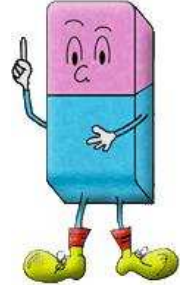


SYNTHESE - THEME N°14 : HOMOTHETIES

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Connaître la définition d'une homothétie
- ☞ Connaître les propriétés de l'homothétie
- ☞ Construire l'image d'un point par une homothétie
- ☞ Construire l'image d'un segment par une homothétie
- ☞ Construire l'image d'une figure par une homothétie à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

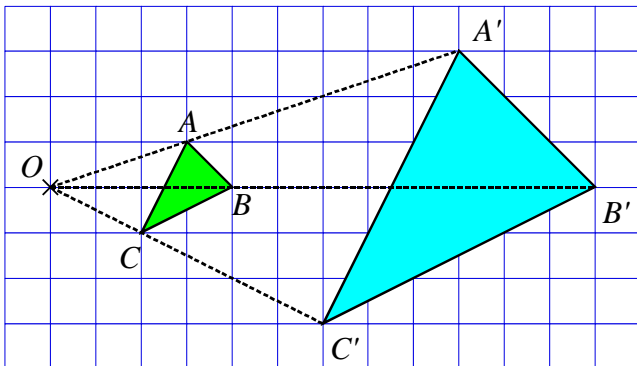


A - DEFINITION

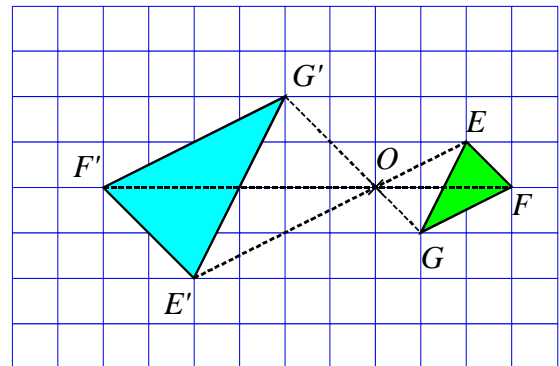
Transformer une figure par **homothétie**, c'est construire l'image de cette figure par rapport à :

- un centre O (un point)
- un rapport k (un nombre non nul)

Exemples :



Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.

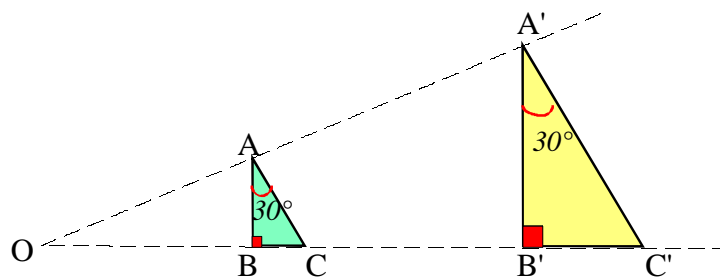


Le triangle $E'F'G'$ est l'image du triangle EFG par l'homothétie de centre O et de rapport $k = -2$.

B - PROPRIETES

Propriété 1 :

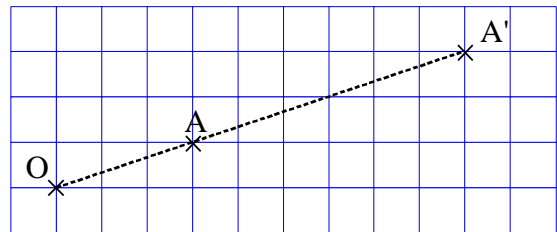
Une homothétie conserve les angles.



Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O , alors les points O , A et A' sont alignés

Propriété 2 :

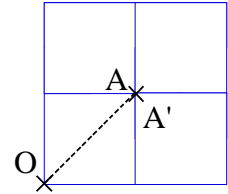
Un point, son image par une homothétie et le centre de l'homothétie sont alignés.



Propriété 3 :

Une homothétie de rapport 1 n'effectue aucune transformation.

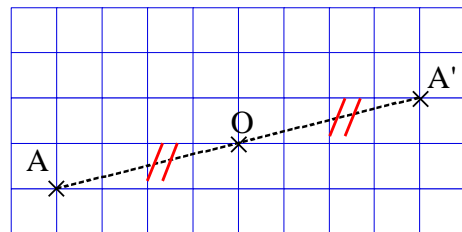
Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O et de rapport 1, alors A' et A sont confondus



Propriété 4 :

Une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.

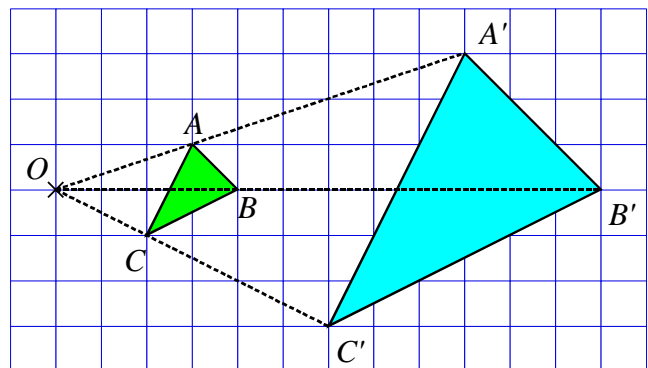
Si A' est l'image de A par une homothétie de centre O et de rapport -1 alors A' est la symétrique de A par rapport à O .



Propriété 5 :

Si $k > 1$ (ou $k < -1$), l'homothétie correspondant à un agrandissement.

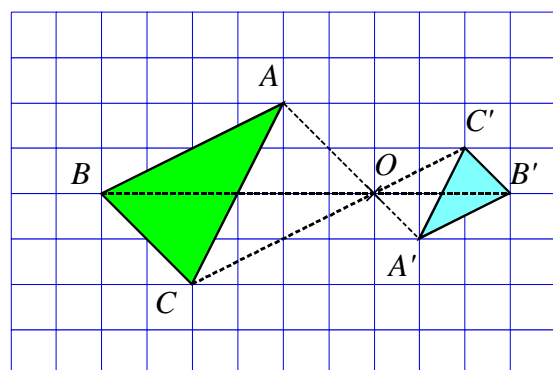
Le triangle $A'B'C'$ est un agrandissement du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$



Propriété 6 :

Si $0 < k < 1$ (ou $-1 < k < 0$), l'homothétie correspondant à une réduction.

Le triangle $A'B'C'$ est une réduction du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 0,5$.



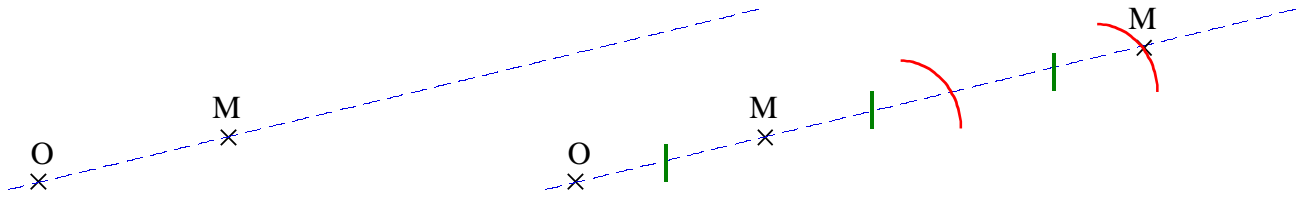
C - LES METHODES

Méthode 1 : Construire l'image d'un point par une homothétie

- Construire l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.

Etape 1 : On trace la droite (OM)

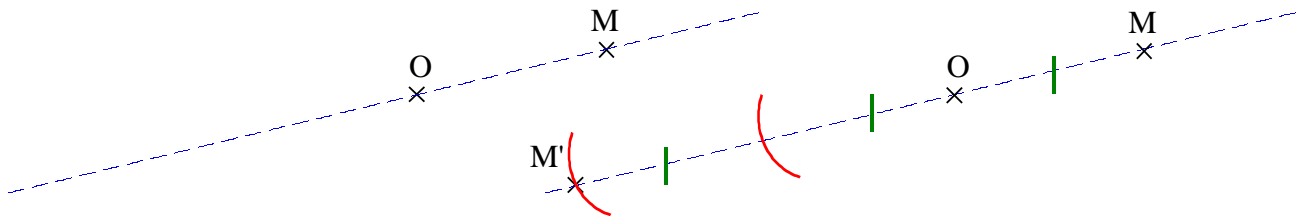
Etape 2 : On construit le point M' du même côté que M sur cette droite tel que $OM' = 3 \times OM$



- Construire l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport $k = -2$.

Etape 1 : On trace la droite (OM)

Etape 2 : On construit le point M' du côté opposé à M sur cette droite tel que $OM' = 2 \times OM$



« A ton tour »

Construis l'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 2$.



Méthode 2 : Construire l'image d'un segment par une homothétie

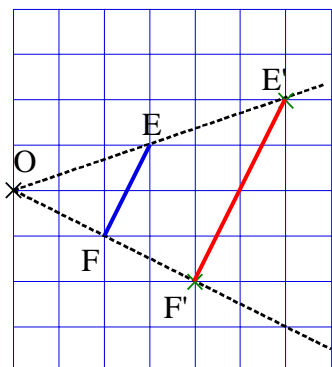
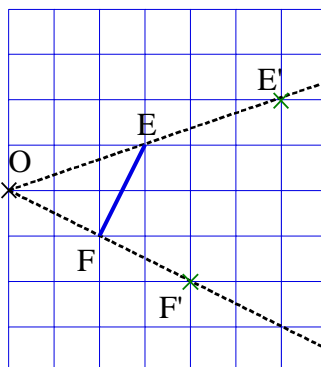
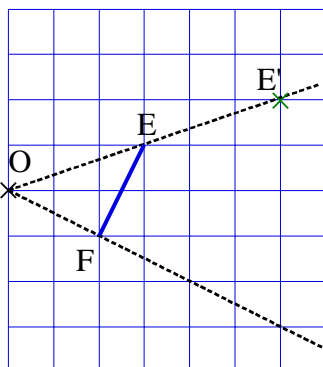
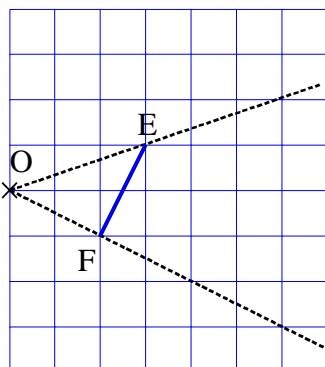
- Construire l'image du segment [EF] par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 2$.

Etape 1 :
On trace les
demi-droites
[OE) et [OF)

Etape 2 :
Sur [OE), on place
le point E' tel que
 $OE' = 2 \times OE$

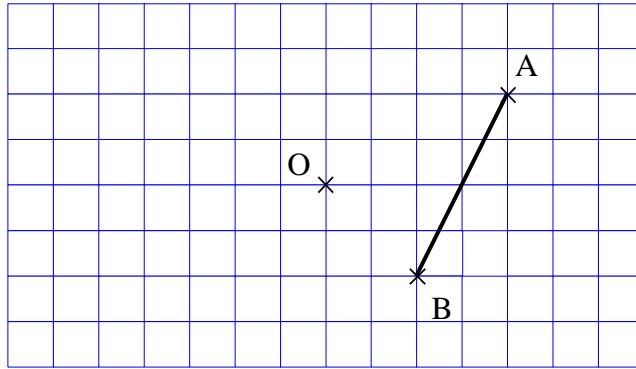
Etape 3 :
Sur [OF), on place
le point F' tel que
 $OF' = 2 \times OF$

Etape 4 :
On trace [E'F']



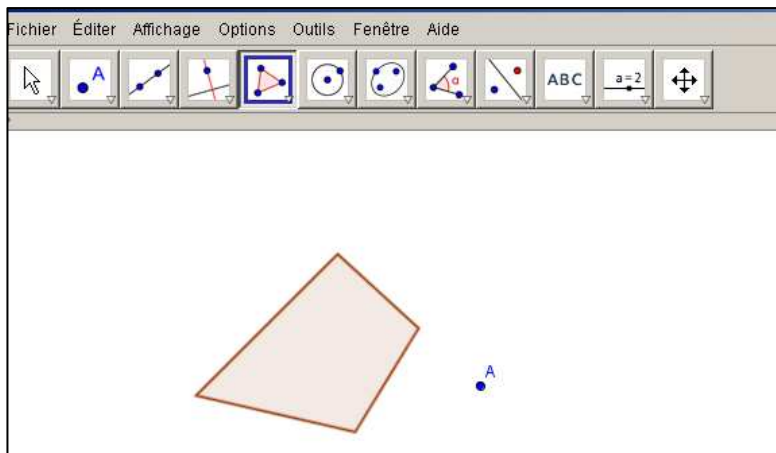
« A ton tour »

Construis l'image du segment [AB] l'homothétie de centre O et de rapport $k = -1,5$.



Méthode 3 : Construire l'image d'une figure par une homothétie à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

On veut construire l'image d'une figure par une homothétie de centre A et de rapport $k = -2$



Etape 1 :

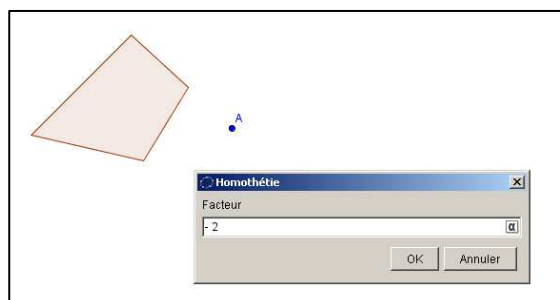
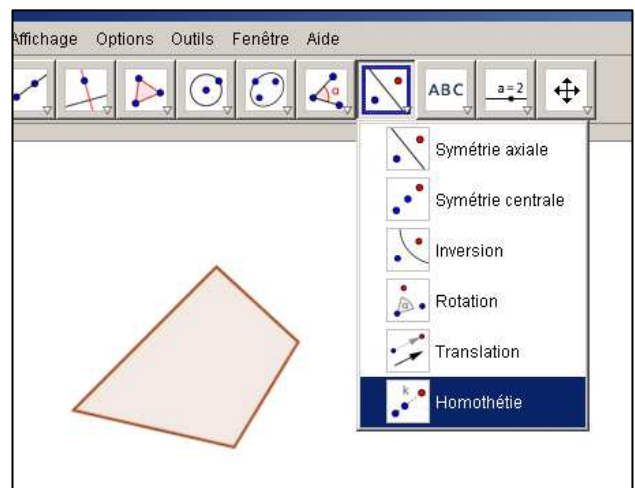
Reproduire le quadrilatère ainsi que le centre A de l'homothétie

Etape 2 :

Dans l'onglet **Transformation**, sélectionne

homothétie puis clique sur le quadrilatère puis sur le centre A.

(Une nouvelle fenêtre s'ouvre)

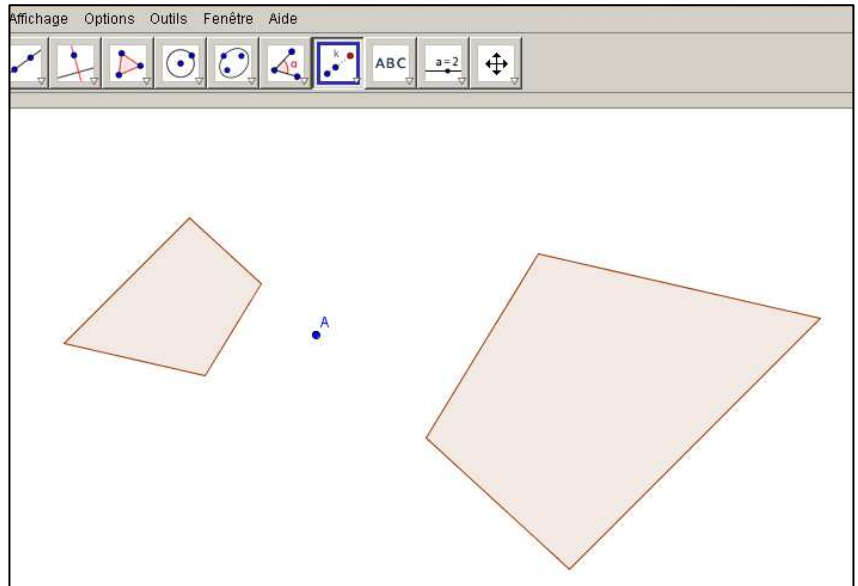


Etape 3 :

On entre le rapport -2 .

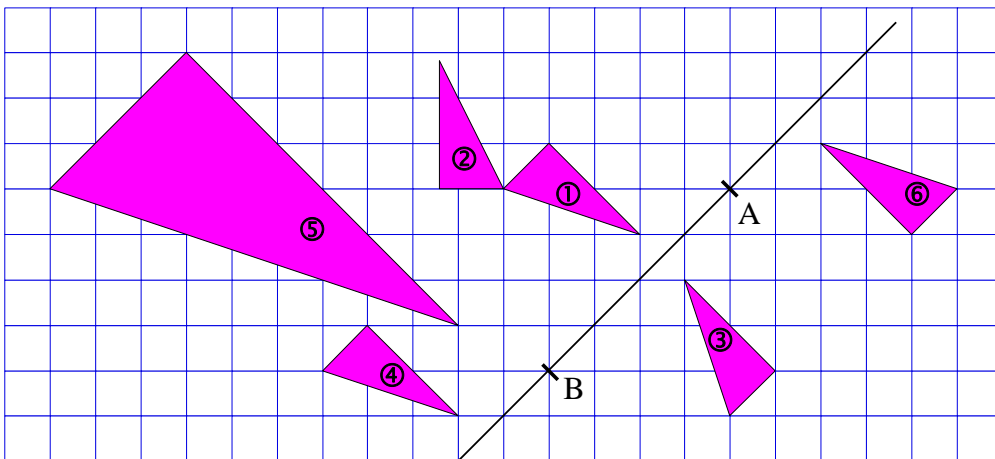
Etape 4 :

Il apparaît l'image du quadrilatère par l'homothétie de centre A et de rapport -2 .



Objectif brevet

Dans la figure ci-dessous, chacun des triangles ②, ③, ④, ⑤ et ⑥ est l'image du triangle ① par une transformation. Décrire chacune de ces transformations.



- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ② est **une rotation de centre O et d'angle 135° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ③ est **une symétrie axiale d'axe (AB)**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ④ est **une translation qui transforme A en B.**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ⑤ est **une homothétie de centre A et de rapport $k = 3$**
- La transformation qui permet de passer du triangle ① au triangle ⑥ est **une symétrie centrale de centre A**