur cette droite tel que $OM' = 3 \times OM$



- Construire l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport $k = -2$.

Etape 1 : On trace la droite (OM)

Etape 2 : On construit le point M' du côté opposé à M sur cette droite tel que $OM' = 2 \times OM$



« A ton tour »

Construis l'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 2$.



Méthode 2 : Construire l'image d'un segment par une homothétie

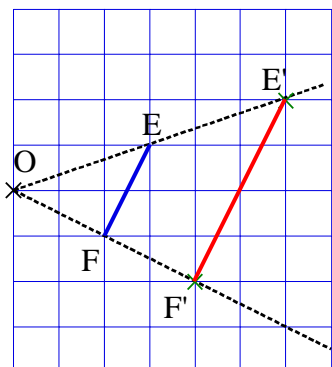
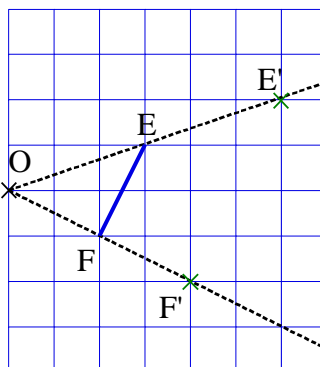
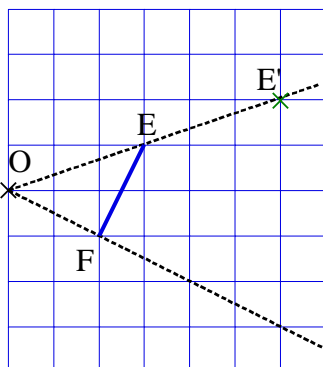
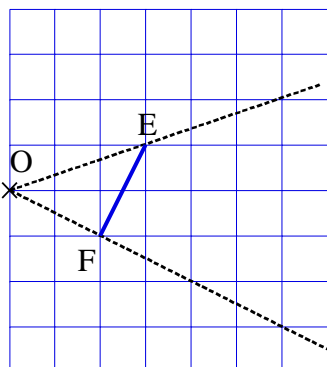
- Construire l'image du segment [EF] par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 2$.

Etape 1 :
On trace les
demi-droites
[OE) et [OF)

Etape 2 :
Sur [OE), on place
le point E' tel que
 $OE' = 2 \times OE$

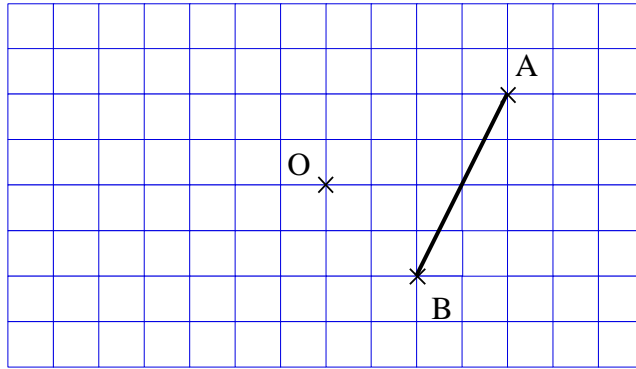
Etape 3 :
Sur [OF), on place
le point F' tel que
 $OF' = 2 \times OF$

Etape 4 :
On trace [E'F']



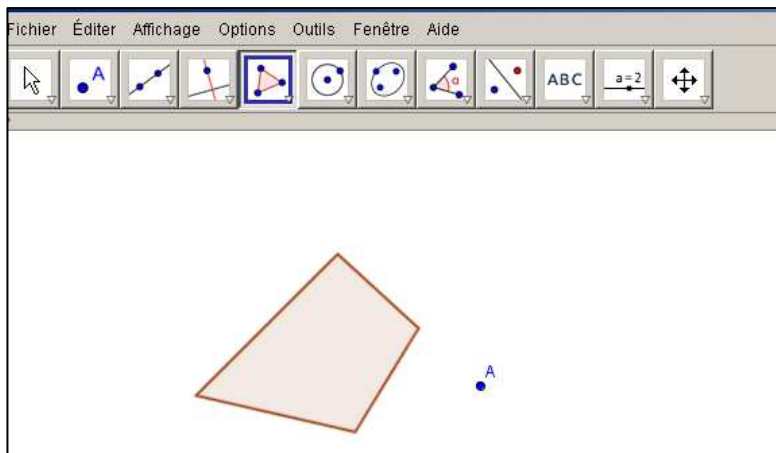
« A ton tour »

Construis l'image du segment [AB] l'homothétie de centre O et de rapport $k = -1,5$.



Méthode 3 : Construire l'image d'une figure par une homothétie à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

On veut construire l'image d'une figure par une homothétie de centre A et de rapport $k = -2$



Etape 1 :

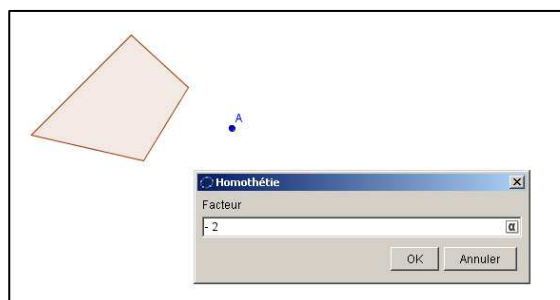
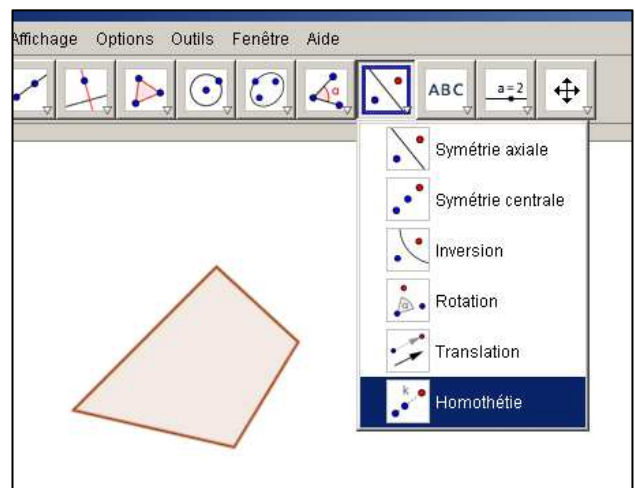
Reproduire le quadrilatère ainsi que le centre A de l'homothétie

Etape 2 :

Dans l'onglet **Transformation**, sélectionne

homothétie puis clique sur le quadrilatère puis sur le centre A.

(Une nouvelle fenêtre s'ouvre)

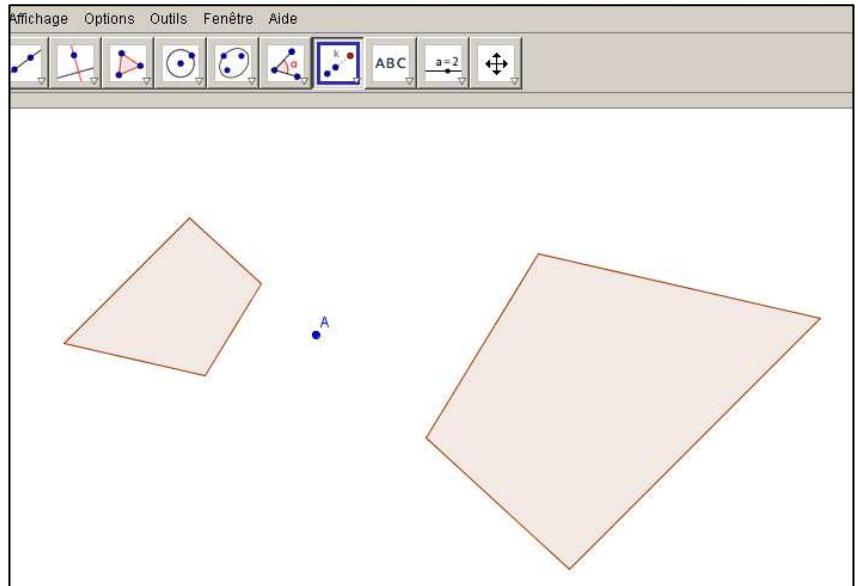


Etape 3 :

On entre le rapport -2 .

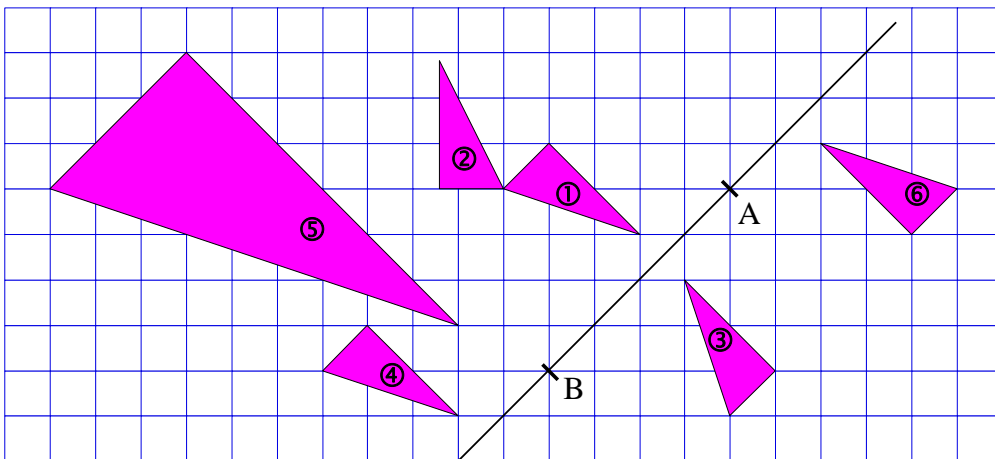
Etape 4 :

Il apparaît l'image du quadrilatère par l'homothétie de centre A et de rapport -2 .









Objectif brevet




Dans la figure ci-dessous, chacun des triangles ②, ③, ④, ⑤ et ⑥ est l'image du triangle ① par une transformation. Décrire chacune de ces transformations.



- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ② est **une rotation de centre O et d'angle 135° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ③ est **une symétrie axiale d'axe (AB)**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ④ est **une translation qui transforme A en B.**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ⑤ est **une homothétie de centre A et de rapport $k = 3$**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ⑥ est **une symétrie centrale de centre A**

Bilan du thème : pas acquis  en cours d'acquisition  acquis 

Mettre une croix au crayon à papier  que tu pourras effacer et changer  le case à tout moment .

			
Connaitre la définition d'une homothétie			
Connaitre les propriétés de l'homothétie			
Construire l'image d'un point par une homothétie			
Construire l'image d'un segment par une homothétie			
Construire l'image d'une figure par une homothétie à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.			

Mes notes : Ce que je ne dois pas oublier le jour d'un contrôle, le jour de l'examen du Brevet des Collèges,

