

A- 3 : REPRESENTATION GRAPHIQUE

La représentation graphique d'une fonction affine est une **droite** qui passe par l'ordonnée à l'origine.

Exemple :

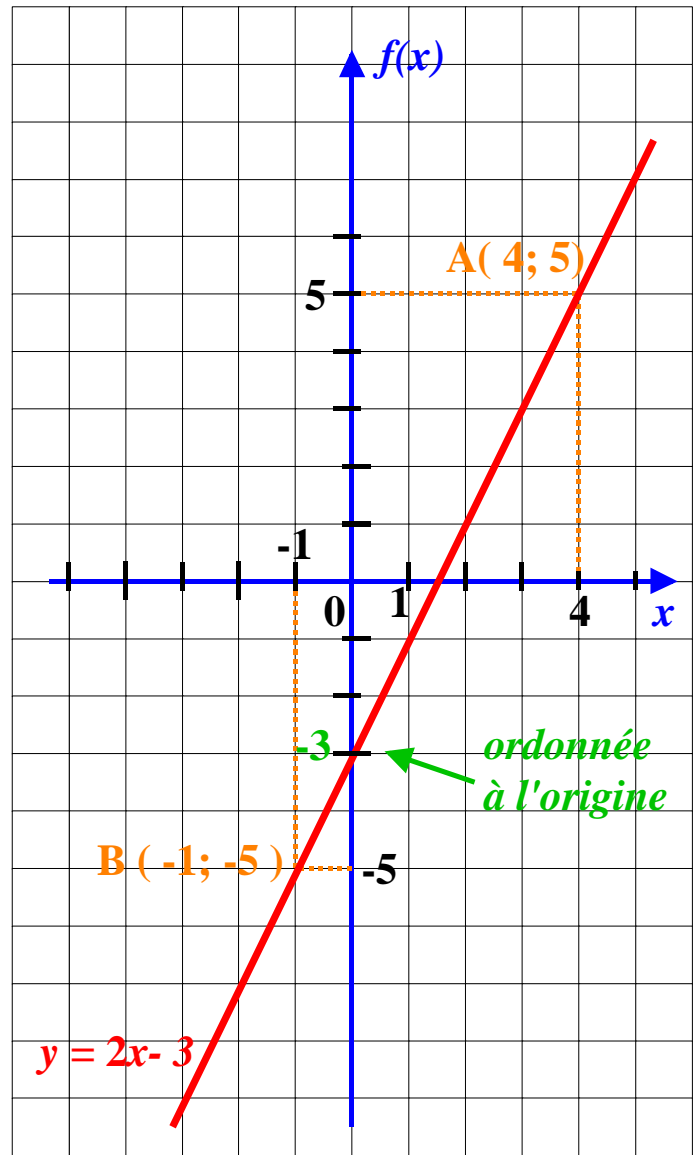
La représentation graphique de la fonction affine $f: x \mapsto 2x - 3$ est la droite D passant par le point $A(4; 5)$ et le point $B(-1; -5)$

En effet $f(4) = 2 \times 4 - 3 = 5$

et $f(-1) = 2 \times (-1) - 3 = -5$

On dit que 2 est le coefficient directeur et que $f(0) = -3$ est son ordonnée à l'origine.

Remarque : La représentation graphique d'une fonction constante est une droite qui est parallèle à l'axe des abscisses.



B- PROPORTIONNALITE DES ACCROISSEMENT

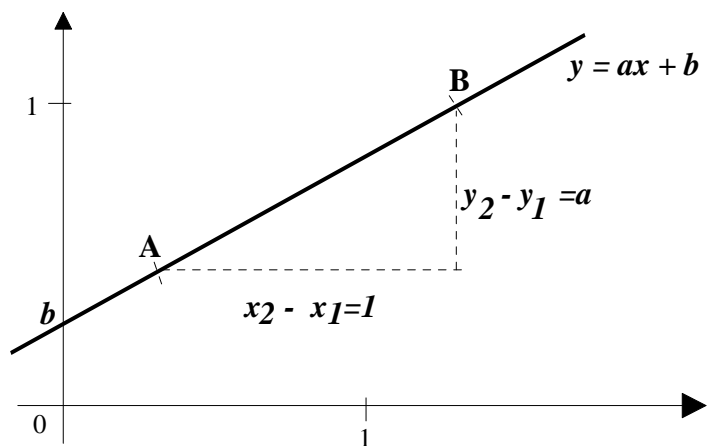
Soit $f: x \mapsto ax + b$ une fonction affine.

Si x_1 et x_2 sont deux nombres distincts, on a :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a \quad (x_2 \neq x_1)$$

Remarque :

Si $x_2 - x_1 = 1$, alors $f(x_2) - f(x_1) = a$



C - INTERPRETER UNE REPRESENTATION GRAPHIQUE

C - 1 : Fonction linéaire

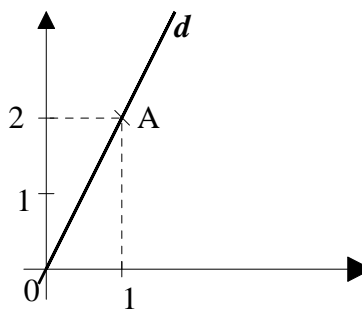
Sur la figure ci-contre, la droite d qui passe par l'origine du repère est la représentation graphique d'une fonction f .

On veut déterminer le coefficient a de cette fonction.

Le coefficient directeur a est **l'ordonnée du point A** d'abscisse 1.

On lit : $a = 2$;

f est la fonction $x \mapsto 2x$



C - 2 : Fonction affine

Sur la figure ci-contre, la droite d est la représentation graphique d'une fonction affine f . Le repère est orthonormé.

On veut déterminer les coefficients a et b de cette fonction ($f(x) = ax + b$).

b est l'ordonnée du point d'intersection de d avec l'axe des abscisses, donc : $b = f(0) = 3$.

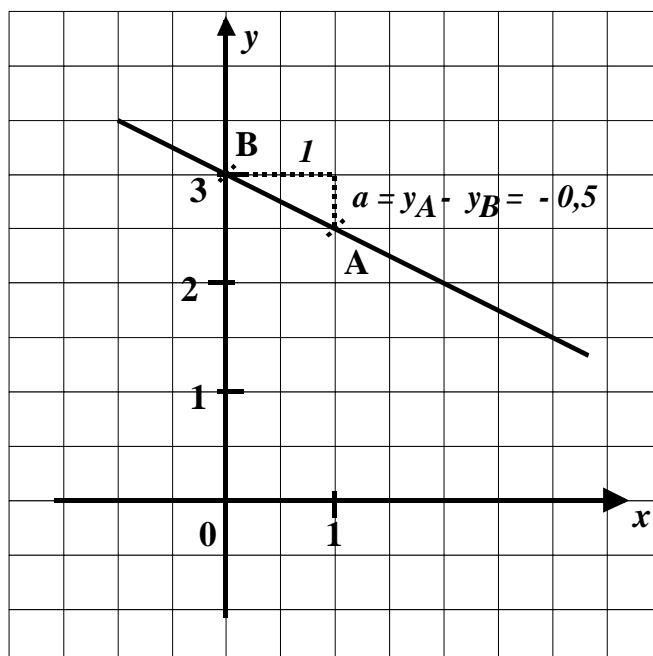
Coefficient a :

Si $x_A - x_B = 1$, alors $f(x_A) - f(x_B) = a$.

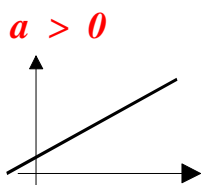
C'est-à-dire $y_A - y_B = a$

Sur le graphique, on lit $a = -0,5$

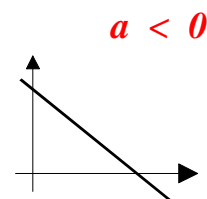
Conclusion : $f(x) = -0,5x + 3$



D - FONCTION CROISSANTE - FONCTION DECROISSANTE



Fonction croissante



Fonction décroissante

Objectif brevet: « Épreuve commune de Mathématiques (Février 2006) »

Un viticulteur propose un de ses vins aux tarifs suivants :

- Tarif 1 : 7,5 euros la bouteille, transport compris.
- Tarif 2 : 6 euros la bouteille, mais avec un forfait de transport de 18 euros.

1. **Recopier et compléter** le tableau donné ci-dessous en justifiant **particulièrement** les calculs de la colonne grisée.

Nombre de bouteilles	1	5			15
Prix au tarif 1 en €	7,5			97,5	
Prix au tarif 2 en €		48	78		

Méthode 1: Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.

1. Tableau

Nombre de bouteilles	1	5	10	13	15
Prix au tarif 1 en €	7,5	37,5	75	97,5	112,5
Prix au tarif 2 en €	24	48	78	96	108

Calculs de la colonne grisée :

- Avec un prix de 78 € avec le tarif 2, on a : $(78 - 18) : 6 = 60 : 6 = 10$, c'est-à-dire **10 bouteilles**
- Le prix payé pour 10 bouteilles avec le tarif 1 est : $7,5 \times 10 = 75$ soit **75 €**

2. Exprimer le prix à payer par le consommateur en fonction du nombre x de bouteilles achetées.

Pour le tarif 1, le prix sera noté P_1 ; pour le tarif 2, le prix sera noté P_2 .

Méthode 2: Connaitre et utiliser la relation $y = ax + b$

2. Expression du prix payé par le consommateur en fonction du nombre de bouteilles achetées

Pour le tarif 1, expression du prix P_1 en fonction de x :

$$P_1 = 7,5 \times x$$

Prix d'une bouteille

Nombre de bouteilles

Pour le tarif 2, expression du prix P_2 en fonction de x :

$$P_2 = 6 \times x + 18$$

Prix d'une bouteille

Nombre de bouteilles

forfait du transport

3. Tracer, sur une feuille de papier millimétré, les droite d et d' , représentations graphiques des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = 7,5x \quad \text{et} \quad g(x) = 6x + 18 \quad \text{pour des valeurs comprises entre 0 et 15.}$$

On placera l'origine dans le coin inférieur gauche de la feuille et on prendra les unités suivantes :

- sur l'axe des abscisses : 1cm représente 1 bouteille.
- Sur l'axe des ordonnées : 1cm représente 10 euros.

Pour les questions 4 et 5, on laissera sur le graphique les traits de rappel utilisés pour faciliter la lecture.

Méthode 3: Représenter graphiquement une fonction affine. Connaître le vocabulaire : Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentant une fonction affine.

3. Représentation graphique des fonction f et g .

- $f(x) = 7,5x$

f est une fonction linéaire de la forme $f(x) = ax$ avec $a = 7,5$

Sa représentation graphique est donc une droite d qui passe par l'origine du repère et le point de coordonnées $(10 ; 75)$. En effet $f(10) = 7,5 \times 10 = 75$.

x	0	10
$f(x)$	0	75

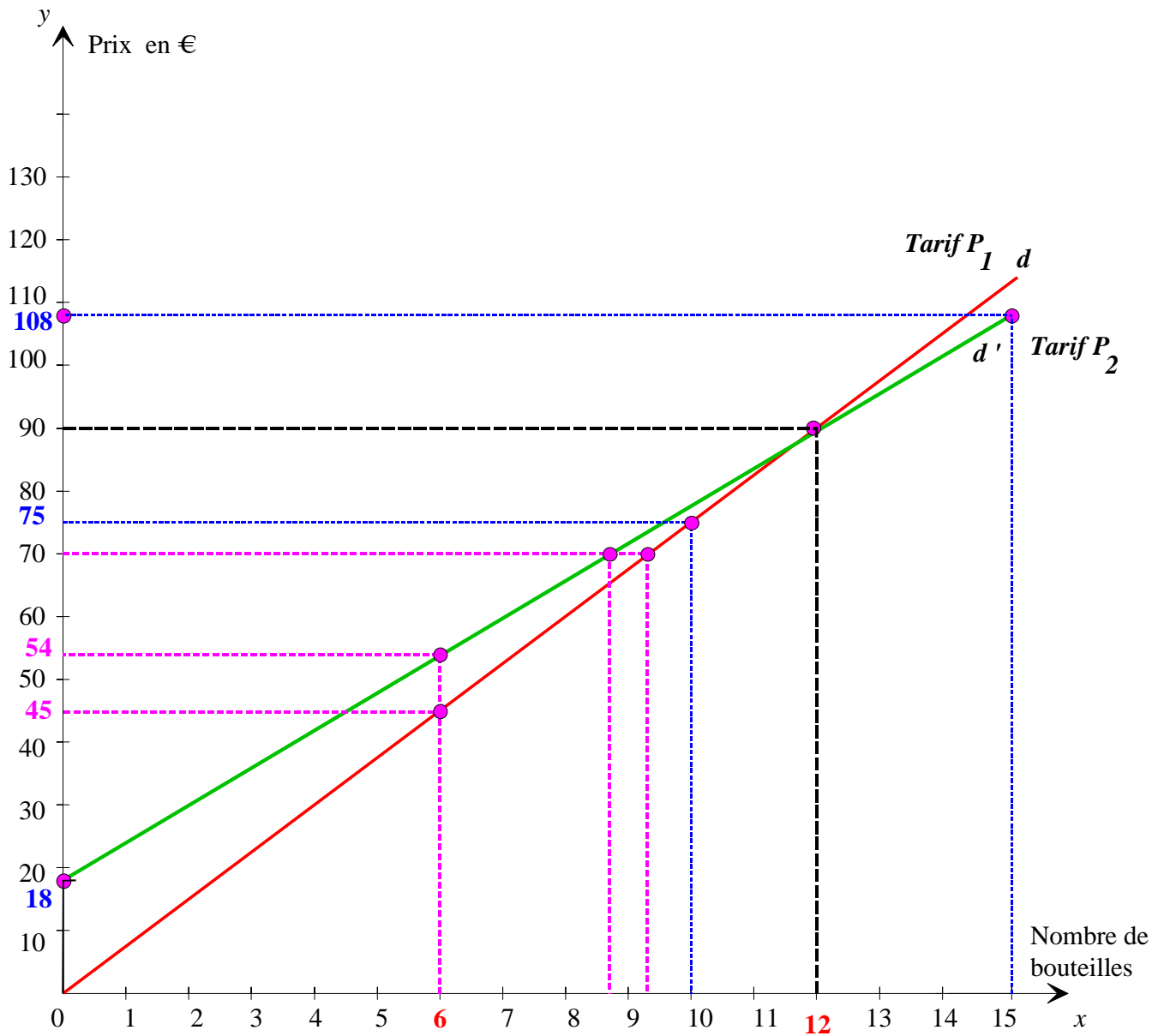
- $g(x) = 6x + 18$

g est une fonction affine de la forme $g(x) = ax + b$ avec $a = 6$ et $b = 18$

Sa représentation graphique est donc une droite d' qui passe par les points de coordonnées $(0 ; 18)$ et $(15 ; 108)$.

En effet $g(0) = 6 \times 0 + 18 = 18$ et $g(15) = 15 \times 6 + 18 = 108$

x	0	15
$g(x)$	18	108



4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :

- On veut acheter 6 bouteilles. Quel est le tarif le plus avantageux ?
- On dispose de 70 euros. Lequel des deux tarifs permet d'acheter le plus grand nombre de bouteilles ?

Préciser ce nombre de bouteilles.

- Déterminer graphiquement pour combien de bouteilles le prix de revient est identique, quel que soit le tarif choisi. Donner ce nombre de bouteilles.

Quel est le prix correspondant ?

Méthode 4: Lire sur la représentation graphique d'une fonction affine l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.

4. a. Lecture graphique du prix le plus avantageux pour 6 bouteilles

Pour 6 bouteilles, la droite d est en dessous de la droite d' . **Le tarif 1 est donc le plus avantageux.**

En effet, avec le tarif 1, 6 bouteilles coûtent 45 € (P_1) alors que pour le tarif 2, elles coûtent 54 € (P_2).

b. Lecture graphique du nombre de bouteilles avec 70 €

Avec la même ordonnée 70, l'abscisse du point de la droite d **est supérieure** à l'abscisse du point de la droite d' . Donc pour avec 70 € **le tarif 1 est le plus avantageux.**

c. Lecture graphique du nombre de bouteilles lorsque les deux tarifs sont égaux.

Les deux tarifs sont égaux lorsque les **deux droites se coupent.**

Le point d'intersection des droites d et d' a pour coordonnées (12 ; 90)

Le nombre de bouteilles est 12.

Le prix commun est 90 €